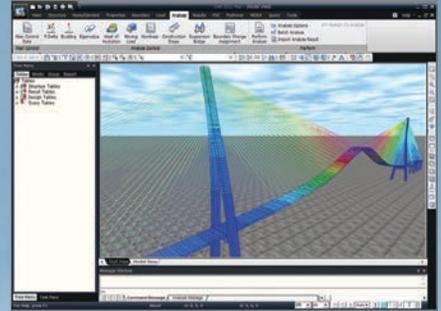


For utmost Accuracy & Productivity, MIDAS provides the best solutions in Structural Engineering. We Analyze and Design the Future.

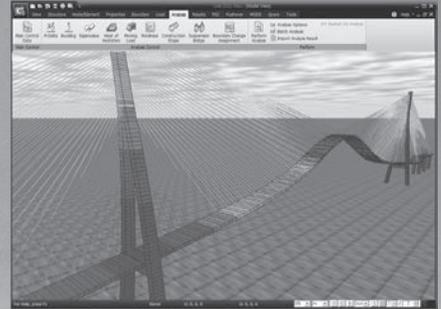


Structural Analysis

midas Civilで学ぶ構造力学 | 構造編 |

MIDAS

For utmost Accuracy & Productivity, MIDAS provides the best solutions in Structural Engineering. We Analyze and Design the Future.



Structural Analysis

midas Civilで学ぶ構造力学 | 構造編 |

MIDAS

About Contents

本書の構成について

本書は全10章で構成されており、各章は**概念の理解**、**チュートリアル**、**構造計算の解説**、**練習問題**の順で構成されています。

「**概念の理解**」は構造形式のモデルに対する基本的な構造力学の概念を説明し、数値計算に必要な解析概念および理論式について説明します。

「**チュートリアル**」では、実務で必要となる多様な構造形式を提示し、プログラムを利用したモデルの生成、荷重・境界条件の入力方法などを段階ごとに詳しく説明し、誰でも簡単に正確な構造計算が行えるようにしました。また、荷重や境界条件などを変えながら複数のモデルに対し解析を実行し、これらの力学的な挙動及び部材力を比較分析する方法を説明します。

「**構造計算の解説**」では、チュートリアルで提示した解析モデルを数値計算で直接計算することで、プログラムによる解析の結果値に対する理解度をより深められるようにしました。

「**練習問題**」では、チュートリアルでも提示したような実務的な構造形式を取り上げることで、応用力の充実を図ります。

本書では構造力学の基本知識やプログラムの基本的な使用方法に関する説明は最小限にし、学校で学んだ構造力学の知識を実務で適用し、理解することに重点を置きました。従って、本書の内容で取り上げられる構造概念や解析理論また、プログラムの使用方法に関するより詳しい内容については、市販の構造力学のテキストやMIDASのプログラムマニュアルをご参照ください。プログラムマニュアルはプログラムの画面上でヘルプメニューをクリックして確認することができます。プログラムで適用される要素、境界条件、解析の機能及び前処理・後処理段階において使用される全ての機能について詳しく説明されています。

なお、プログラムの基本使用方法に関するオンラインの講義資料を当社HPの教育センターに用意しておりますので、どうぞご活用ください。(<http://jp.midasuser.com/civil>)

体験版
(Trial Version)
使用法

お買い求めの参考や学習のため、使用可能な機能や期間を限定させていただきました体験版が1回に限り試用できるようになりました。手順は次の通りです。

- 申し込みの手順**
1. 会員登録 : MUSS(MIDAS User Support System、<http://kor.midasuser.com/civil>)
 2. サインイン
 3. 申し込み : [ダウンロード] → [Civil2012+] → [Trial Version]
 4. 体験版の承認
 5. ダウンロード/実行(使用)

体験版の承認 承認後、ダウンロードの経路を示したメールを送信

*本書はMidas Civil815ver(2013)、SI単位を活用して制作されています。

I

構造編

TABLE OF CONTENTS

1	単純梁の解析
2	片持ち梁の解析
3	トラスの解析
4	アーチの解析
5	連続梁の解析
6	フレームの解析
7	傾斜支点を持つフレームの解析
8	バネの解析
9	強制変位による解析
10	移動荷重の解析

1.

単純梁の 解析

TABLE OF CONTENTS

01	概念の理解	
01.1	単純梁解析の概念	1-1
02	チュートリアル	
02.1	モデルの概要	1-6
02.2	作業環境の設定	1-7
02.3	材料及び断面の定義	1-9
02.4	節点及び要素の生成	1-12
02.5	境界条件の入力	1-15
02.6	荷重の入力	1-17
02.7	構造解析の実行	1-20
02.8	解析結果の確認	1-22
03	構造計算の解説	
03.1	力学的概念の理解及び 数値計算	1-31
04	練習問題	1-32

01. 概念の理解

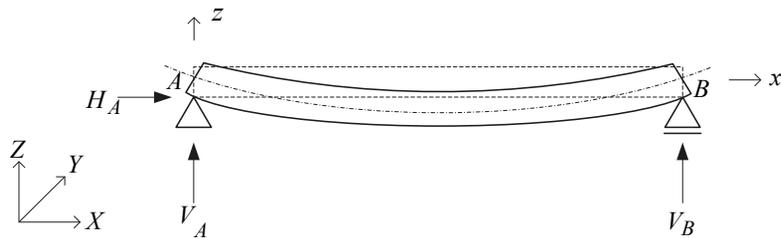
01.1 単純梁解析の概念

単純梁は部材の形状、支持条件または、作用荷重などが単純であるという意味から「単純」という修飾がついた用語である。

図 1.1 は、全体座標系の X-Z 平面(2次元の空間)に存在する単純梁とそこに作用する荷重及び反力を表したものである。要素座標系の x 軸は部材の長さ方向の軸を意味し、 x 軸に垂直の方向が z 軸、そして右手の法則により y が定まる。

ここで、軸の方向を小文字の x, y, z で表記したのは、要素座標系と全体座標系 (X, Y, Z) を区分するためである。

▶図 1.1
単純梁



単純梁の両端はヒンジやローラーで拘束されているが、両端での回転変形は拘束されていない。したがって、X-Z 平面の 2次元の空間である構造物が動かないようにするためには、X 方向と Z 方向の移動、そして Y 軸を中心に回転する Y 軸周りの回転の、3 方向の動きを拘束すればよい。この状態では各方向の力の合力がゼロとなることになるため、次のような式(力の釣り合い条件)で表すことが出来る。

▶式 1.1

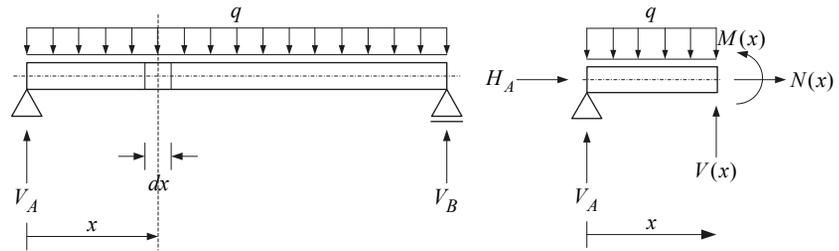
$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_z = 0, \quad \sum M_y = 0$$

力の釣り合い条件を表す式が 3 つであるため、単純梁の 3 つの反力 (H_A, V_A, V_B) も全て求められる。単純梁のように反力(未知数)と力の釣り合い条件の数が同一であ

る構造物を静定構造物という。しかし、未知数である反力の数が力の釣り合い条件の式の数より多い場合には追加条件が必要となる。このように、未知数の数が力の釣り合い条件の数より多い構造物を不静定構造物といい、連続梁などがこれに当たる。

以上のような方法で反力が求められると、部材内部の任意の位置(断面)で発生する断面力を算定する。部材の軸方向に任意の距離 x に位置する断面での断面力は軸力 ($N(x)$)、せん断力 ($V(x)$)、モーメント ($M(x)$) の 3 種類で表現される。これらの断面力は図 1.2 の右図の自由体に力の釣り合い条件を適用することで求められる。

▶図 1.2
 断面力

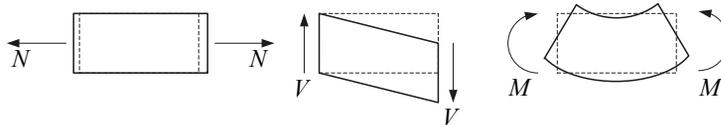


▶式 1.2

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0: H_A + N(x) &= 0 \\ \sum F_z = 0: V_A + (-q)x + V(x) &= 0 \\ \sum M_y = 0: V_A x + \frac{1}{2}(-q)x^2 + (-M(x)) &= 0 \end{aligned}$$

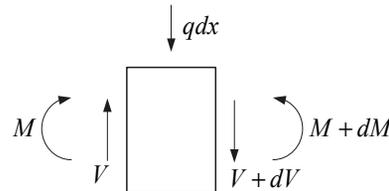
図 1.3 は部材の断面力において+方向の符号の規約を示す。

▶図 1.3
 断面力



部材の長さ方向に沿ってせん断力とモーメントの分布を求めるためには、図 1.2 の微少片 (dx) に対し、図 1.4 のような力の釣り合い条件が適用できる。

▶図 1.4
分布荷重-せん断力-モーメント
の相関関係



▶式 1.3

$$\frac{dV}{dx} = -q \quad (\text{または, } V_B - V_A = \int_A^B -q dx)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (\text{または, } M_B - M_A = \int_A^B V dx)$$

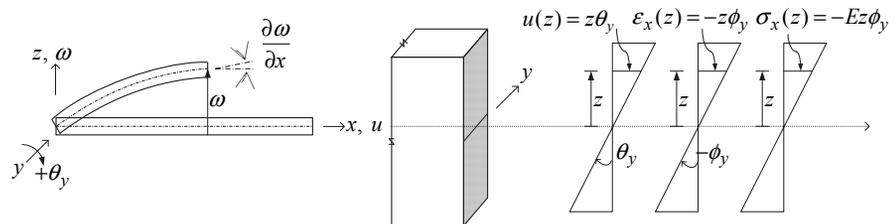
以上のことから、せん断力を微分すると荷重になり、モーメントを微分するとせん断力になることが分かる。言い換えると、2つの点(A点とB点)の間のせん断力の差は分布荷重の面積に等しく、2点のモーメントの差はせん断力図の面積に等しいともいえる。

部材に外力(反力を含む)が作用すると変形が起き、変形はたわみ角 (θ_y) とたわみ (w) で表すことが一般的である。

任意の点 x でのたわみ角はその点での変形前の部材の軸と、変形後の軸がなす角度を意味し、変形後の部材の軸はその点での接線(微分)を意味する。

たわみ角とモーメント、曲率の添字 y は y 軸が断面の回転軸であることを示す。

▶図 1.5
断面での変形、ひずみ、応力の分布



▶式 1.4

$$\begin{aligned} \text{たわみ角} : \theta_y &= -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \text{曲率} : \phi_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned}$$

たわみ角とたわみが発生したことは、部材に軸方向の変形とせん断変形が発生したことも意味し、梁のように断面の大きさに比べ長さが長い構造物の場合はせん断変形は無視できるほど小さい。

上図のように、 $+z$ 方向にたわみを生じさせるようなモーメントが作用した場合には、断面の上端では伸び(引張)が、断面の下端では縮み(圧縮)が発生する。また、これらの伸び縮みは全て断面に対し垂直方向、すなわち x 軸方向の変形(図 1.5 の $u(z)$) を発生させる。したがって、断面に軸方向でひずみ($\epsilon_x(z)$)が発生し、ひずみ分布がせん断面と成す角が曲率(ϕ_y)となる。曲率、たわみ角、たわみの関係は図 1.5 及び式 1.4 に示すとおりである。つまり、たわみを微分するとたわみ角になり、たわみ角を微分すると曲率となる。ここで、符号が換わる理由は符号の規約に従った結果である。また、図 1.5 から、モーメント-曲率の関係は次のように誘導できる。

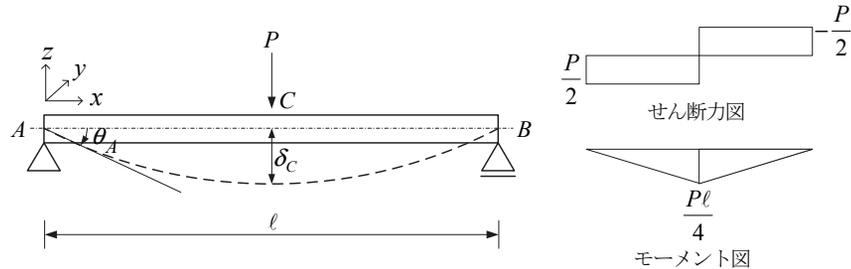
▶式 1.5

$$\phi_y = \frac{M_y}{EI_y}, \quad \sigma_x(z) = -\frac{M_y}{I_y} z$$

式 1.4 でのように、たわみを微分したたわみ角が得られ、再び微分し曲率を得られるということは、逆にいえば、曲率を積分することでたわみ角が得られ、再び積分するとたわみを得られるとも表現できる。したがって、モーメントの分布がわかればたわみ角やたわみが算定できる。

単純梁の中央に集中荷重が作用する場合(図 1.6)に対し、せん断力図、モーメント、たわみ角、たわみを求める過程を例として見てみよう。

▶図 1.6
集中荷重がかかる単純梁



A と C 間のせん断力の差は分布荷重の面積であるが、分布荷重がないため、A と C 間のせん断力は一定であることが分かる。また、A と C 間のモーメントの差はせん断力図のグレーに塗りつぶされている部分の面積と等しいため、C 点のモーメントは $P\ell/4$ となる。A 端のたわみ角は A と C 間の曲率分布図 (M_y/EI_y) の面積と等しく、中央の C 点のたわみは A と C 間の曲率分布図の面積の A 点に対するモーメントと等しい。

▶式 1.6

$$\theta_A = \frac{1}{EI_y} \left(\frac{\ell}{2} \cdot \frac{P\ell}{4} \right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{P\ell^2}{16EI_y}$$

$$\delta_C = \frac{P\ell^2}{16EI_y} \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{\ell}{2} \right) = \frac{P\ell^3}{48EI_y}$$

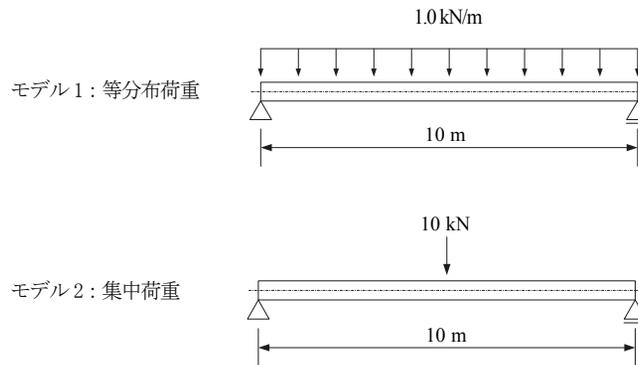
以上の計算は曲率を積分するとたわみ角になり、再び積分するとたわみになる原理から誘導された、モーメント-面積法によるものである。

02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

梁の片方はヒンジ、他方はローラーで構成されている単純梁の変形及び部材力を Civil で確認し、数値計算の結果と比較する。

▶ 図 1.7
解析モデル



➤ **材料**

コンクリート : 24 MPa (弾性係数 $E = 2.2668 \times 10^7$ kN/m²)

➤ **断面**

断面積 : 8×10^{-1} m²

断面2次モーメント (I_y) : 4.266667×10^{-2} m⁴

➤ **荷重**

1. モデル1: 等分布荷重 1.0 kN/m 載荷

2. モデル2: 集中荷重 10.0 kN 載荷

02.2 作業環境の設定

02.2.1 単位系の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  > **新規プロジェクト...**

メインメニュー  > **保存**

1. ファイル名：“**単純梁**”と入力し[保存]をクリック

使用する単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

2. 長さ> 「m」、力> 「kN(ton)」を選択
3. [OK]をクリック

▶ 図 1.8
ファイルの保存
単位系の設定



単位系の設定は画面下のステータスバーでも簡単に操作できる。



02.2.2 作業平面の 設定

Civil は 3D 構造物の解析までを考慮するプログラムであるため、2 次元の平面で挙動する構造物に対し不必要な自由度を拘束することで面外挙動を制限する必要がある。例えば、X-Z 平面内での挙動のみを考慮する場合は全ての節点の D_Y (Y 方向の変形)、 R_X (X 軸回転)、 R_Z (Z 軸回転) 自由度を拘束しなければならない。

Civil ではこのように構造物の挙動を特定平面上で制限したい場合に、基本設定で簡単に自由度が拘束できる。

本チュートリアルでは全体座標系(Global Coordinate System, GCS)を基準に X-Z 平面の挙動のみ許容するため構造形式を 2D 挙動の構造物(X-Z 平面)と指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z 平面」を選択
2. [OK]をクリック

▶ 図 1.9
作業平面の設定



02.3 材料及び断面の定義

02.3.1 材料の定義

Civil では構造材として使用される鋼材とコンクリートの材料情報が搭載されている。規格や種別から選択でき、材料の特性を直接入力することも可能である。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]をクリック
2. 名称：“コンクリート”入力
3. 弾性データ > タイプ > 「コンクリート」を選択
4. コンクリート > 規格 > 「JIS(RC)」を選択, 種別 > 「Fc24」を選択
5. [OK]をクリックした後, [閉じる]をクリック

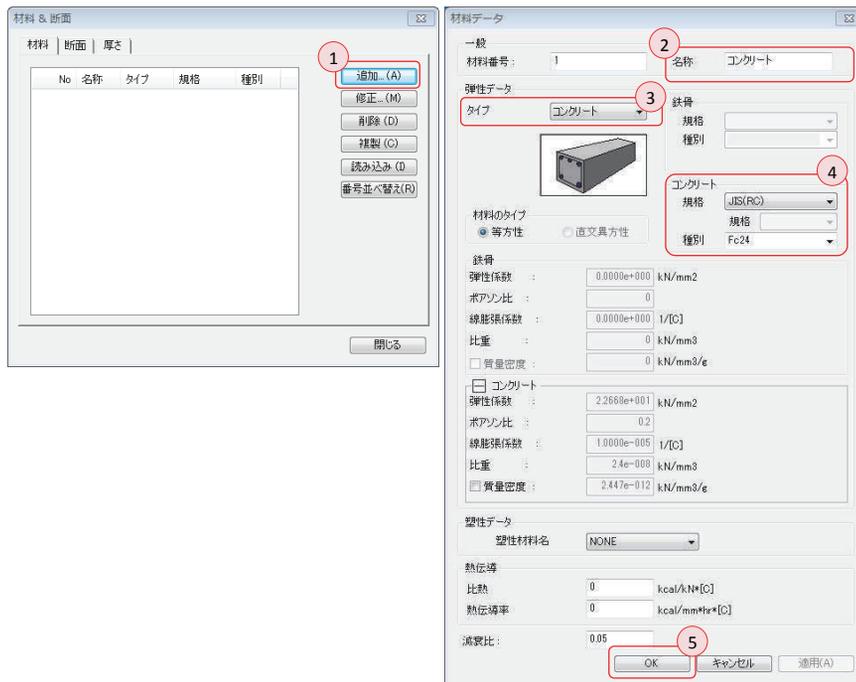
▶図 1.10
材料の定義



任意の材料を使用する場合、
タイプを「ユーザー定義」にする
と、物性値が直接入力できる。



[OK]ボタンをクリックすると、
材料データのウィンドウが閉じる
ため、複数の材料を定義する
場合は[適用]ボタンをクリック
し、続けてデータを入力した
後、最後に[OK]ボタンをクリック
する。



02.3.2 断面の定義

Civil では断面寸法を入力すると、断面積、断面 2 次モーメントなどの構造解析で使用される断面特性が自動的に計算されます。



「せん断変形を考慮する」機能は断面のせん断変形の考慮の有無を設定するオプションである。一般的に、構造力学の計算ではせん断変形は微小であるため無視するが、解析プログラムでは微小な変形も考慮する。せん断変形を無視する構造力学の計算結果と比較するため、本チュートリアルではオプションにチェックオフすることで条件を統一する。

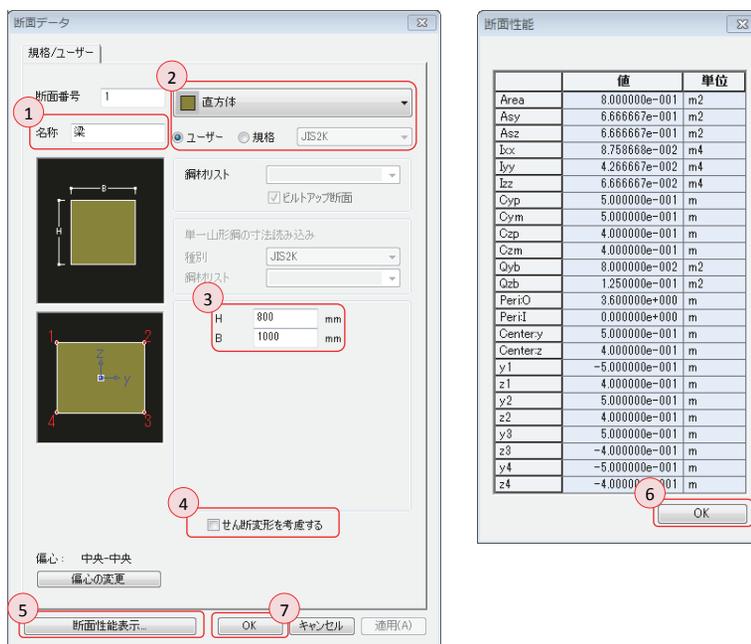


「断面性能表示...」ボタンをクリックすると、プログラムで自動計算された断面性能が確認できる。

▶ 図 1.11
断面の定義

メインメニュー [材料/断面] > [断面] > **[断面]**

1. [追加...] をクリック、名称：“梁” 入力
2. 断面形状 > 直方体 を選択、定義方法 > ユーザー を選択
3. H：“0.8” 入力、B：“1” 入力
4. 「せん断変形を考慮する」にチェックオフ
5. [断面性能表示...] をクリック
6. 断面性能を確認し、[閉じる] をクリック
7. [OK] をクリックした後、[閉じる] をクリック



Area : 断面積

Asy : ローカル y 方向のせん断に対するせん断面積

Asz : ローカル z 方向のせん断に対するせん断面積

Ixx : ねじり定数

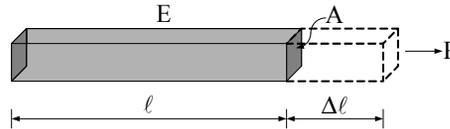
Iyy : ローカル y を中立軸にする断面 2 次モーメント

Izz : ローカル z を中立軸にする断面 2 次モーメント



材料と断面

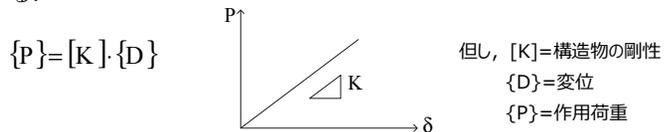
梁の軸方向に荷重 P が加わると変位 Δl が発生する。この時 Δl は弾性係数 (E) と断面面積 (A) が大きいほど小さくなり、荷重 (P) と長さ (l) が大きいほど大きい。



これを数式で表すと次のようになる。

$$\Delta L = \frac{P \ell}{EA} \rightarrow P = \frac{EA}{\ell} \cdot \Delta l$$

すなわち、次のような荷重-変位グラフで表すことが出来る。ここで勾配 (K) は構造物の剛性を意味する。

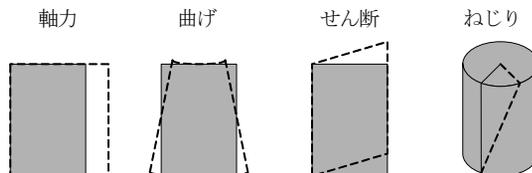


プログラムを利用した構造解析では変位を求めると、応力、部材力など、他の結果が計算できる。

構造解析のモデリングの過程は未知数である変位を求めるため荷重と剛性を入力する過程である。Civil で荷重は[荷重]メニューで、剛性は[材料/断面]で入力できる。

構造物の剛性は [K] で表す式で、分子項 {EA} を剛性 (Rigidity) と言い、上記で定義した材料と断面のデータから計算できる。断面剛性は断面の形状及び大きさにより自動で計算でき、軸剛性以外に、曲げ剛性、せん断剛性、ねじり剛性などに適用される変数は「材料」と「断面」で任意の値として入力できる。(材料の定義、断面の定義のダイアログボックスを参照)

材料と断面で定義される様々な剛性



▶ 図 1.12
軸変形

▶ 図 1.13
断面剛性

02.4 節点と要素の生成

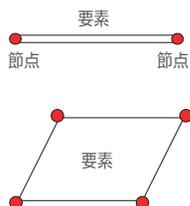
02.4.1 節点の生成

要素を生成する位置に節点を生成する。



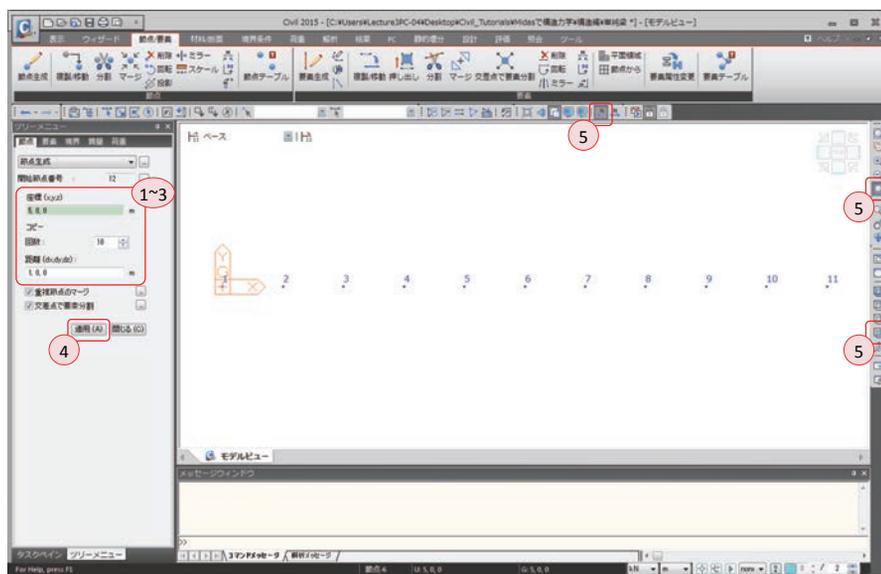
Civilのような有限要素解析プログラムは、解析する構造物を節点(Node)を繋いだ要素(Element)でモデリングする。要素の種類は引張と圧縮だけで表現できるトラス要素、軸方向の力と曲げが考慮できる梁要素、面を表す板要素などがある。解析する挙動の特性を持つ要素を適切に使用する必要がある。また、要素は小さく分割してモデリングすることで、より精密な解析結果が得られる。

▶ 図 1.14
節点の生成



メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [節点生成]

1. 座標 (x, y, z) : “0, 0, 0” 入力
2. コピーの回数 : “10” 入力
3. 距離(dx, dy, dz) : “1, 0, 0” 入力
4. [適用]をクリック
5. 節点番号, 自動フィット, 正面(トグルオン)



02.4.2 要素の生成 節点を連結して要素を生成する.

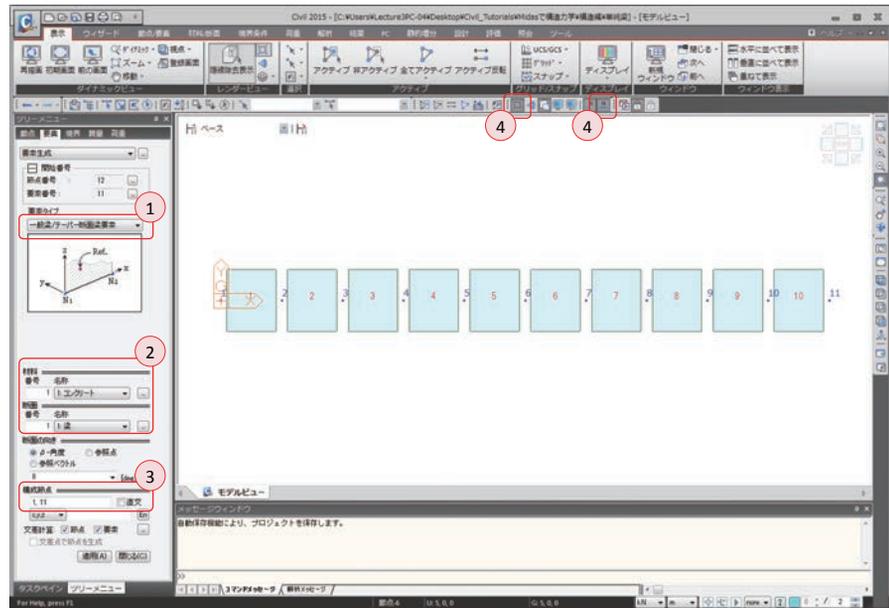
メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [要素生成]

1. 要素タイプ > 「一般梁/テーパー断面梁要素」を選択
2. 材料 > 「1:コンクリート」を選択,
断面 > 「1:梁」を選択
3. 構成節点の入力ボックス内をクリックし緑色に変わったことを確認し、モデルビューから節点1と節点11を順番にクリック
4. モデル縮小表示, 要素番号(トグルオン)

▶ 図 1.15
要素生成

Tip

縮小表示は節点を基準に部材の連結状況を確認する場合に有効である。部材が節点で連結されている場合に、図のように分割されて表示される。



Tip

要素を入力する際に便利なオプション

節点スナップ：モデルビュー上でマウスで位置を指定する際に、最も近い節点の位置を自動で追跡する。

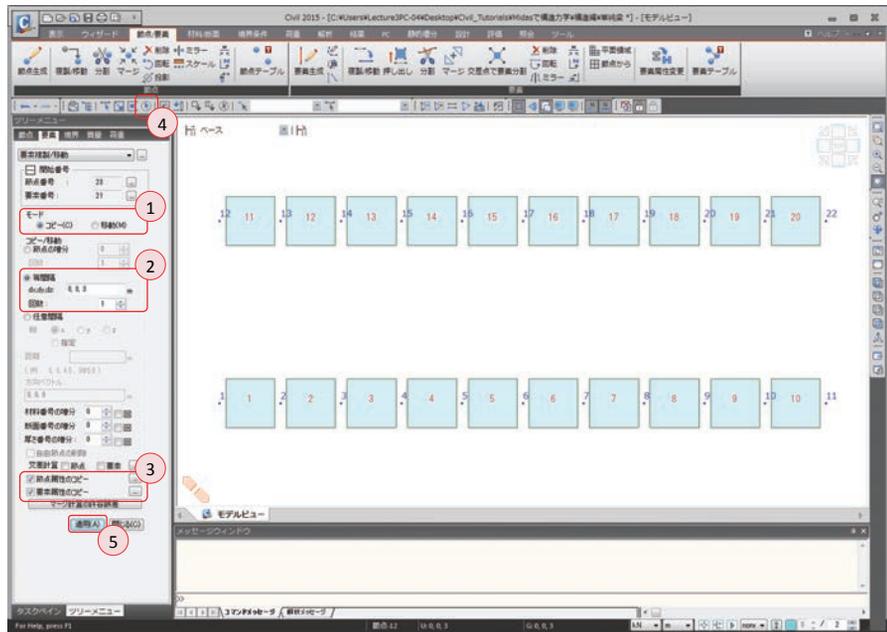
交差計算：要素が生成される位置に節点がある場合、当該位置で要素を自動的に分割する。

02.4.3 要素の複製 生成された部材を複製する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [複製/移動]

1. モード > 「コピー」を選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」 > dx, dy, dz : “0, 0, 3” 入力 > 回数: “1” 入力
3.  全て選択をクリック
4. [適用]クリック

▶ 図 1.16
要素の複製



02.5 境界条件の入力

梁の両端部の支持条件を、左側はヒンジ、右側はローラーで入力する。

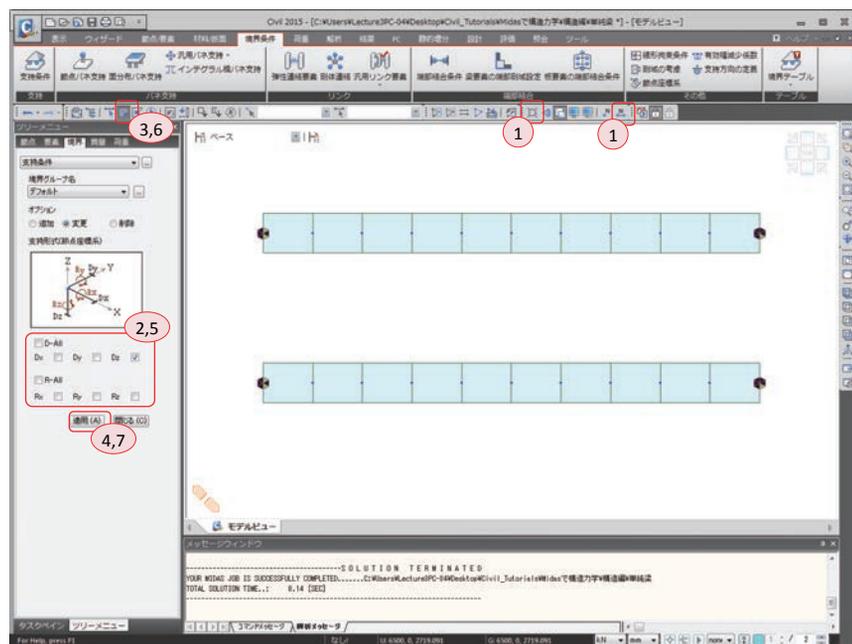
メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

1. 縮小表示, 要素番号(トグルオフ)
2. 支持形式 > D_x , D_z (チェックオン)
3.  ウィンドウで選択をクリックし, 節点 1 と節点 12 を選択
4. **[適用]**をクリック
5. 支持形式 > D_x (チェックオフ)
6.  ウィンドウで選択をクリックし, 節点 11 と節点 22 を選択
7. **[適用]**をクリック



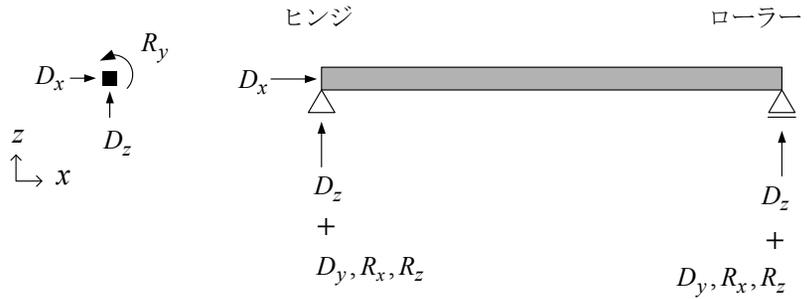
Tip
基本設定で構造形式を「X-Z 平面」と設定したため、他の自由度に関しては自動的に拘束されている。そのため、各節点では D_x , D_z , R_y の自由度だけ考慮すればよい。ピン支持の場合は D_x , D_z が拘束され、ローラー支持の場合は D_z のみが拘束される。

▶ 図 1.17
支持条件の入力



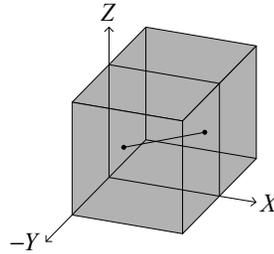
Tip 3次元空間の自由度

▶図 1.18
単純梁の反力と
自由度成分(Local Axis)

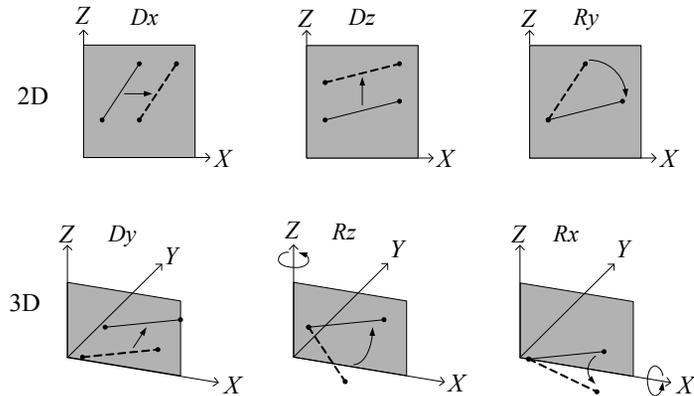


3次元空間で構造物の6つの方向の自由度を次のように表示する。

▶図 1.19
3次元形状



▶図 1.20
3次元の自由度成分
(Global Axis)



02.6 荷重の入力

02.6.1 荷重条件の定義

荷重を入力するため、予め荷重の種類(荷重条件)を定義する。

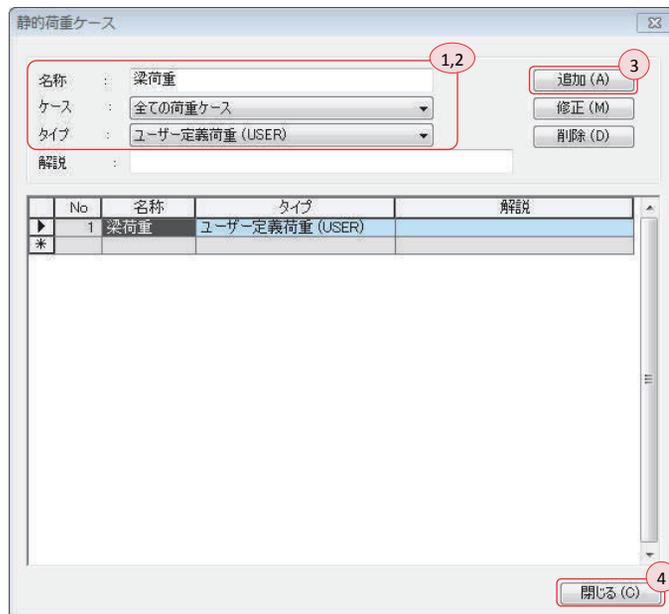
メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > **[静的荷重ケース]**

1. 名称 : “**梁荷重**” 入力
2. タイプ : 「**ユーザー定義荷重 (USER)**」 選択
3. **[追加]** をクリック,
4. **[閉じる]** をクリック

▶ 図 1.21
荷重条件の定義



Tip
実際では「タイプ」で死荷重または活荷重など、実際入力する荷重条件を区分し定義する。解析後の設計段階では、ここで入力した荷重条件別に異なる係数が適用された荷重組合わせの部材力で設計しなければならないためである。



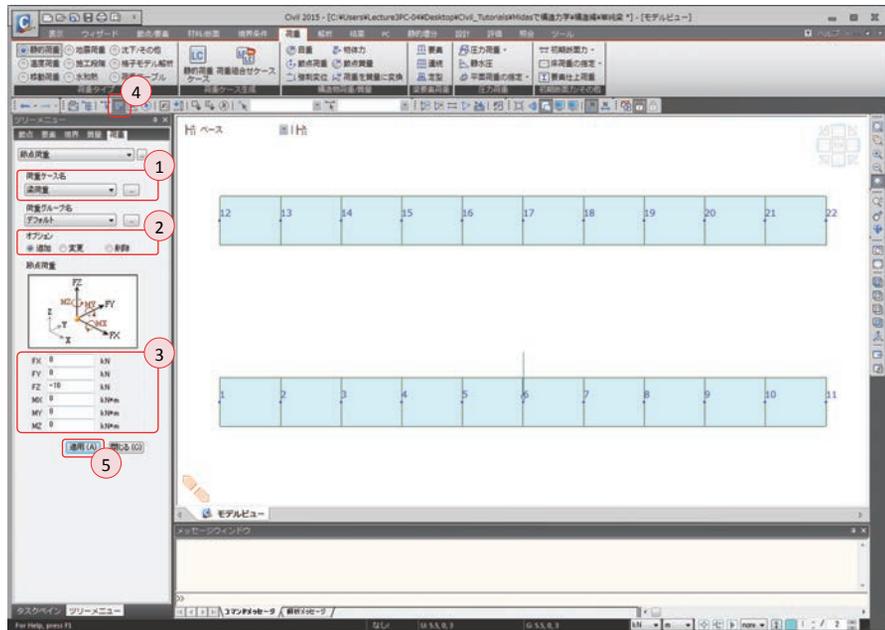
02.6.2 荷重の入力

集中荷重を入力する.

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重タイプ/質量] > [節点荷重]

1. 荷重ケース名 > 「梁荷重」を選択
2. オプション > 「追加」選択
3. 節点荷重 > FZ: “-10” 入力
4. ウィンドウで選択で節点6を選択
5. [適用]クリック

▶ 図 1.22
集中荷重の入力



02.6.3 分布荷重の入力

等分布荷重を入力する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > **[要素]**

1. 荷重ケース名 > 「**梁荷重**」
2. 荷重タイプ > 「**等分布荷重**」
3. 方向 > 「**グローバルZ**」
4. 値入力 > x1: “0”, w: “-1”, x2: “1” 入力
5. **節点番号**(トグルオフ), **要素番号**(トグルオン)
6.  **ウィンドウ**で選択で**要素 11~要素 20**を選択
7. **[適用]**をクリック

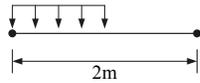
Tip
相対値: x1, x2 を全長に対する割合で入力する方法

値入力

相対値 絶対値

x1	0	w	-1
x2	0.5		0
x3	0		0
x4	0		0

単位: kN/m



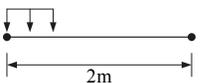
絶対値: x1, x2 を絶対長さで入力する方法

値入力

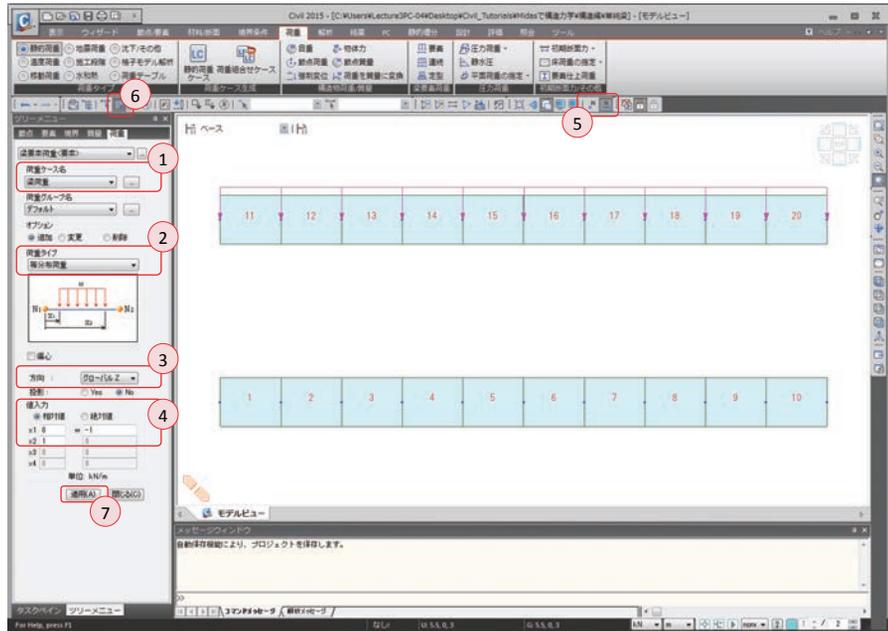
相対値 絶対値

x1	0	w	-1
x2	0.5		0
x3	0		0
x4	0		0

単位: kN/m



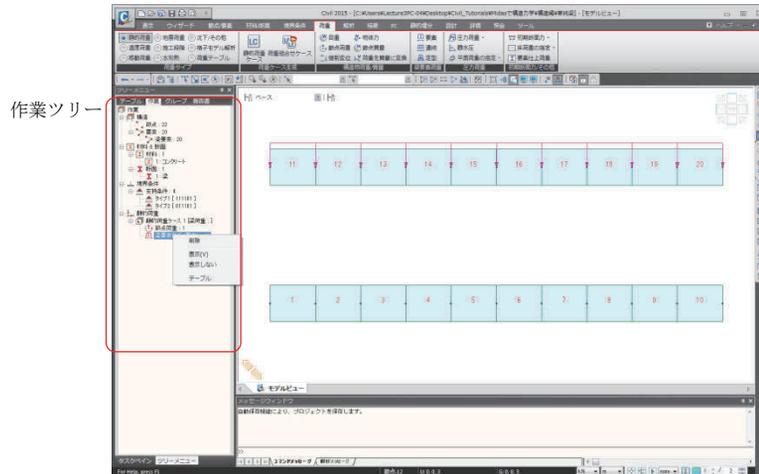
▶ 図 1.23
等分布荷重の入力



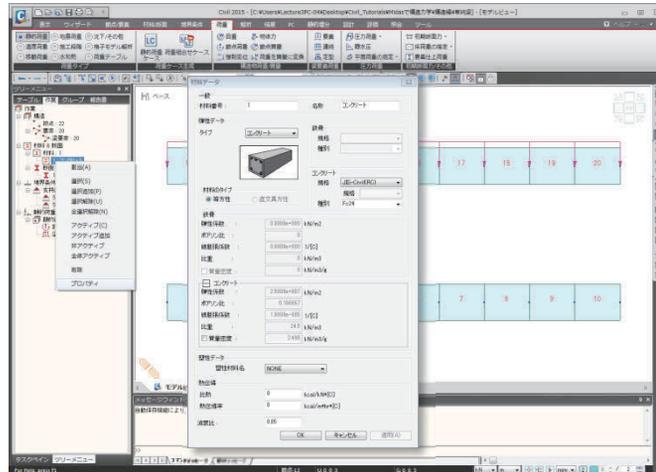
02.7 構造解析の実行

02.7.1 入力データの検討 作業ツリーを利用し、モデリングデータを確認する。作業ツリーで確認したい項目でマウスの右ボタンをクリックし表示されるコンテキストメニューからデータの確認および修正が可能である。

▶図 1.24
荷重の確認



▶図 1.25
材料の確認



02.7.2 構造解析の 実行

解析用のモデルの部材生成、荷重条件および境界条件の入力が終了したら、構造解析を実行する。

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

1. メッセージウィンドウで解析終了のメッセージが表示される。

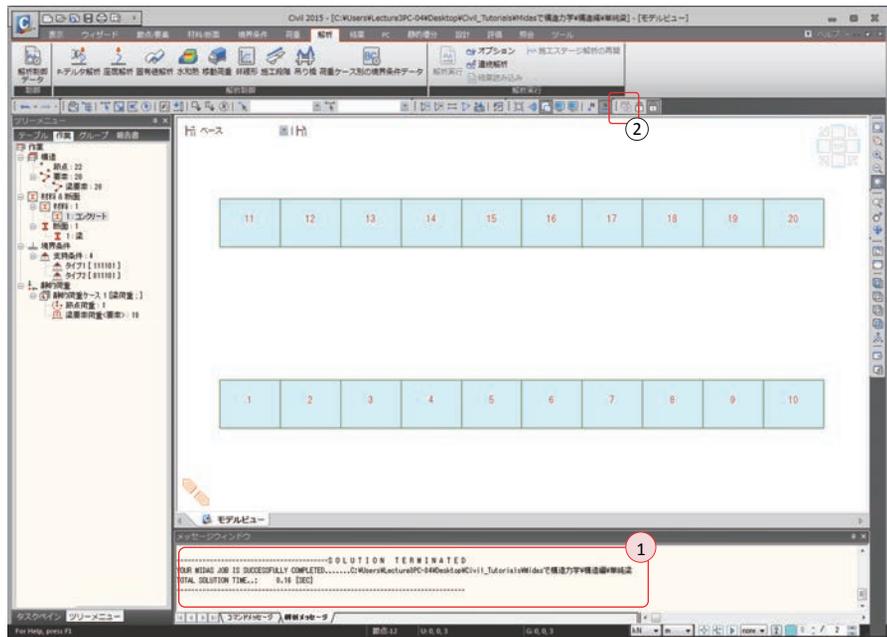
▶ 図 1.26

解析の正常終了メッセージ



Tip

解析実行の短縮アイコンはモデルビューの上部にある。(2) 短縮キー-F5 を押すと実行できる。



02.8 解析結果の確認

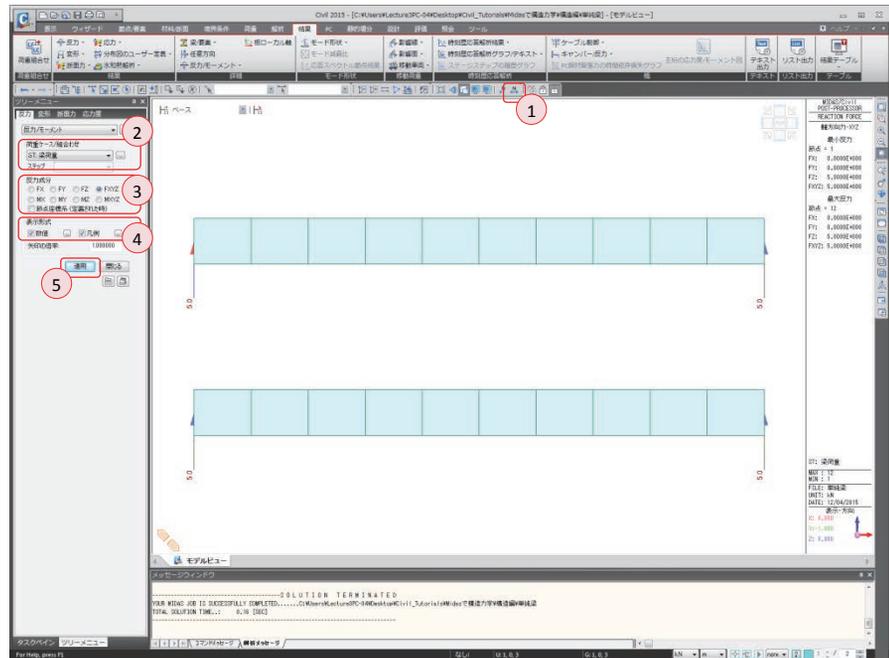
02.8.1 反力

Civil の解析による反力を確認し、数値計算の結果と比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > [反力/モーメント]

1. 要素番号(トグルオフ)
2. 荷重ケース/組合せ > 「ST:梁荷重」選択
3. 反力成分 > 「FXYZ」選択
4. 表示形式 > 数値, 凡例(チェックオン)
5. [適用]クリック

▶ 図 1.27
反力の結果



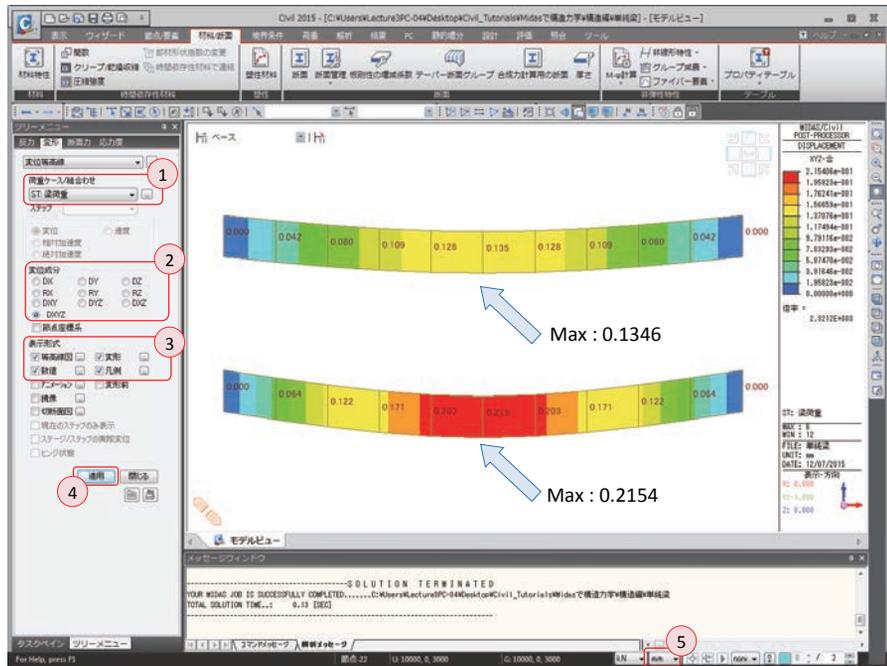
反力が数値計算の結果の 5kN と一致することが確認できる。

02.8.2 変位及び変形 Civilの解析による変位を確認し、数値計算の結果と比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変位等高線図]

1. 荷重ケース/組合せ > 「ST:梁荷重」選択
2. 変位成分 > 「DXYZ」選択
3. 表示形式 > 等高線図, 変形, 数値, 凡例(チェックオン)
4. [適用]クリック
5. 画面下のステータスバーで、長さの単位を「mm」に変更

▶ 図 1.28
変位の結果



数値計算の結果(等分布荷重モデル : 0.1346 mm, 集中荷重モデル : 0.2154 mm)と一致することが分かる。

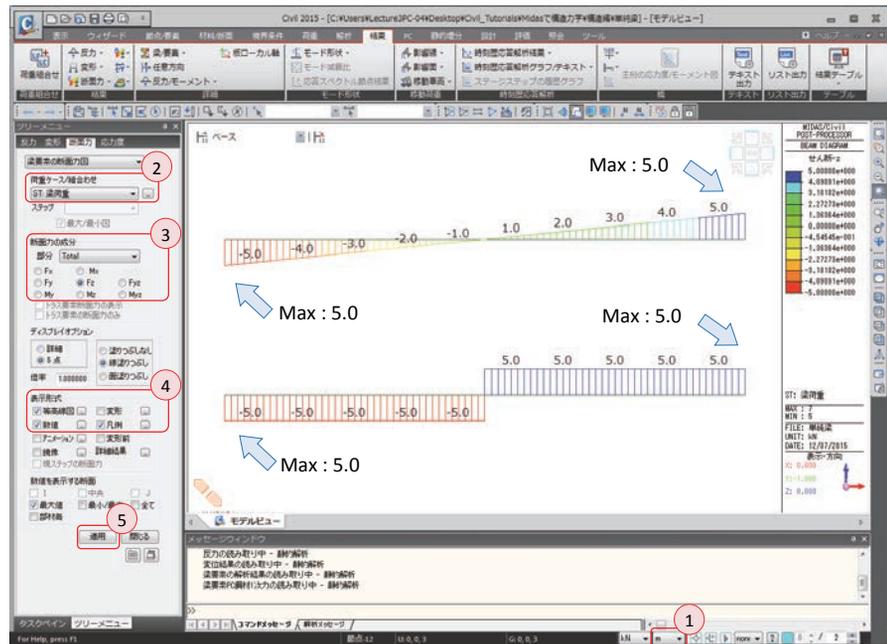
02.8.3 部材力

せん断力図及び曲げモーメント図を確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

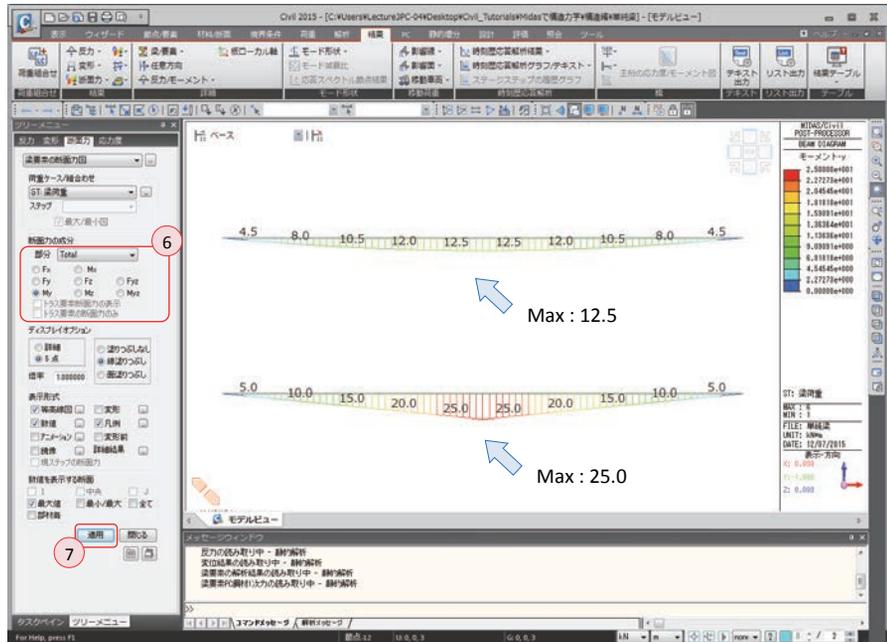
1. 画面下のステータスバーで、長さの単位を「m」に変更
2. 荷重ケース/組合せ > 「ST:梁荷重」
3. 断面力の成分 > 「Fz」
4. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例(チェックオン)
5. [適用]クリック
6. 断面力の成分 > 「My」
7. [適用]クリック

図 1.29
せん断力(Fz)の結果



せん断力の数値計算の結果(最大値: 5kN)と一致することが確認できる。

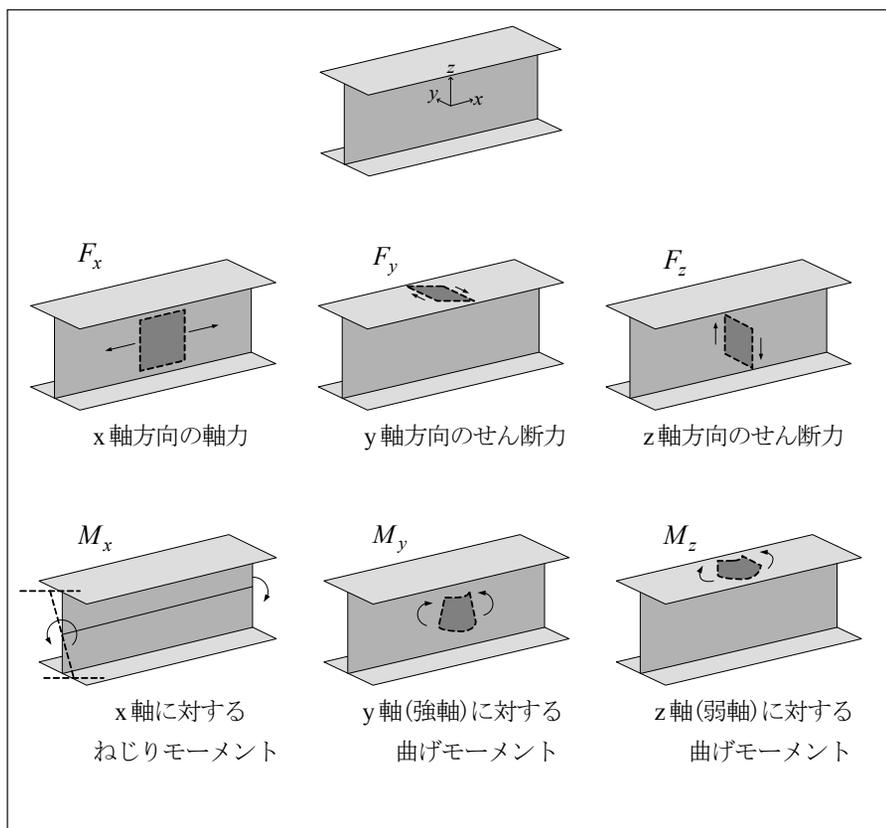
▶ 図 1.30
モーメント(My)の結果



モーメントの数値計算の結果(等分布荷重モデル : 12.5kN-m, 集中荷重モデル : 25 kN-m)と一致することが確認できる。

 Tip
断面力の成分

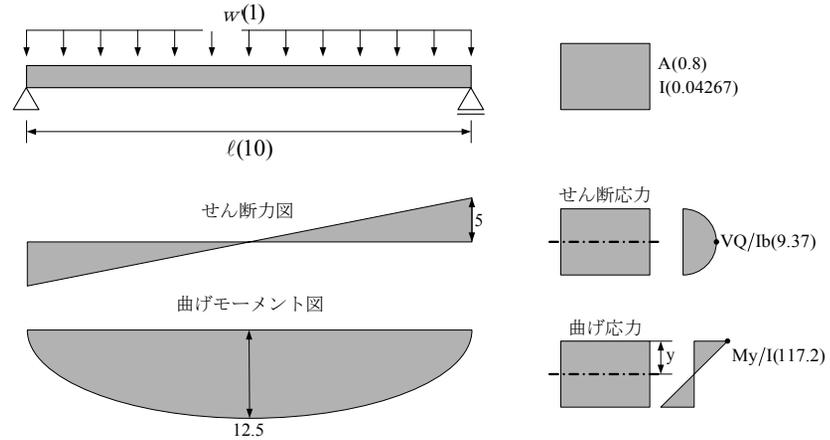
▶ 図 1.31
断面力の成分



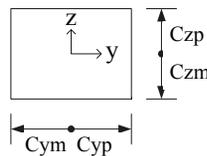
02.8.4 応力

せん断力が最も大きい支点部のせん断応力と曲げモーメントが最も大きい中央部の曲げ応力を計算する。

▶図 1.32
応力度の計算



Tip
Sax は σ_{Axial} を意味する



断面性能

	値	単位
Area	3.000000e-001	m ²
Asy	6.666667e-001	m ²
Asz	6.666667e-001	m ²
Ixx	8.758666e-002	m ⁴
Iyy	4.266666e-002	m ⁴
Izz	6.666667e-002	m ⁴
Cyp	5.000000e-001	m
Cym	5.000000e-001	m
Czp	4.000000e-001	m
Czm	4.000000e-001	m
Qyb	8.000000e-002	m ²
Qzb	1.250000e-001	m ²
PeriO	3.600000e+000	m
PeriI	0.000000e+000	m
Centery	5.000000e-001	m
Centerz	4.000000e-001	m
y1	-5.000000e-001	m
z1	4.000000e-001	m
y2	5.000000e-001	m
z2	4.000000e-001	m
y3	5.000000e-001	m
z3	-4.000000e-001	m
y4	-5.000000e-001	m
z4	-4.000000e-001	m

応力は断面内の位置により異なる値を持つ。Civil では、断面で 1 つの応力を出力するが、出力の位置は C 値(Cyp, Cym, Czp, Czm)と y 及び z 値(y1~y4, z1~z4)を入力し調整できる。

Tip 応力度の成分

要素座標が次のような場合、応力記号および計算方法は以下のとおりである。

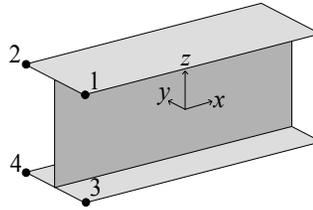
ここで, F_x, F_y, F_z : x 軸方向の軸力, y 方向のせん断力, z 方向のせん断力

I_{yy}, I_{zz} : y 軸に対する断面 2 次モーメント, z 軸に対する断面 2 次モーメント

Q_{yb}, Q_{zb} : y 軸に対するせん断係数, z 軸に対するせん断係数,

M_y, M_z : y 軸に対する曲げモーメント, z 軸に対する曲げモーメント

C_y, C_z : y 方向の最外縁距離, z 方向の最外縁距離



▶ 図 1.33
応力度の成分

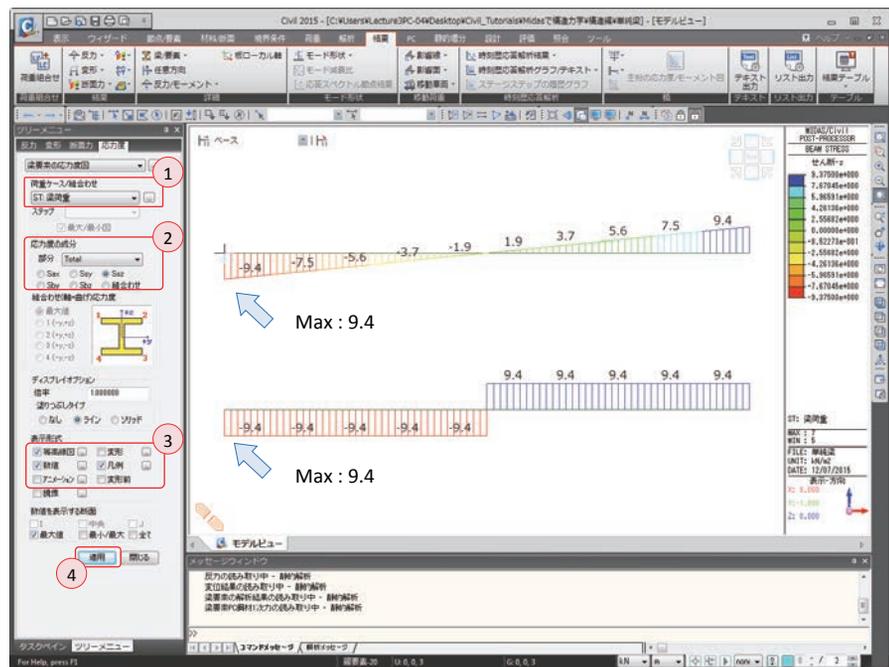
S_{ax}	軸応力	$\frac{P}{A}$	$\frac{F_x}{Area}$
S_{sy}	弱軸 せん断応力	$\frac{VQ}{Ib}$	$\frac{F_y}{I_{zz}} Q_{zb}$
S_{sz}	強軸 せん断応力		$\frac{F_z}{I_{yy}} Q_{yb}$
S_{by}	弱軸 曲げ応力	$\frac{M_y}{I}$	$\frac{M_z}{I_{zz}} \cdot C_y$ (Max(C_{yp}, C_{ym}))
S_{bz}	強軸 曲げ応力		$\frac{M_y}{I_{yy}} \cdot C_z$
組合わせ	組合わせ応力	$\frac{P}{A} + \frac{M_y}{I}$	$\frac{F_x}{Area} + \frac{M_z}{I_{zz}} \cdot y + \frac{M_y}{I_{yy}} \cdot z$ ($y_1 \sim y_4$)

分布荷重によるせん断応力と曲げ応力を確認する。

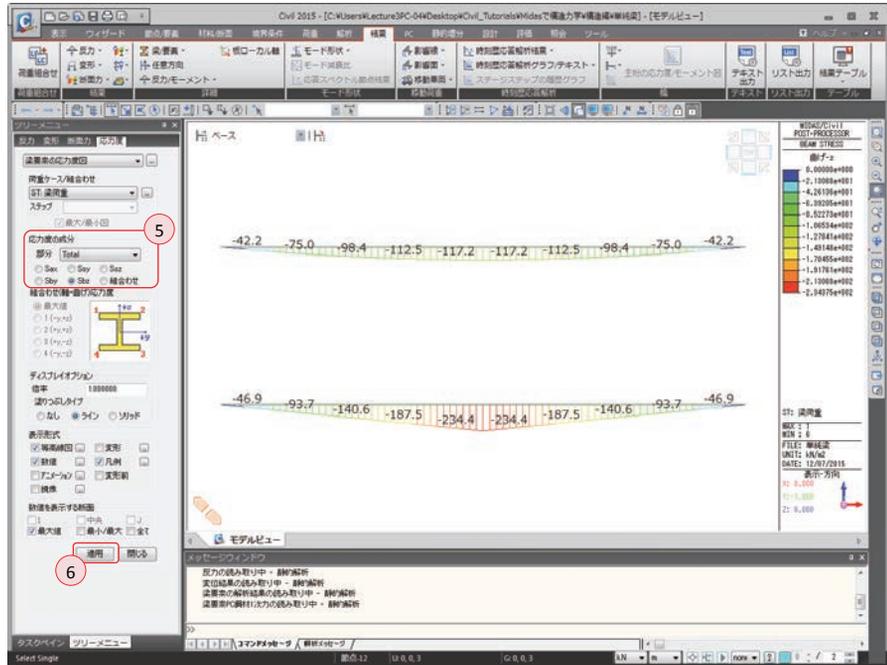
メインメニュー [結果] > [結果] > [応力▼] > [梁要素の応力度図]

1. 荷重ケース/組合わせ > 「ST:梁荷重」
2. 応力度の成分 > 「Ssz」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例(チェックオン)
4. [適用]クリック
5. 応力度の成分 > 「Sbz」 選択
6. [適用]クリック

▶ 図 1.34
せん断応力の結果



▶ 1.35
曲げ応力の結果



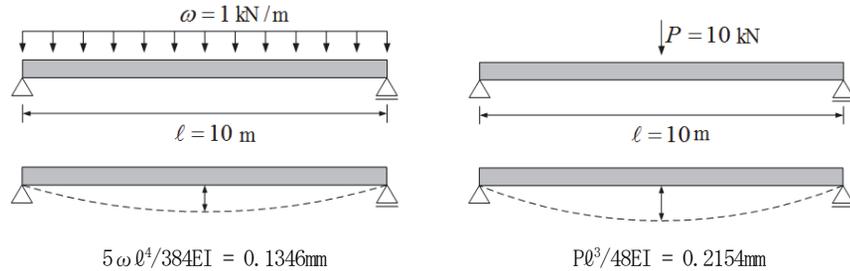
03. 構造計算の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

03.1.1 変位

集中荷重が作用するモデル1と、等分布荷重が作用するモデル2の変位計算の結果は次の通り。Civilの計算結果と一致することが分かる。
(単位：kN, m, せん断変形量は無視する。)

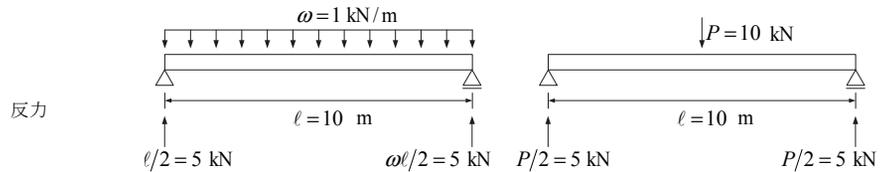
▶ 図 1.36
変位の計算結果



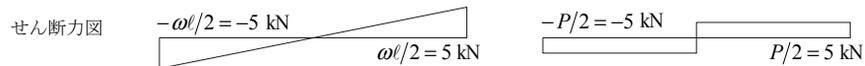
03.1.2 断面力

モデル1とモデル2の断面力の計算結果は次の通り。Civilの計算結果と一致することが分かる。

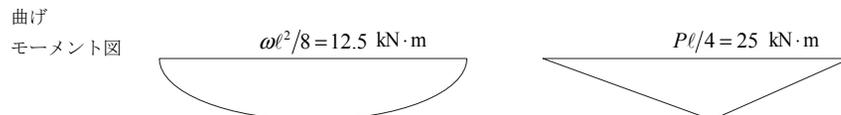
▶ 図 1.37
反力の計算結果



▶ 図 1.38
せん断力の計算結果

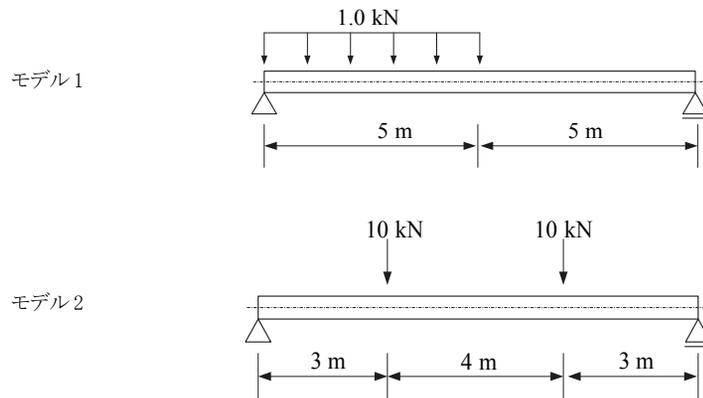


▶ 図 1.39
モーメントの計算結果



04. 練習問題

下図のように、一端はヒンジ、他端はローラーで構成された単純梁の変形及び反力、せん断力、モーメントを求めなさい。(但し、せん断変形は無視する。)



➤ **材料**

コンクリート : 24 MPa (弾性係数 $E = 2.2668 \times 10^7$ kN/m²)

➤ **断面**

断面積 : 3.0×10^{-1} m² (0.4m × 0.75m)

断面 2 次モーメント (I_y) : 1.406250×10^{-2} m⁴

➤ **荷重**

1. モデル1 : 等分布荷重 1.0 kN/m 載荷

2. モデル2 : 集中荷重 10.0 kN を上図のように 2 点に載荷

2.

片持ち梁の 解析

TABLE OF CONTENTS

01	概念の理解	
01.1	片持ち梁解析の概念	2-1
02	チュートリアル	
02.1	モデルの概要	2-4
02.2	作業環境の設定	2-5
02.3	材料及び断面の定義	2-7
02.4	節点及び要素の生成	2-9
02.5	境界条件の入力	2-12
02.6	荷重の入力	2-13
02.7	構造解析の実行	2-15
02.8	解析結果の確認	2-17
03	構造計算の解説	
03.1	力学的概念の理解及び 数値計算	2-22
04	練習問題	2-23

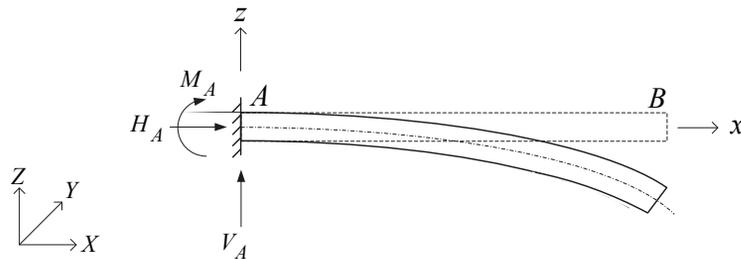
01. 概念の理解

01.1 片持ち梁解析の概念

片持ち梁は単純梁と同じ静定梁であるが、支持条件が異なる。図 2.1 は全体座標系の X - Z 平面(2次元空間)に存在する片持ち梁とそこに作用する荷重及び反力を表した図である。

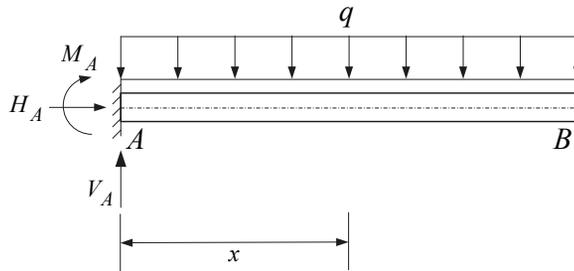
図 2.1 のように、片持ち梁は左側(A 端)は水平・垂直方向の移動及び回転に対し全て拘束されているが、右側(B 端)は拘束されていない。

▶図 2.1
片持ち梁

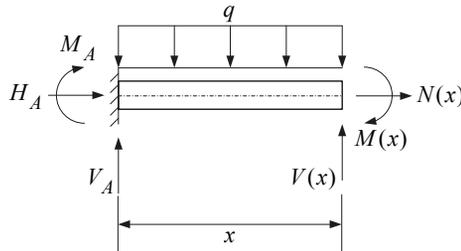


力の釣り合い条件を適用し、片持ち梁の反力が求められたら、部材内部の任意の位置(断面)で発生する断面力を算定する。部材の軸方向の任意の距離 x に位置する断面での断面力は、軸力($N(x)$)、せん断力($V(x)$)、モーメント($M(x)$)の3種類で表せる。これら断面力は図 2.2(b)のような自由体に力の釣り合い条件を適用することで求められる。

▶図 2.2
 断面力
 (a) 片持ち梁



(b) 自由物体図



▶式 2.1

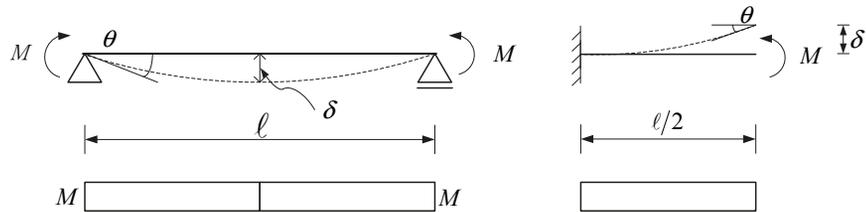
$$\begin{aligned} \sum F_x = 0: & H_A + N(x) = 0 \\ \sum F_z = 0: & V_A + (-)qx + V(x) = 0 \\ \sum M_y = 0: & M_A + V_A x + \frac{1}{2}(-q)x^2 + M(x) = 0 \end{aligned}$$

片持ち梁での荷重-せん断力-モーメントの相関関係と、任意の断面での変形 - ひずみ - 応力の相関関係は単純梁でのそれと同様である。

片持ち梁でのたわみ-たわみ角-曲率の関係を説明するため、図 2.3 のようにスパン長さが l の単純梁とスパン長さが $l/2$ の片持ち梁に一定のモーメント M が作用する場合を考える。モーメントが一定であるため、弾性係数と断面の大きさが変わらない限り曲率も一定である。この場合、単純梁での中央部のたわみと端部のたわみ角は片持ち梁でのそれと等しい。

曲率，すなわち M/EI_y を意味する下図の塗りつぶした部分の面積が等しいからである。たわみ角は塗りつぶした部分の面積で，たわみはその面積のモーメントに当たる。

▶ 図 2.3
単純梁と片持ち梁



▶ 式 2.2

$$\theta = \frac{M}{EI_y} \left(\frac{l}{2} \right) = \frac{Ml}{2EI_y}, \quad \delta = \frac{M}{EI_y} \left(\frac{l}{2} \right) \left(\frac{l}{4} \right) = \frac{Ml^2}{8EI_y}$$

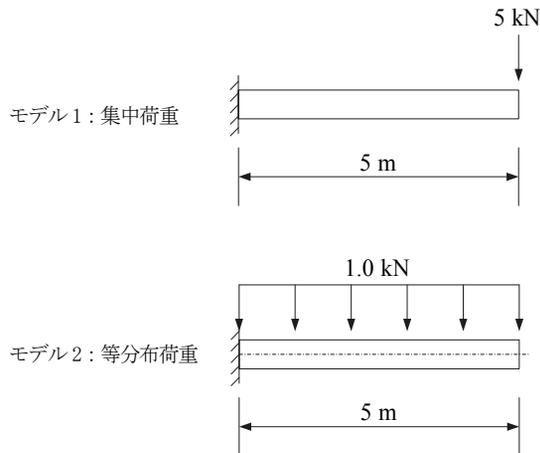
ここでは便宜上の理由で，たわみ角及びたわみの方向に対する符号は省いた。
単純梁と片持ち梁の変形値が一致することは，図の内容からでも推測できる。
単純梁の中心から右側の変形形状は片持ち梁のそれと同じである。単純梁の中央部分でのたわみに対する接線の勾配がゼロであるため，この部分が固定端と同じ効果を示すためである。

02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

次のように片持ち梁に荷重が作用する場合の反力，変位，部材力を確認する。

▶ 図 2.4
解析モデル



➤ **材料**

鋼材：SM490（弾性係数 $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ）

➤ **断面**

断面積： $4.678 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (H 300×150×6.5×9 mm)

断面 2 次モーメント (I_y)： $7.21 \times 10^{-5} \text{ m}^4$

➤ **荷重**

1. モデル 1：集中荷重 5.0 kN 載荷
2. モデル 2：等分布荷重 1.0 kN/m 載荷

02.2 作業環境の設定

02.2.1 単位系の設定 構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  **新規プロジェクト...**

メインメニュー  >  **保存**

1. ファイル名：“片持ち梁”と入力し，[保存]をクリック

使用する単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

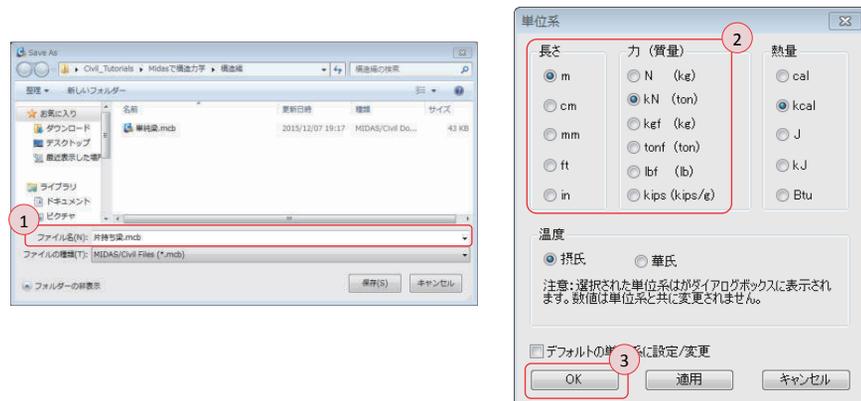
2. 長さ>「m」，力>「kN(ton)」を選択

3. [OK]をクリック

▶ 図 2.5
ファイルの保存
単位系の設定



単位系の設定は画面下のステータスバーでも簡単に操作できる。



02.2.2 作業平面の 設定

Civil は 3D 構造物の解析までを考慮するプログラムであるため、2次元の平面で挙動する構造物に対し unnecessary 自由度を拘束することで面外挙動を制限する必要がある。例えば、X-Z 平面内での挙動のみを考慮する場合は全ての節点の D_y (Y 方向の変形), R_x (X 軸回転), R_z (Z 軸回転) 自由度を拘束しなければならない。

Civil ではこのように構造物の挙動を特定平面上で制限したい場合に、基本設定で簡単に自由度が拘束できる。

本チュートリアルでは全体座標系(Global Coordinate System, GCS)を基準に X-Z 平面の挙動のみ許容するため構造形式を 2D 挙動の構造物(X-Z 平面)と指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z 平面」を選択
2. **[OK]**をクリック

▶ 図 2.6
作業平面の設定



02.3 材料及び断面の定義

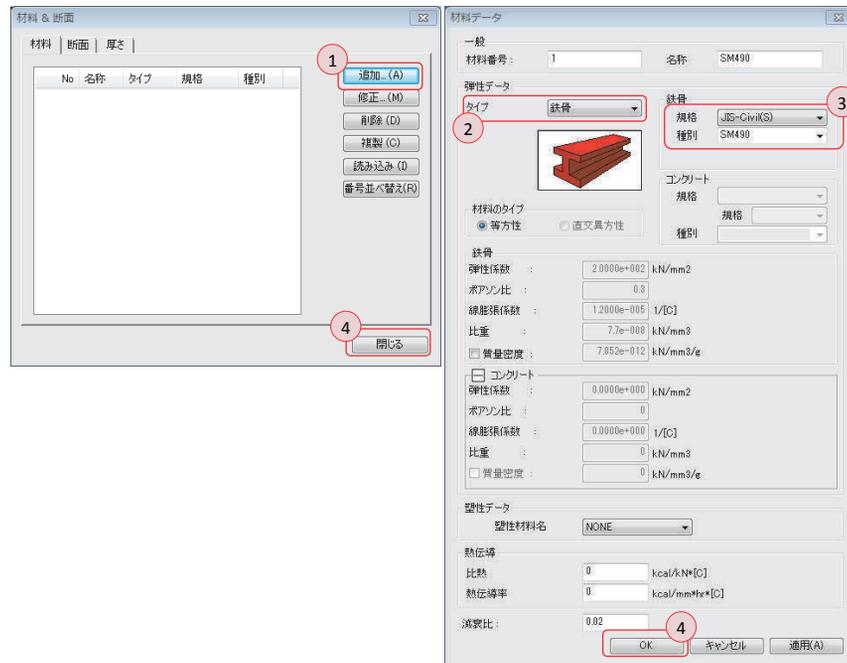
02.3.1 材料の定義

Civil のデータベースに内装されている SM490 を使用する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]をクリック
2. 弾性データ > タイプ > 「鉄骨」を選択
3. コンクリート > 規格 > 「JIS-Civil(S)」を選択
種別 > 「SM490」を選択
4. [OK]をクリックした後, [閉じる]をクリック

▶ 図 2.7
材料の定義



02.3.2 断面の定義 JIS 規格の H 形鋼(H 300×150×6.5×9)を使用する.

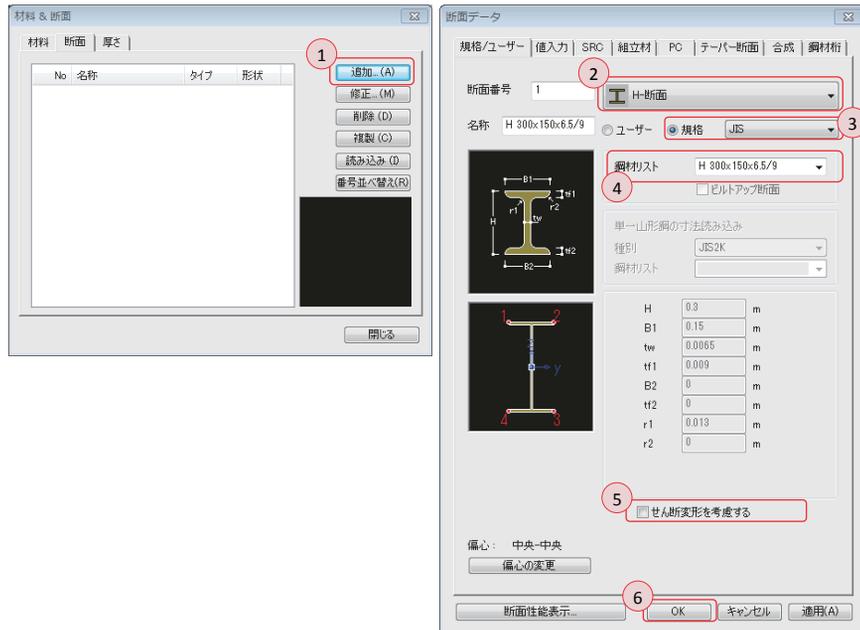
「断面」 タブをクリック

1. [追加...]クリック
2. 断面形状 > 「H-断面」 選択
3. 断面の定義方法 > 「規格」 選択, > 「JIS」 選択
4. 鋼材リスト > 「H 300×150×6.5/9」 選択
5. せん断変形を考慮する(チェックオフ)
6. [OK] クリック, [閉じる]クリック



「せん断変形を考慮する」
機能は断面のせん断変形の考慮の有無を設定するオプションである。一般的に、構造力学の計算ではせん断変形は微小であるため無視するが、解析プログラムでは微小な変形も考慮する。せん断変形を無視する構造力学の計算結果と比較するため、本チュートリアルではオプションにチェックオフすることで条件を統一する。

▶ 図 2.8
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

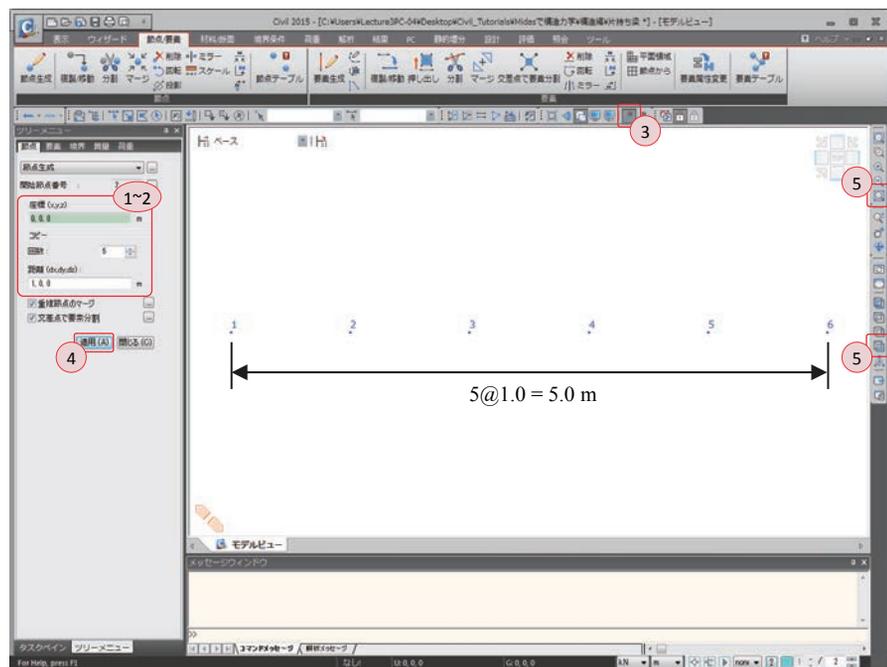
02.4.1 節点の生成

要素が入力される位置にまず節点を作成する。

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [節点生成]

1. 座標 (x, y, z) : “0, 0, 0” 入力
2. コピー > 回数 > “5” 入力
距離 > “1, 0, 0” 入力
3. 節点番号 (トグルオン)
4. [適用] クリック
5. 自動フィット, 正面 (トグルオン)

▶ 図 2.9
節点の生成



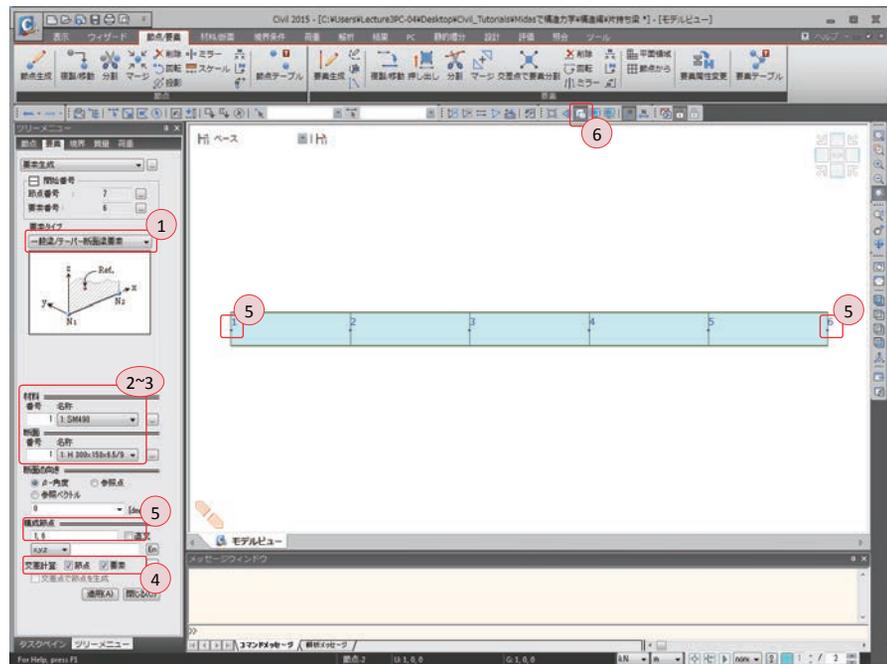
02.4.2 要素の生成

要素生成機能を利用し、既に作成した節点の位置に梁要素を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [要素生成]

1. 要素タイプ > 「一般梁/テーパ断面梁要素」選択
2. 材料 > 「1 : SM490」選択
3. 断面 > 「1 : H 300×150×6.5/9」選択
4. 交差計算 > 節点, 要素(チェックオン)
5. 構成節点の入力ボックスをクリックし、緑色に変換されたらモデルビューで
節点1と節点6を順番にクリック
6. 隠線除去表示(トグルオン)

▶ 図 2.10
梁要素の生成



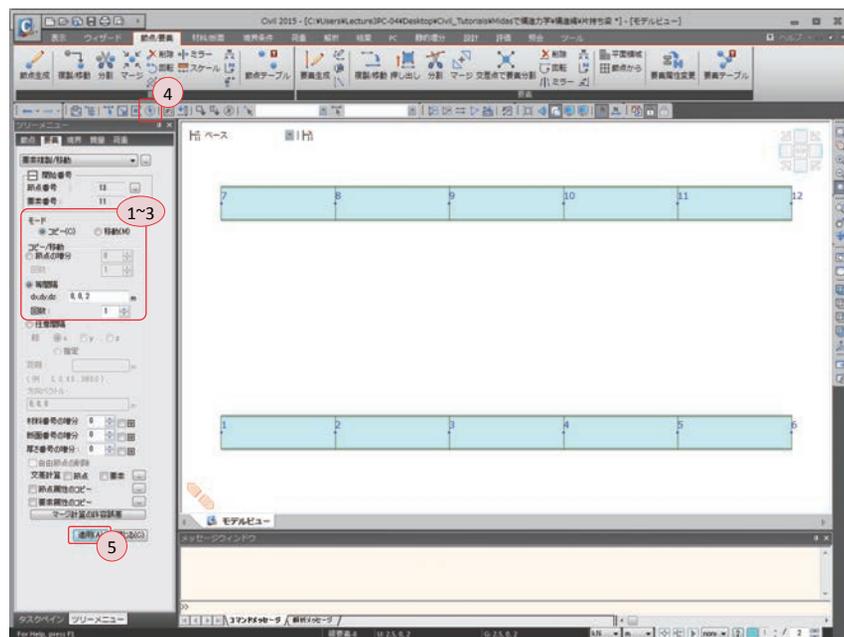
02.4.3 要素の複製

生成された部材の材質、断面、長さと同一条件で複製する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[複製/移動]**

1. モード > 「コピー」選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」選択
3. dx, dy, dz > “0, 0, 2” 入力
回数 > “1” 入力
4.  全て選択をクリック
5. **[適用]**クリック

▶ 図 2.11
要素の複製



02.5 境界条件の入力

Civil は 3 次元の構造解析のプログラムであるため、各節点で 6 つの自由度 (D_x , D_y , D_z , R_x , R_y , R_z) を考慮し、これらは 6 つの三角形で表示される。自由度の拘束状況は三角形の色で確認できる。(拘束=緑, 自由=青)。



Tip
構造形式を X-Z 平面と設定したため、 D_x , D_z , R_y のみ拘束しても同じ結果が得られる。

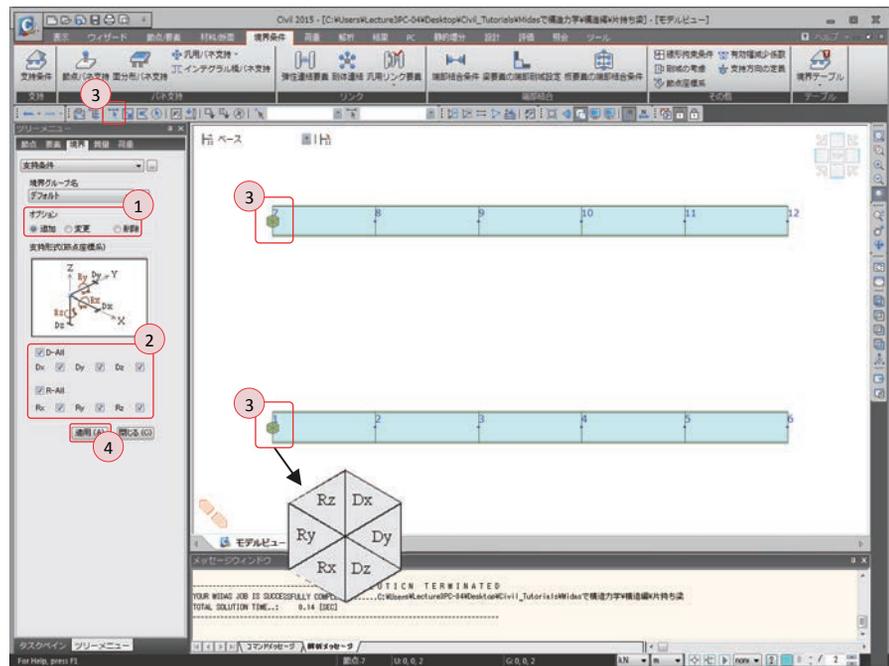
メインメニュー [境界条件] > [支持] > [支持条件]

1. オプション > 「追加」選択
2. 支持形式 > D-All, R-All (チェックオン)
3. 単一選択で節点 1 と節点 7 を選択
4. [適用] クリック

▶ 図 2.12
境界条件の入力



Tip
境界条件を表す六角形の記号は右上の三角形から時計回りに、X 軸変位自由度 (D_x)、Y 軸変位自由度、Z 軸変位自由度、そして、X、Y、Z 軸に対する回転自由度を意味する。



02.6 荷重の入力

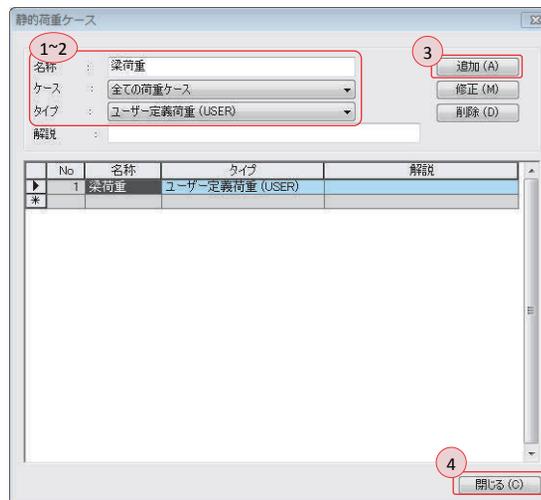
02.6.1 荷重条件の 定義

荷重を入力するため、まず荷重の種類(荷重条件)を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > **[静的荷重ケース]**

1. 名称 : “**梁荷重**” 入力
2. タイプ > 「**ユーザー定義荷重 (USER)**」 選択
3. **[追加]** クリック
4. **[閉じる]** クリック

▶ 図 2.13
荷重条件の定義



02.6.2 荷重の入力 片持ち梁の端部(節点 12)に集中荷重 5 kN を入力する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重タイプ/質量] > [節点荷重]

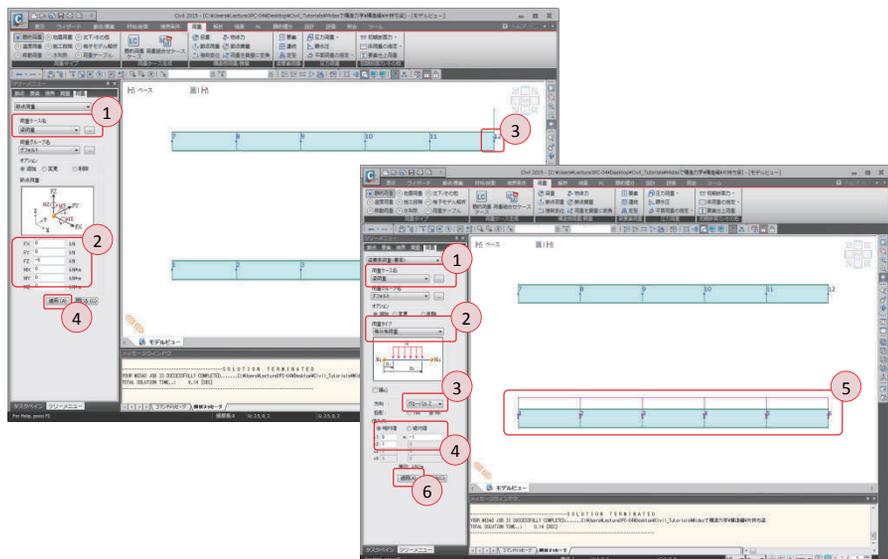
1. 荷重ケース名 > 「梁荷重」を選択
2. 節点荷重 > FZ: “-5” 入力
3.  ウィンドウで選択で節点 12 を選択
4. [適用] クリック

片持ち梁の上部に等分布荷重 1.0 kN を入力する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [要素]

1. 荷重ケース名 > 「梁荷重」
2. 荷重タイプ > 「等分布荷重」
3. 方向 > 「グローバル Z」
4. 値入力 > x1: “0”, w: “-1”, x2: “1” 入力
5.  ウィンドウで選択で要素 1~要素 6 を選択
6. [適用] をクリック

▶ 図 2.14
荷重の入力



02.7 構造解析の実行

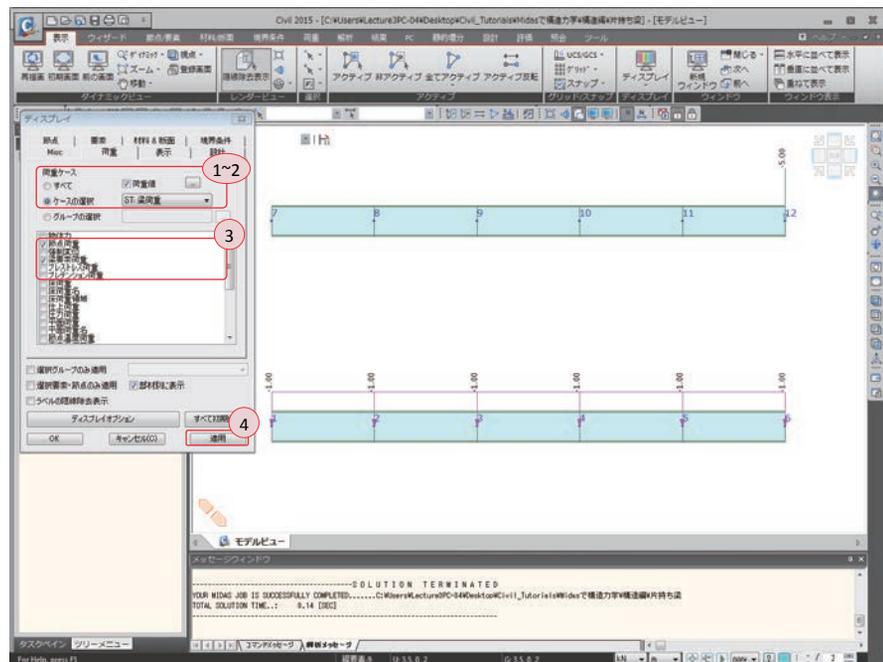
02.7.1 入力データの 検討

解析を遂行する前にモデルに入力された内容を確認する。

メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ] >> 「荷重」タブ

1. 荷重ケース > 荷重値 (チェックオン)
2. > 「ケースの選択」 > 「ST: 梁荷重」選択
3. チェックリストで節点荷重, 梁要素荷重 (チェックオン)
4. [適用]クリック

▶ 図 2.15
入力荷重の確認



確認が終わったら「節点荷重」と「梁要素荷重」をチェックオフし、[OK]ボタンをクリックする。

02.7.2 構造解析の 実行

構造解析モデルの部材の生成、荷重及び境界条件の入力が終わったところで、構造解析を実行する。

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

1. 節点番号、要素番号(トグルオフ)
3. メッセージウィンドウで解析の正常終了のメッセージを確認

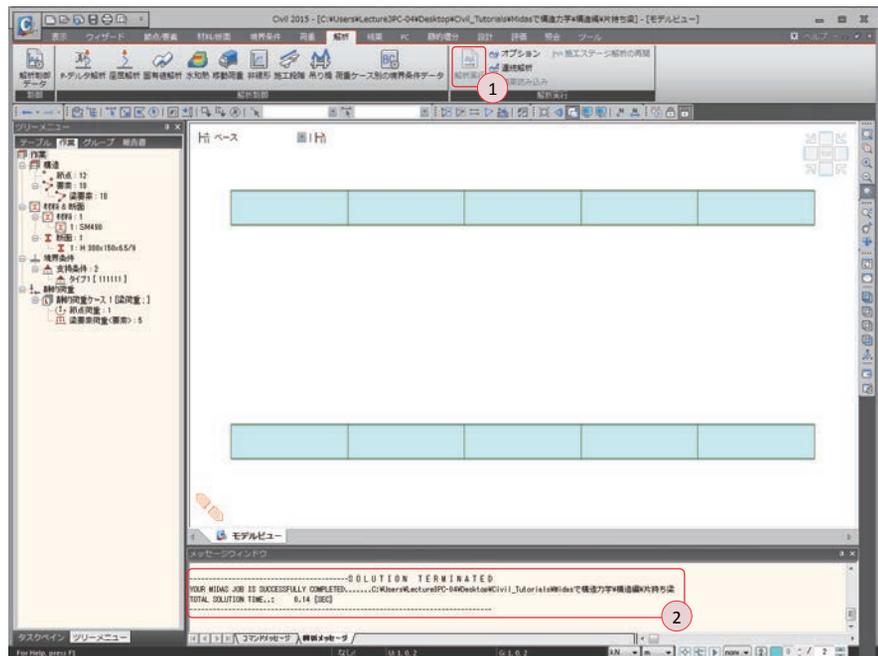
▶ 図 2.16

解析の正常終了のメッセージ



解析の実行機能は画面上部の短縮アイコンまたは短縮キー(F5)でも実行できる。

幾何情報、荷重・境界条件が入力されていない場合や入力情報に誤りがある場合はメッセージウィンドウでエラーの原因が出力される。



02.8 解析結果の確認

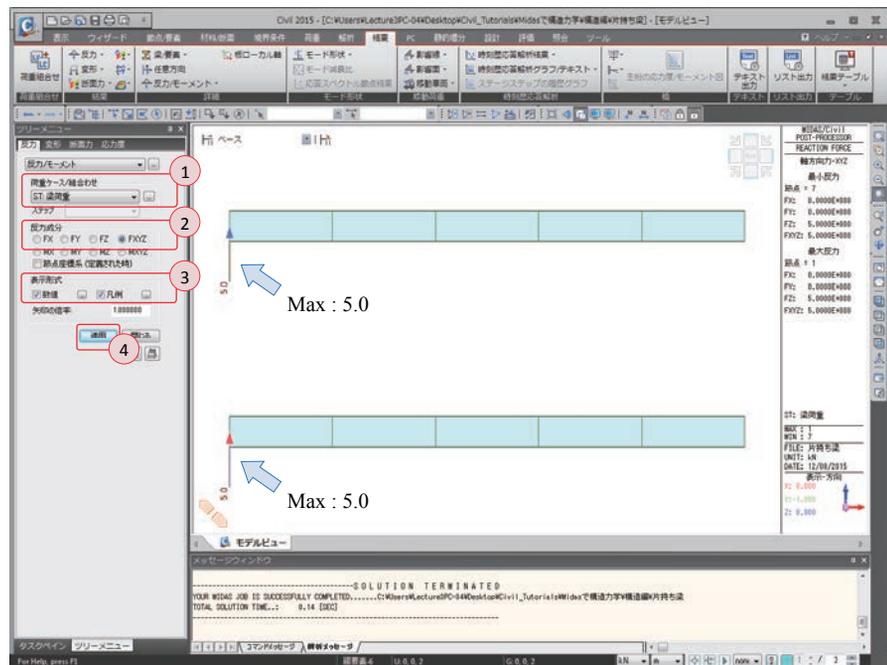
02.8.1 反力

Civil により計算された反力を確認し、数値計算による結果と比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 梁荷重」選択
2. 反力成分 > 「FXYZ」選択
3. 表示形式 > 数値, 凡例(チェックオン)
4. [適用] クリック

▶ 図 2.17
反力の結果



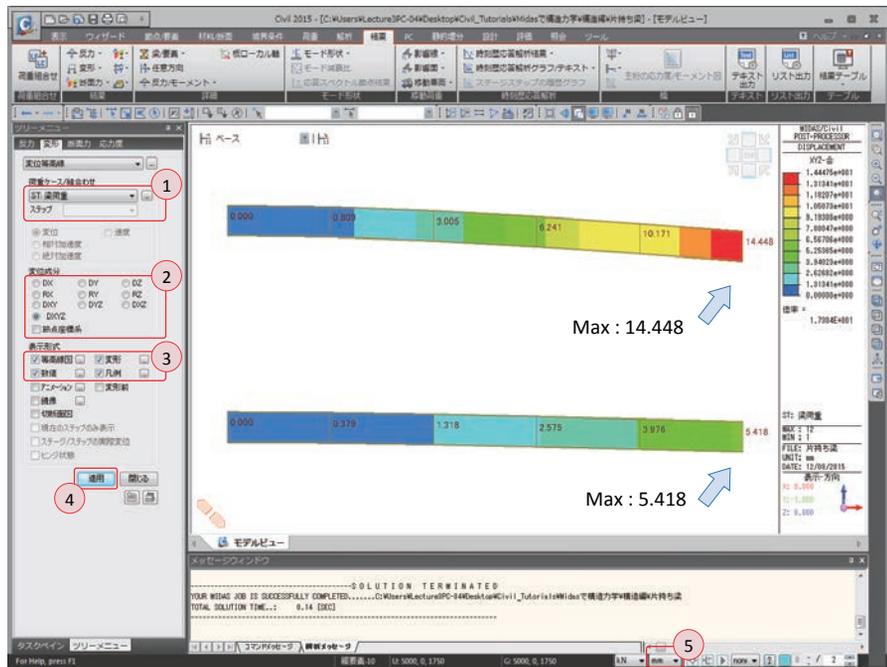
02.8.2 変位と変形

Civil により計算された結果を確認し、数値計算による結果と比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変位等高線]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 梁荷重」 選択
2. 変位成分 > 「DXYZ」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 変形, 数値, 凡例 (チェックオン)
4. [適用] クリック
5. 画面下のステータスバーで、長さの単位を「mm」に変更

▶ 図 2.18
変位の結果



02.8.3 部材力

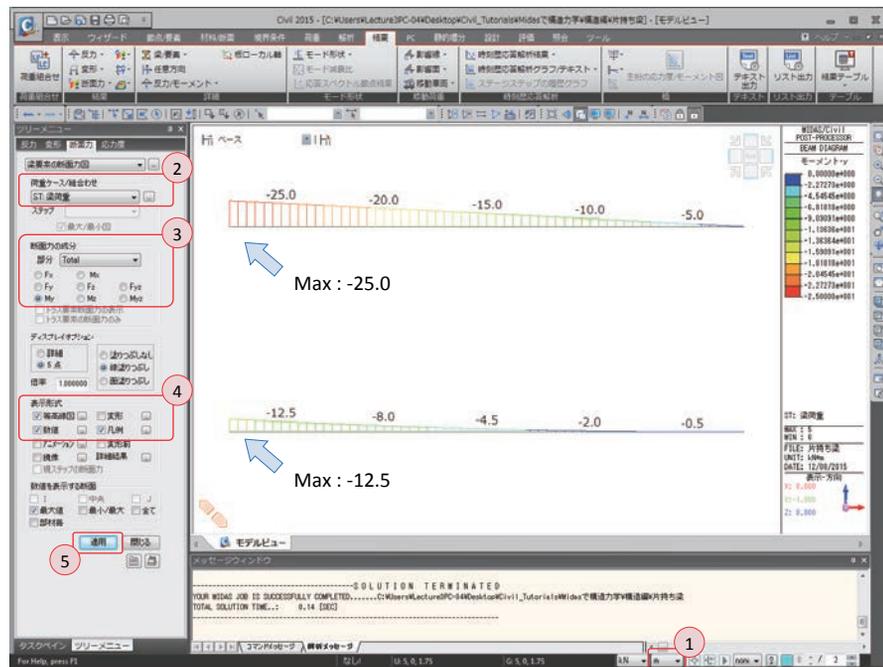
片持ち梁に作用するモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

1. 画面下のステータスバーで、長さの単位を「m」に変更
2. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 梁荷重」選択
3. 断面力の成分 > 「My」選択
4. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例(チェックオン)
5. [適用]クリック

▶図 2.19
モーメントの結果

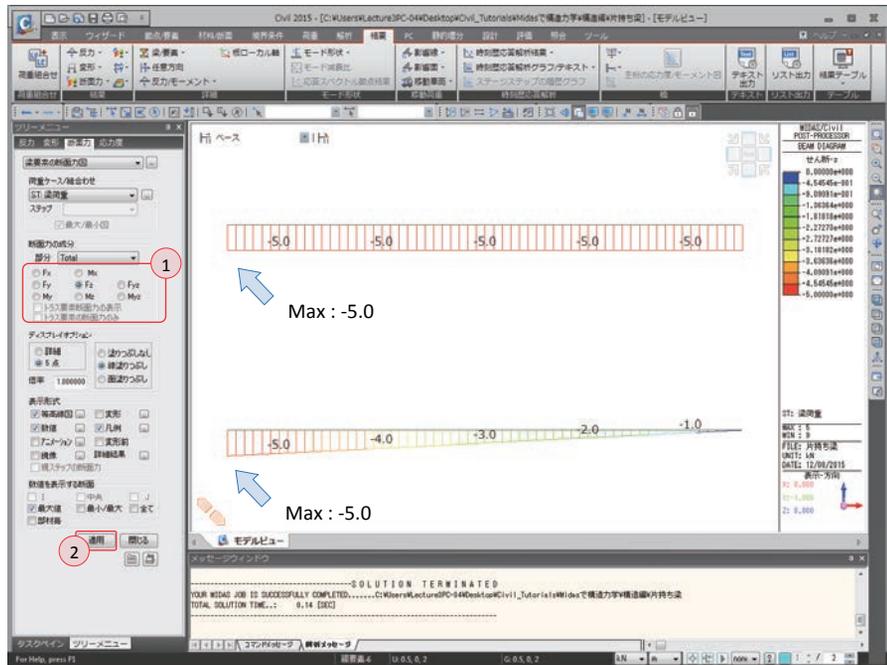
Tip
部材力は要素座標系により出力され、デフォルトでは線要素(梁、柱)の曲げモーメントは My, せん断力は Fz で出力される。



片持ち梁に作用するせん断力を確認する。

1. 断面力のの「Fz」選択
2. [適用]クリック

▶ 図 2.20
せん断力の結果



02.8.4 応力

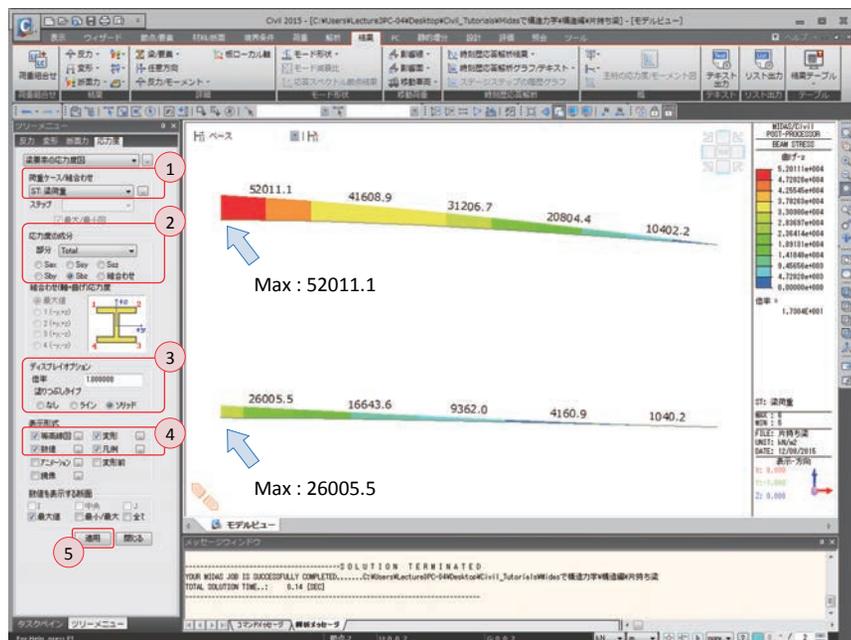
部材の応力を確認する。部材の応力成分で、
 S_{ax} は要素座標系の x 軸方向の軸応力、
 S_{sy} , S_{sz} はそれぞれの要素座標系の y, z 軸方向のせん断応力、
 S_{by} , S_{bz} はそれぞれの要素座標系の y, z 軸に対する曲げ応力を意味する。
 「組合わせ」は組合わせ応力で、 S_{ax} , $\pm S_{by}$, $\pm S_{bz}$ の最大値または最小値を表示する。

曲げ応力のみを確認する場合は、 S_{bz} 成分の応力を選択し検討する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [応力▼] > [梁要素の応力度図]

1. 荷重ケース/組合わせ > 「ST : 梁荷重」選択
2. 応力度の成分 > 「 S_{bz} 」選択
3. ディスプレイオプション > 「ソリッド」選択
4. 表示形式 > 等高線図, 変形, 数値, 凡例 (チェックオン)
5. [適用]クリック

▶ 図 2.21
応力の結果



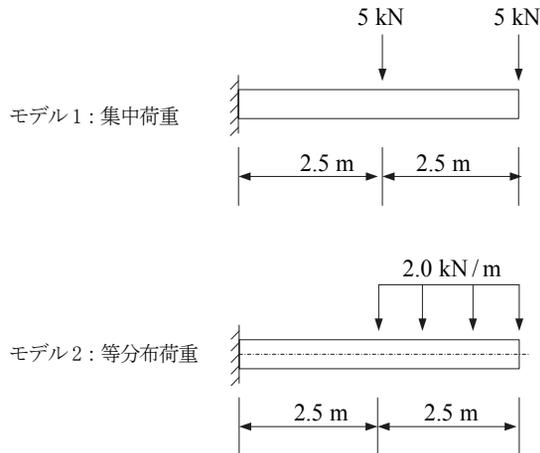
03. 構造計算の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

- 03.1.1 反力 集中荷重が作用するモデル1の反力： $P=5.0\text{ kN}$
等分布荷重が作用するモデル2の反力： $\omega\ell=5.0\text{ kN}$ となり、
数値計算と一致することが分かる。
- 03.1.2 変位 集中荷重が作用するモデル1の変位： $\delta=\frac{P\ell^3}{3EI}=14.448\text{ mm}$
等分布荷重が作用するモデル2の変位： $\delta=\frac{\omega\ell^4}{8EI}=5.418\text{ mm}$ となり、
数値計算と一致することが分かる。
- 03.1.3 せん断力 集中荷重が作用するモデル1のせん断力： $V_A=P=-5\text{ kN}$
等分布荷重が作用するモデル2のせん断力： $V_A=\omega\ell=-5\text{ kN}$ となり、
数値計算と一致することが分かる。
- 03.1.4 曲げモーメント 集中荷重が作用するモデル1の曲げモーメント： $M=-P\ell=-25\text{ kN}\cdot\text{m}$
等分布荷重が作用するモデル2の曲げモーメント： $M=-\frac{\omega\ell^2}{2}=-12.5\text{ kN}\cdot\text{m}$ となり、
数値計算と一致することが分かる。

04. 練習問題

下図のように片持ち梁に荷重が作用する場合の反力，せん断力，モーメントを求めなさい。（但し，せん断変形は無視する。）



➤ **材料**

鋼材：SM490（弾性係数 $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ）

➤ **断面**

断面積： 8412 mm^2 （H 400×200×8×13）

断面2次モーメント (I_y)： $2.37 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

➤ **荷重**

1. モデル1：集中荷重 5.0 kN 載荷
2. モデル2：等分布荷重 2.0 kN/m 載荷

3.

トラスの 解析

TABLE OF CONTENTS

01 概念の理解	
<hr/>	
01.1 トラス解析の概念	3-1
02 チュートリアル	
<hr/>	
02.1 モデルの概要	3-6
02.2 作業環境の設定	3-7
02.3 材料及び断面の定義	3-9
02.4 節点及び要素の生成	3-10
02.5 境界条件の入力	3-14
02.6 荷重の入力	3-15
02.7 構造解析の実行	3-20
02.8 解析結果の確認	3-21
03 構造計算の解説	
<hr/>	
03.1 力学的概念の理解及び 数値計算	3-26
04 練習問題	3-29
<hr/>	

01. 概念の理解

01.1 トラス解析の概念

01.1.1 一般事項

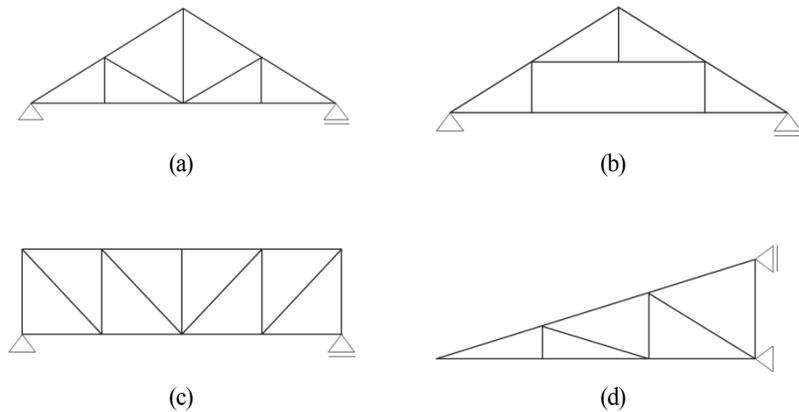
2 つ以上の直線部材を摩擦力のないピン接合(ヒンジ)で連結し、三角形の形状に組んだ構造物をトラスという。主にスパン長さが長い橋梁や工場建築、講堂、体育館などの大空間の構造物の屋根などに使用される。

▶写真 3.1
トラス構造物
(a) トラスの屋根
(b) 長スパン橋梁



トラスは用途や形式によりさまざまな種類がある。下図はその例である。

▶図 3.1
トラスの種類
(a) キングポストトラス
(b) クイーンポストトラス
(c) 平行弦トラス
(d) 片持ち梁系トラス



トラスの部材力は次のような仮定に基づいて計算される。

- ① 各部材が接合する節点は摩擦のないピン(ヒンジ)である。
- ② 各部材は直線材である。
- ③ 各部材の中心軸は節点で交差する。
- ④ 全ての荷重は部材が連結される節点でのみ作用する。

荷重が節点でのみ作用するため、トラスの部材力としては引張力と圧縮力が生じ、便宜上引張力を(+), 圧縮力を(-)と表記する。トラス解析で部材の引張力と圧縮力は、節点を基準にして力が外側を向くか(引張力)、節点側を向くか(圧縮力)で判断する。

▶図 3.2



01.1.2 解析概念

トラスを力学的な面で分類すると、静定トラスと不静定トラスに分類でき、また不静定トラスは外的不静定トラスと内的不静定トラスに細分できる。静定トラスは力の釣り合い条件のみで反力と部材力が算定できる構造で、不静定トラスは不静定次数分の追加条件が必要となる。外的不静定とは、力の釣り合い条件だけでは反力が求められない構造を意味し、内的不静定とは反力は力の釣り合い条件で求められるが、部材力の算定には追加条件を必要とする構造を意味する。

次の式はトラスの不静定次数を算定する方法を式で表したものである。

$$\text{外部不静定次数} : m_e = n - 3$$

$$\text{内部不静定次数} : m_i = (3 + s + r) - 2k$$

$$\text{全体不静定次数} : m = m_e + m_i$$

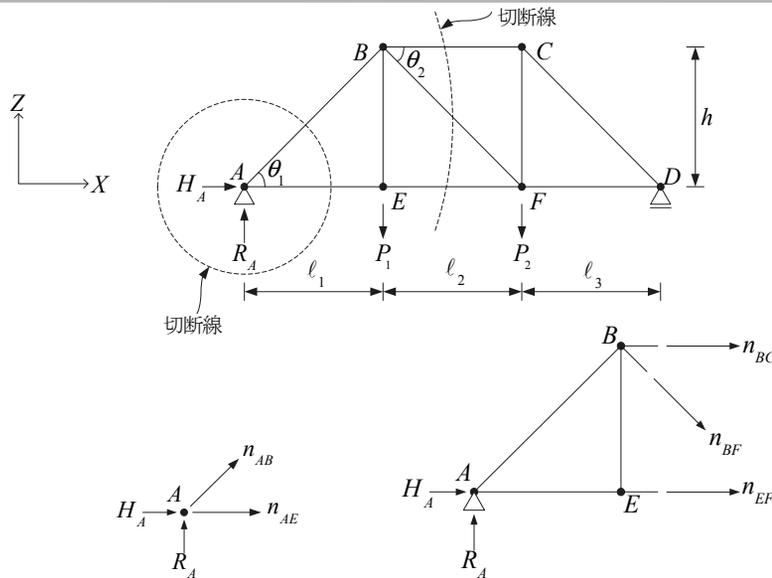
ここで、 n : 反力の数、 s : 部材の数、 r : 剛節点の数、 k : 節点の数

1) 静定トラスの解法

トラスの解析方法には節点法、切断法、応力係数法、図解法、影響線法など様々な方法が存在する。この中で節点法はある節点を自由体にし、 $\sum F_x = 0, \sum F_z = 0$ のような力の釣り合い条件で解析する方法で、切断法は任意の切断面でトラスを切断した自由体に対し、 $\sum F_x = 0, \sum F_z = 0, \sum M = 0$ のような力の釣り合い条件で解析する方法である。節点法でモーメントに対する力の釣り合い条件を適用しない理由はトラスの節点ではモーメントが支持できないためである。

下図は節点法と切断法による解法を示したものである。節点法では節点 A を中心にした力の釣り合い条件が適用され、切断法では図で示すような線で切断されたトラスに力の釣り合い条件が適用されている。節点法では 2 つの式で計算するため、3 つ以上の部材が交差する節点では適用できない。また、切断法では 3 つの式で計算するため、4 つ以上の部材を切断してはならない。

▶ 図 3.3
節点法及び切断法



$$\begin{aligned} \sum F_x &= H_A + n_{AE} + n_{AB} \cos \theta_1 = 0 \\ \sum F_z &= R_A + n_{AB} \sin \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

節点法

$$\begin{aligned} \sum F_x &= H_A + n_{BC} + n_{EF} \cos \theta_2 + n_{EF} = 0 \\ \sum F_z &= R_A - n_{BF} \sin \theta_2 = 0 \\ \sum M_B &= -H_A \cdot h + R_A \cdot \ell_1 - n_{EF} \cdot h = 0 \end{aligned}$$

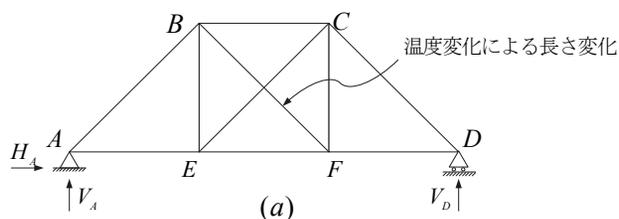
切断法

2) 不静定トラスの解法

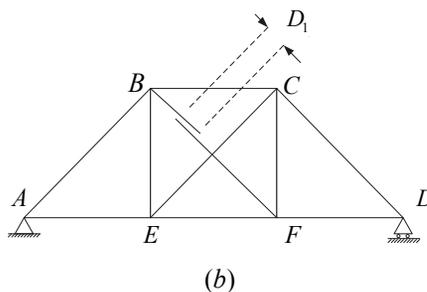
変形法(Method of consistent deformations)やたわみ性法(flexibility method)は不静定トラス構造の解析に有用な方法として挙げられる。変形法では未知数として選定した自由度を対象に方程式を組み、適合条件を適用する。

下図の構造物は 1 つの自由度を未知数として選定したたわみ性法を適用した例である。ここでは部材 BF に熱を加え長さが Δ だけ伸びた場合を考える。以下、部材 BF の部材力を未知数 X_1 とした時のたわみ性法の概念を説明する。

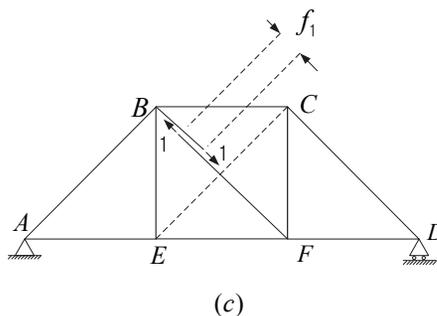
▶図 3.4
 たわみ性法
 (a) 解析モデル



(b) 外部から荷重が作用する場合



(c) 部材 BF に単位荷重を加えた場合



たわみ性法または、変形法では未知数として選定した部材または反力が除去された状態を対象に適合条件を設定し、構造解析を遂行する。部材 BF の部材力を未知数として選定した場合は、部材 BF の中央を切断した状態を対象と考える。また、外部の荷重が加わる時(温度変化は外部荷重として考慮しない)に発生する 2 点間の距離の変化(重なり、または離れ)を D_1 とし、外部の要因の代わりに部材 BF に単位荷重 1 を加えたときに切断された 2 点間の距離の変化を f_{11} とすると、 f_{11} と未知数 X_1 の積 ($f_{11}X_1$) は部材 BF が部材力 X_1 を受け切断された 2 点間の距離変化となる。この場合に対する適合条件は次の式を満たさなければならない。

▶式 3.1

$$f_{11}X_1 + D_1 = \Delta_1$$

温度変化のような要因がなく荷重のみかかる場合は Δ_1 はゼロとなる。しかし温度変化のみで部材 BF が伸びた状態である場合は D_1 がゼロになり、 Δ_1 は伸びた長さとなる。すなわち、上の式は部材 BF が切断された状態ではないということを適合条件にした式である。また、 $f_{11}X_1$ と D_1 が相殺されることや、実際に発生する変形が Δ_1 であるという意味から「変形法(Method of consistent deformations)」という名称で呼ばれる。変形 f_{11} や D_1 を求めるには様々な方法があるが、単位荷重法が最も有効な方法として挙げられよう。

構造物が 2 次不静定構造であると、未知数として 2 つの部材力または反力を選定し、これらを除いた状態を対象に、次のような適合条件が設定できる。

▶式 3.2

$$\begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix}$$

$$f_{11} = \sum \frac{\ell_i}{EA_i} n_i^1 n_i^1, \quad f_{12} = f_{21} = \sum \frac{\ell_i}{EA_i} n_i^1 n_i^2, \quad f_{22} = \sum \frac{\ell_i}{EA_i} n_i^2 n_i^2$$

$$D_1 = \sum \frac{\ell_i}{EA_i} n_i^1 N_i, \quad D_2 = \sum \frac{\ell_i}{EA_i} n_i^2 N_i$$

Δ_j = 製作誤差または温度変化などによる変形

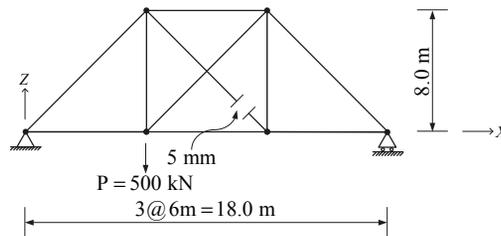
02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

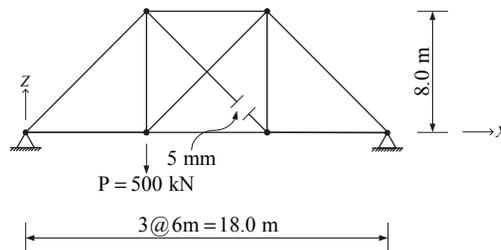
内的1次不静定トラスと内的・外的1次不静定トラスが、製作誤差と同じ大きさの内的荷重と集中荷重を受ける場合、どのように挙動するか比較する。

▶図 3.5 解析モデル

モデル1：内的1次不静定



モデル2：内的1次，外的1次不静定



➤ **材料**：SM400 (弾性係数 $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$)

➤ **断面**：ボックス断面 $300 \times 300 \times 12 \text{ mm}$

➤ **荷重**

1. 節点集中荷重：500 kN

2. 製作誤差：5 mm → プレテンション荷重(1378.6 kN)に置換

$$P = K\delta = EA/\ell \times \delta = (2.05 \times 10^8 \times 0.01345/10) \times 0.005 = 1378.6 \text{ kN}$$

02.2 作業環境の設定

02.2.1 単位系の設定

構造解析のモデリングを始めるため、新しいファイルを開き保存する。

メインメニュー  >  新規プロジェクト...

メインメニュー  >  保存

1. ファイル名：“トラス”と入力し[保存]をクリック

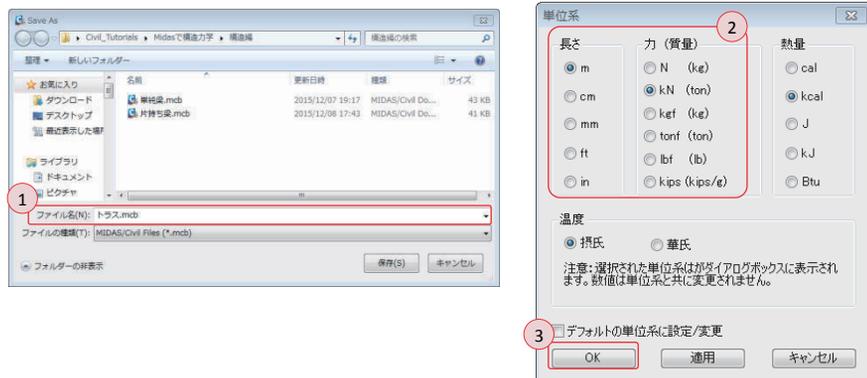
使用する単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > [単位系]

2. 長さ>「m」、力>「kN(ton)」を選択

3. [OK]をクリック

▶ 図 3.6
ファイルの保存
単位系の設定



02.2.2 作業平面の 設定

解析モデルは平面トラス(X-Z 平面)構造であるため、構造形式を X-Z 平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「**X-Z 平面**」を選択
2. **[OK]**をクリック

▶図 3.7
作業平面の設定



02.3 材料及び断面の定義

02.3.1 材料の定義

トラスの材料及び断面は Civil のデータベースの JIS-Civil 規格から選択する。

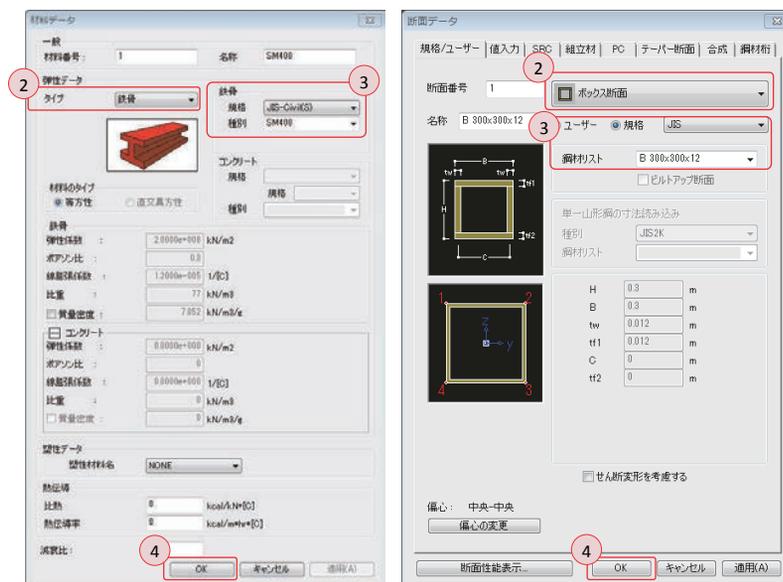
メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]をクリック
2. 弾性データ > 「鉄骨」選択
3. 鉄骨 > 規格 > 「JIS-Civil」選択, 種別 > 「SM400」選択
4. [OK]をクリック

断面タブをクリック

1. [追加...]をクリック
2. 断面形状 > 「ボックス断面」選択
3. 規格 > JIS, 鋼材リスト > 「B 300×300×12」選択
4. [OK]をクリック, [閉じる]をクリック

▶ 図 3.8
(a) 材料の定義
(b) 断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

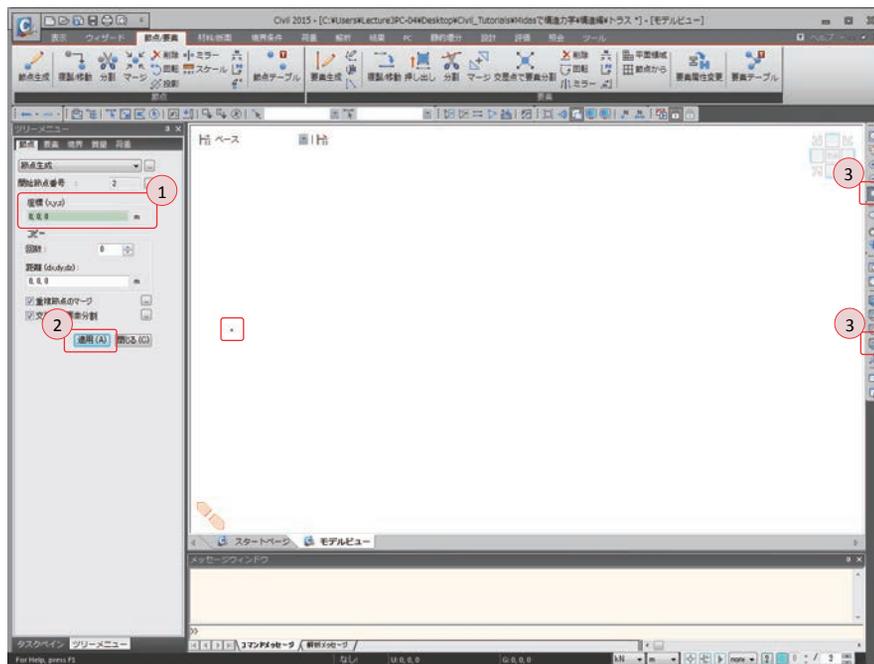
02.4.1 節点の生成

トラス部材を生成するための節点を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [節点生成]

1. 座標 (x, y, z) : “0, 0, 0” 入力
2. [適用] クリック
3. 自動フィット, 正面 (トグルオン)

▶ 図 3.9
節点の生成



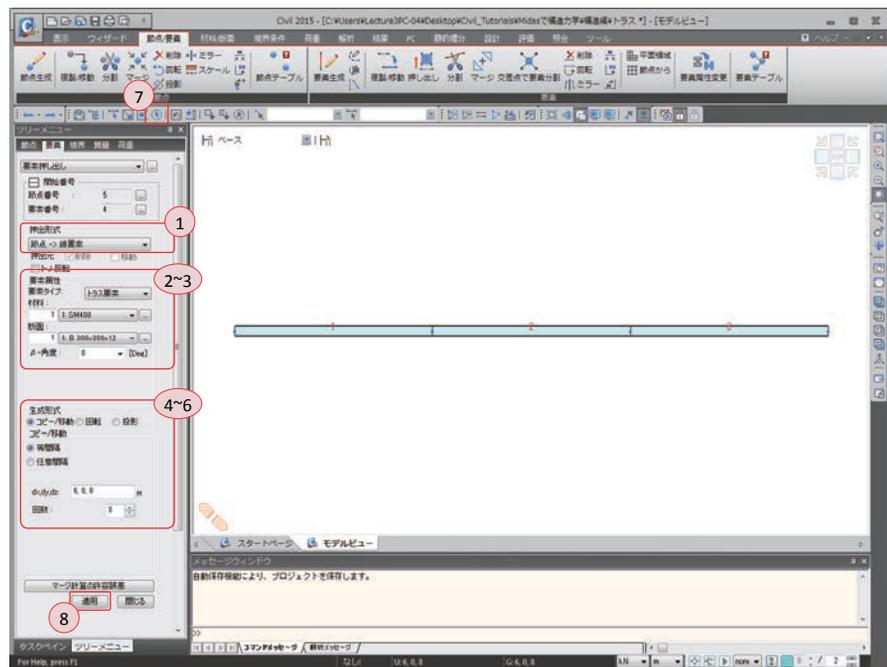
02.4.2 要素の生成

押し出し機能でトラスの下弦材を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[押し出し]**

1. 押出形式 > 「**節点→線要素**」選択
2. 要素タイプ > 「**トラス要素**」選択
3. 材料 > 「**1:SM400**」選択,
断面 > 「**1: B 300×300×12**」選択, β -角度: “**0**” 入力
4. 生成形式 > 「**コピー/移動**」選択
5. コピー/移動 > 「**等間隔**」選択
6. dx, dy, dz : “**6, 0, 0**” 入力, 回数: “**3**” 入力
7.  **全て選択**
8. **[適用]** クリック

▶ 図 3.10
下弦材の生成

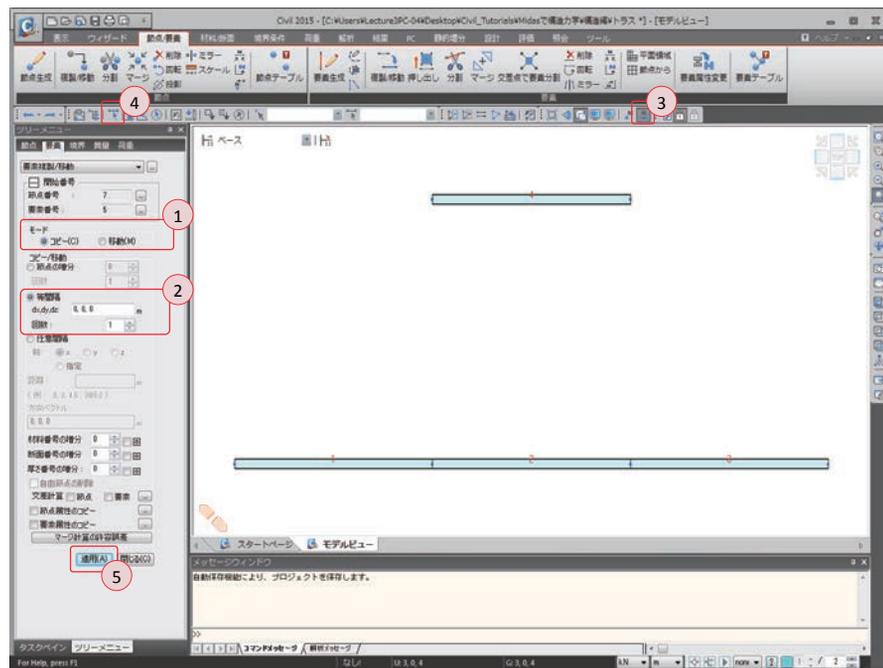


下弦材を複製しトラスの上弦材を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[複製/移動]**

1. モード > 「**コピー**」選択
2. コピー/移動 > 「**等間隔**」選択
dx, dy, dz : “0, 0, 8” 入力, 回数: “1” 入力
3. **要素番号** (トグルオン)
4.  **単一選択**で**要素2**選択
5. **[適用]**クリック

▶ 図 3.11
上弦材の生成

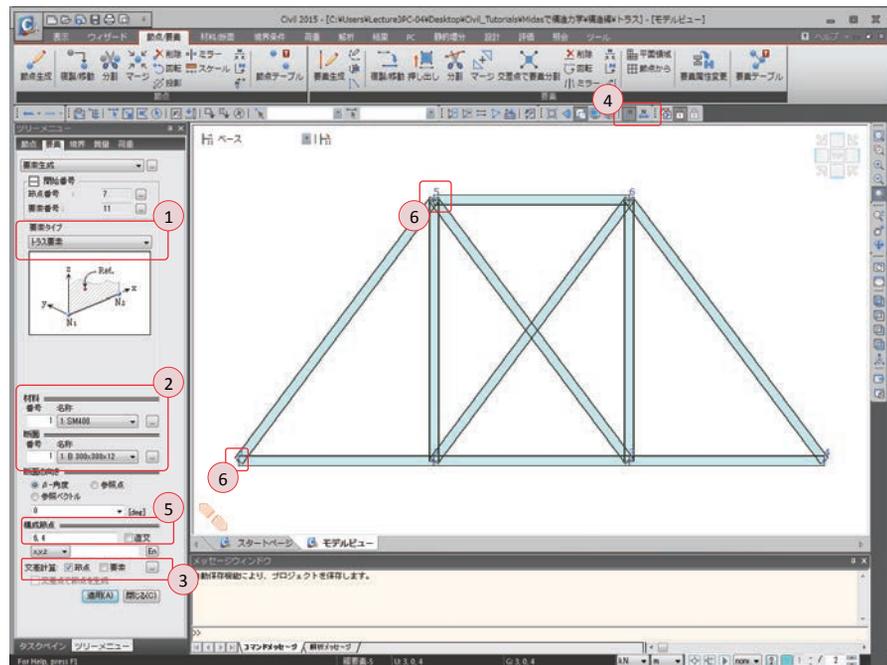


斜材及び鉛直材を入力する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [要素生成]

1. 要素タイプ > 「トラス要素」 選択
2. 材料 > 「1:SM400」 選択, 断面 > 「1:B 300×300×12」 選択
3. 交差計算 > 要素 (チェックオフ)
4. 節点番号(トグルオン), 要素番号(トグルオフ)
5. 構成節点の入力ボックスをクリックし,
6. モデルビューで節点1と節点5を順番にクリック
7. 続けて, 節点(5, 2), (2, 6), (5, 3), (6, 3), (6, 4)を順番にクリック

▶ 図 3.12
斜材及び鉛直材の生成



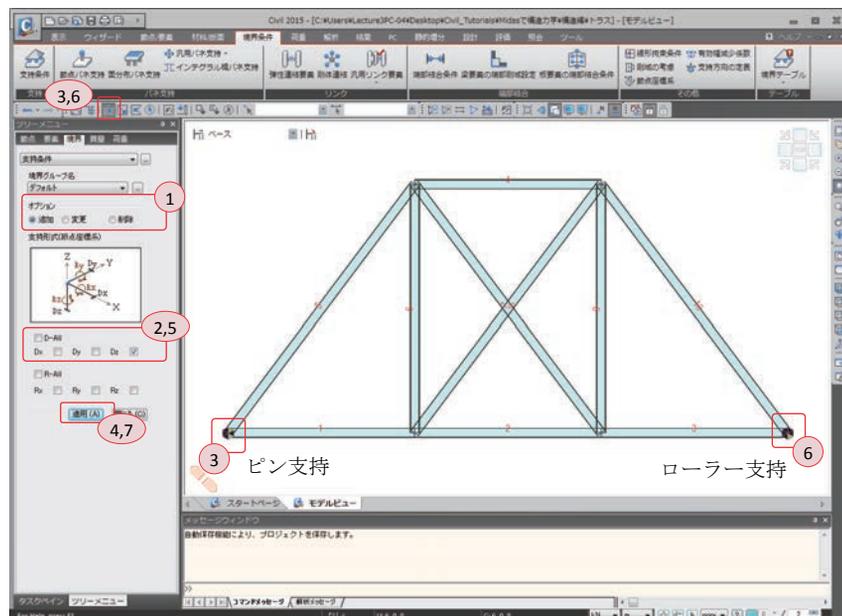
02.5 境界条件の入力

3次元での節点は6つの自由度を持つ。しかし、本チュートリアルではX-Z平面の挙動のみを考慮するため、3つの自由度(Dx, Dz, Ry)が存在する。ピン支点はDx, Dzの自由度を拘束し、ローラー支点はDz自由度を拘束することで支持条件を設定する。

メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

1. オプション > 「追加」 選択
2. 支持形式 > Dx, Dz (チェックオン)
3.  単一選択で節点1を選択
4. **[適用]** クリック
5. 支持形式 > Dx (チェックオフ)
6.  単一選択で節点4を選択,
7. **[適用]** クリック

▶ 図 3.13
支持条件の入力



02.6 荷重の入力

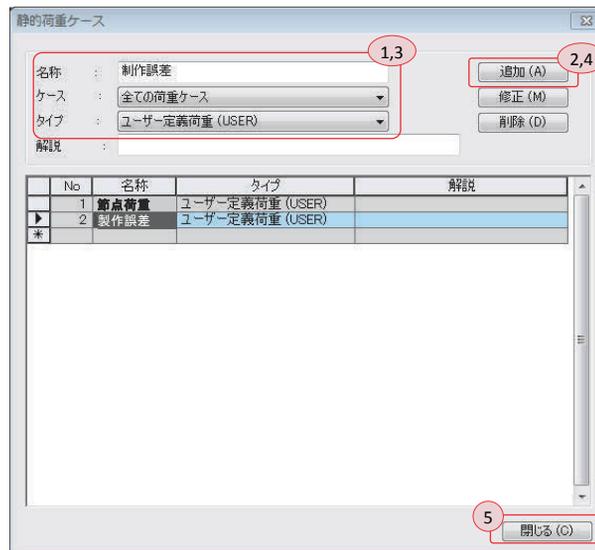
02.6.1 荷重条件の定義

節点集中荷重と制作誤差によるプレテンション荷重を入力するため、まず荷重条件を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > **[静的荷重ケース]**

1. 名称：“**節点荷重**” 入力，タイプ：“**ユーザー定義荷重 (USER)**” 選択
2. **[追加]** クリック
3. 名称：“**製作誤差**” 入力，タイプ：“**ユーザー定義荷重 (USER)**” 選択
4. **[追加]** クリック
5. **[閉じる]** クリック

▶ 図 3.14
荷重条件の入力



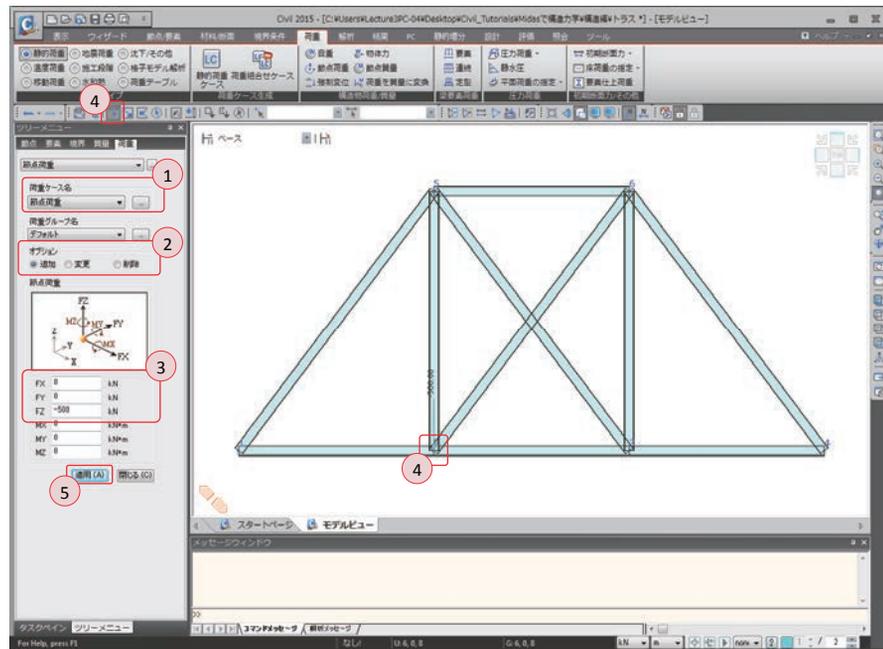
02.6.2 荷重の入力

節点 2 に集中荷重 500kN を入力する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重タイプ/質量] > **[節点荷重]**

1. 荷重ケース名 > 「**節点荷重**」を選択
2. オプション > 「**追加**」選択
3. 節点荷重 > FZ: “**-500**” 入力
4.  **単一選択** で**節点 2** を選択
5. **[適用]** クリック

▶ 図 3.15
節点荷重の入力



02.6.3 製作誤差の
入力

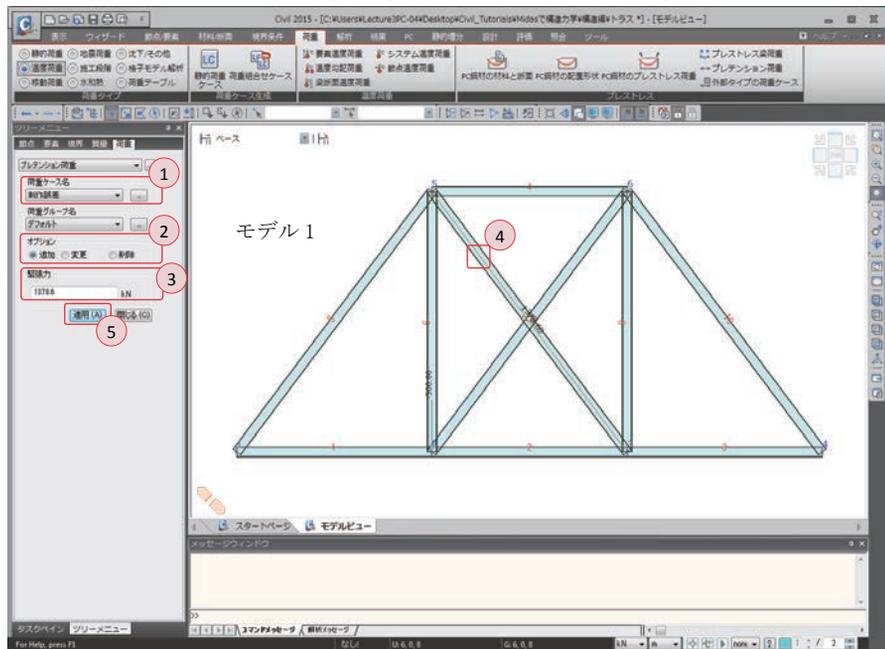
部材の長さが5mm短く製作された場合、実際施工する際に当該部材には引張力が発生する。このような状況を解析モデルに反映するため、部材の製作誤差を荷重に換算し、当該部材にプレテンションとして入力する。

$$P = K\delta = EA/\ell \times \delta = (2.05 \times 10^8 / 0.01345 / 10) \times 0.005 = 1378.6 \text{ kN}$$

メインメニュー [荷重/温度荷重] > [プレストレス] > [プレテンション荷重]

1. 荷重ケース名 > 「製作誤差」選択
2. オプション > 「追加」選択
3. 緊張力 : “1378.6” kN 入力
4.  単一選択で部材 8 選択
5. [適用] クリック

▶ 図 3.16
プレテンション荷重の入力



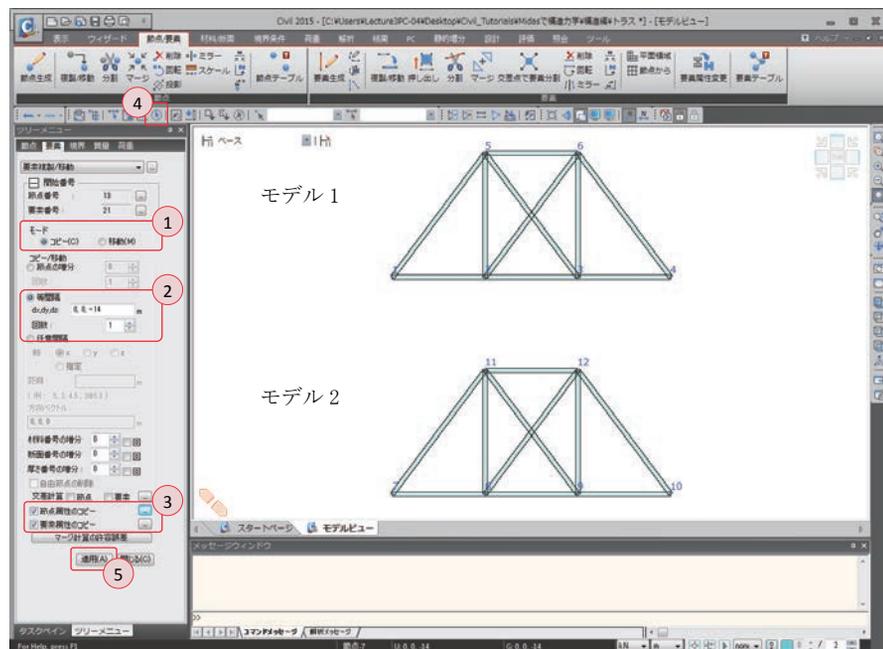
02.6.4 要素の複製

モデル1をコピーしモデル2を生成する。この時、「節点属性のコピー」と「要素属性のコピー」機能を利用するとモデル1に入力されている荷重および境界条件も同時にコピーできる。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[複製/移動]**

1. モード > 「コピー」選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」選択
dx, dy, dz : “0, 0, -14” 入力, 回数: “1” 入力
3. 節点属性のコピー, 要素属性のコピー (チェックオン)
4.  全て選択
5. [適用]クリック

▶ 図 3.17
要素の複製



02.7 構造解析の実行

入力されたモデル1とモデル2に対する構造解析を実行する。

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

Civil は構造図解析モデルの効率的な管理のため、前処理モード(Preprocessing Mode)と後処理モード(Postprocessing Mode)に分けて作業が行えるようになっている。

これはモデルデータが構造解析後、任意に変更されないよう、既存の解析の結果を保存するためである。

作業状態(前処理モードと後処理モード)はツールバー上にある南京錠の絵が描かれたアイコンで確認及び切替えができる。

▶図 3.19
前・後処理モードの区分



前処理モード

「前処理モード」は幾何情報、部材情報、荷重、境界条件など、構造解析に必要な解析モデルの情報を入力するモードである。

モデルデータの入力及び修正が可能で、解析が実行されると自動的に後処理モードに転換される。

後処理モード

解析を実行した後に活性化され、解析の結果が存在しない場合は非活性化されて表示される。

「後処理モード」では解析モデルの反力、変位、部材力、応力などの解析結果に対する確認や分析作業、または解析結果の報告書の出力が可能である。

02.8 解析結果の確認

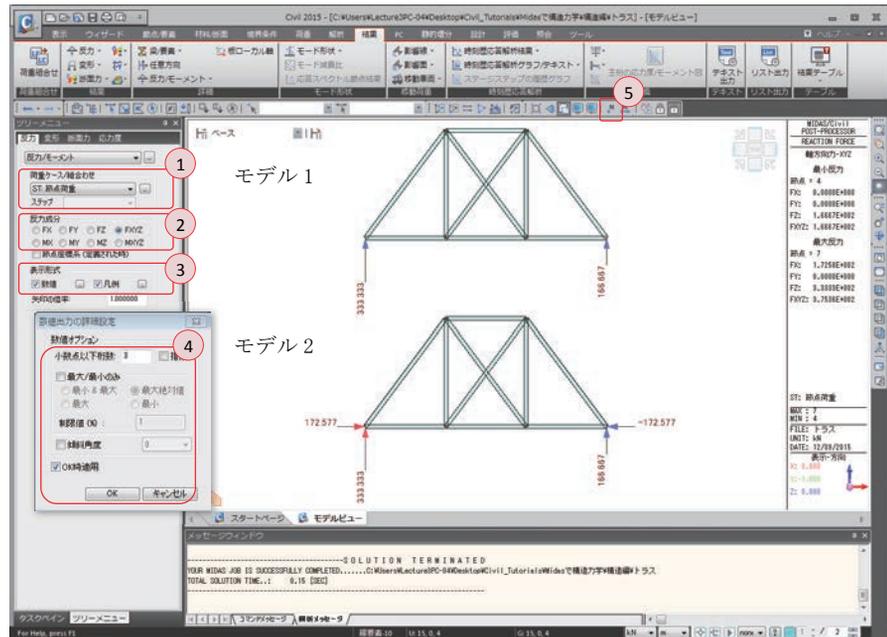
02.8.1 反力の確認

外的荷重である節点荷重により、外的静定構造物(モデル 1)と外的不静定構造物(モデル 2)に発生する反力を比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 節点荷重」 選択
2. 反力成分 > 「FXYZ」 選択
3. 表示形式 > 数値, 凡例(チェックオン)
4. 「数値」の をクリック, 小数点以下桁数: “3” 入力
OK 時に適用(チェックオン), [OK] クリック
5. 節点番号(トグルオフ)

▶ 図 3.20
節点荷重による反力



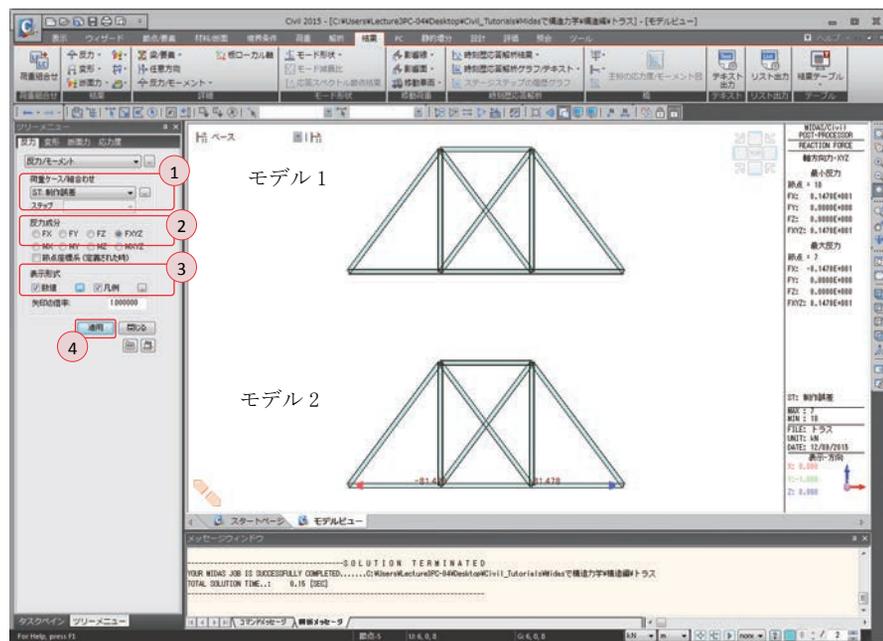
モデル 2 では水平方向 (X 軸) の反力が発生することが確認できる。

外的静定構造であるモデル1では内的荷重であるプレテンション(製作誤差)による反力が発生しない半面、外的1次不静定構造であるモデル2ではX軸方向の変位自由度が拘束されているため水平反力FXが発生する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 製作誤差」 選択
2. 反力成分 > 「FXYZ」 選択
3. 表示形式 > 数値, 凡例(チェックオン)
4. [適用] クリック

▶ 図 3.21
プレテンション荷重による反力



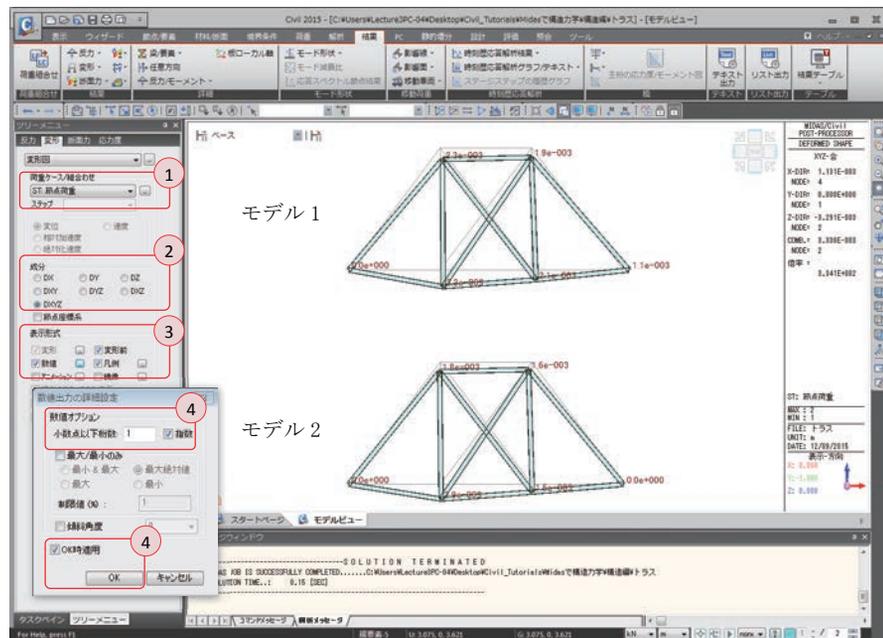
02.8.2 変位及び変形

節点荷重による変形図を確認する。ここで、DXZは $\sqrt{DX^2 + DZ^2}$ を意味する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変形図]

1. 荷重ケース/組合せ > 「ST:節点荷重」選択
2. 成分 > 「DXYZ」選択
3. 表示形式 > 変形前, 数値, 凡例(チェックオン)
4. 「数値」の をクリック, 小数点以下桁数: “1” 入力, 指数(チェックオン)
5. OK時に適用(チェックオン), [OK]クリック

▶ 図 3.22
節点荷重による変形



外的不静定構造であるモデル2より外的静定構造であるモデル1で、より大きい変位が発生することが分かる。

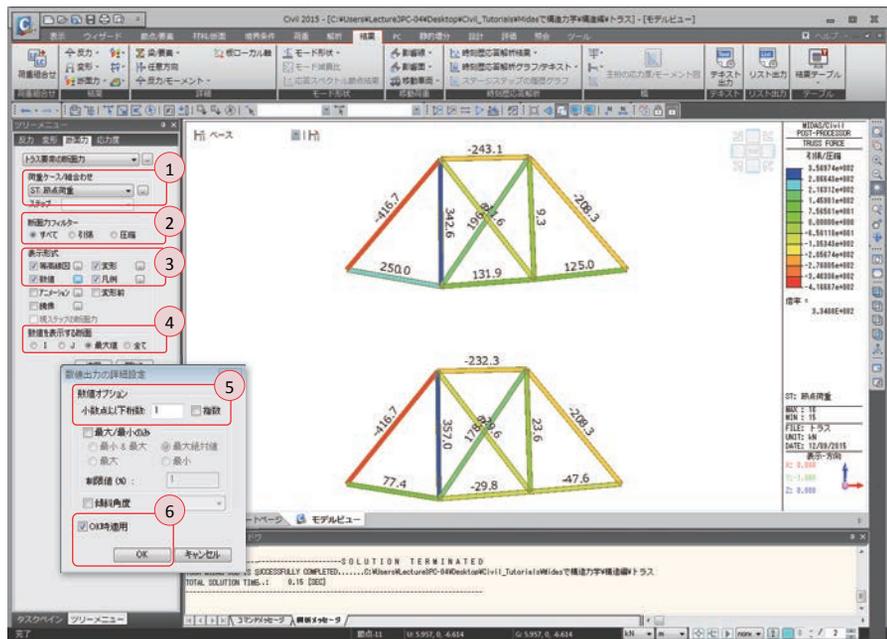
09.3 部材力

節点荷重により発生する軸力を確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [トラス要素の断面力]

1. 荷重ケース/組合せ > 「ST: 節点荷重」 選択
2. 断面力フィルター > 「全て」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 変形, 数値, 凡例(チェックオン)
4. 数値を表示する断面 > 「最大値」 選択
5. 「数値」の をクリック, 小数点以下桁数: “1” 入力, 指数(チェックオフ)
6. OK 時に適用 (チェックオン), [OK] クリック

▶ 図 3.23
節点荷重による軸力



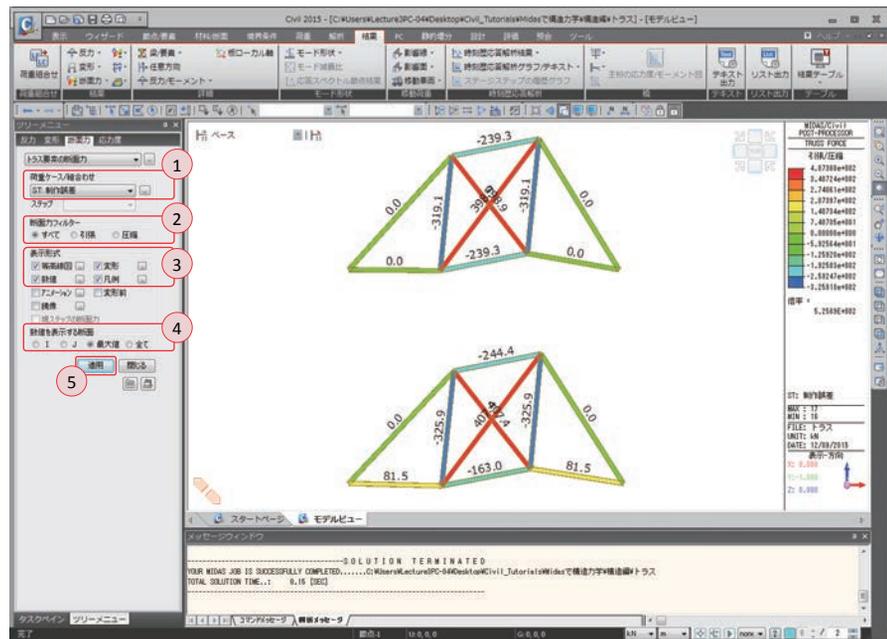
ここでは同じ荷重が作用する場合でのモデル 1 とモデル 2 の違いが確認できる。

プレテンション荷重では外的静定構造物であるモデル1では反力が発生しないため、支点と連結された部材には軸力が発生しない。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [トラス要素の断面力]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 製作誤差」 選択
2. 断面力フィルター > 「全て」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 変形, 数値, 凡例 (チェックオン)
4. 数値を表示する断面 > 「最大値」 選択
5. [適用] クリック

▶ 図 3.24
プレテンションによる軸力



03. 構造計算の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

03.1.1 モデル1の 内的1次不静定

モデル1は次のような理由により外的には静定、内的には1次不静定構造である。

$$\text{外的不静定の次数 } m_e = n - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$\text{内的不静定の次数 } m_i = (3 + s + r) - 2k = (3 + 10 + 0) - 2 \times 6 = 1$$

モデル1は1次不静定構造であるため、部材 BF の部材力を未知数 X_1 にし、変形法を次ように適用できる。

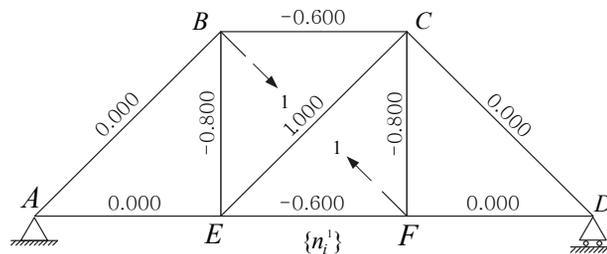
▶式 3.3

$$f_{11}X_1 + D_1 = \Delta_1$$

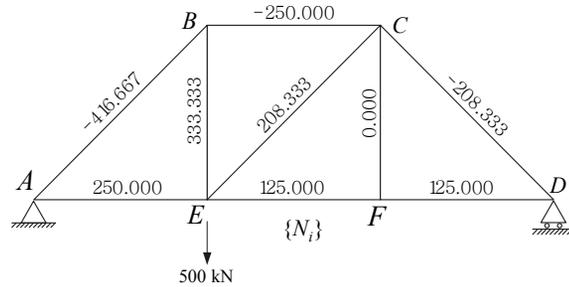
ここで、 D_1 は部材 BF がいない状態(静定構造物)での荷重による BF 間の距離の変化を意味し、 $f_{11}X_1$ は部材 BF の部材力 X_1 による BF 間の距離の変化を意味する。したがって、製作誤差がなければ Δ_1 はゼロとなるが、製作誤差が 5mm 発生しているため、 Δ_1 は 5mm となる。

図 3.25 は部材 BF を切断し、その位置に単位荷重を加えた場合のトラスの部材力 $\{n_i^1\}$ と部材 BF がいない状態での荷重によるトラスの部材力 $\{N_i\}$ を表したものである。部材 BF がいない状態であるため、どちらも静定トラス構造となる。

▶図 3.25(a)



▶ 図 3.25(b)



単位荷重法により f_{11} と D_1 を求めると次のようになる。

$$f_{11} = \frac{1}{EA} \sum n_i^1 n_i^1 \ell_i = \frac{1}{EA} [(-0.6)^2 \times (6,000) + (-0.8)^2 \times (8,000) + (1.0)^2 \times (10,000) \times 2 + (-0.8)^2 \times (8,000) + (-0.6)^2 \times (6,000)]$$

$$= \frac{34,560}{EA}$$

$$D_1 = \frac{1}{EA} \sum n_i^1 N_i \ell_i = \frac{1}{EA} [(-0.6) \times (-250) \times (6,000) + (-0.8) \times (333.333) \times (8,000) + (1.0) \times (208.333) \times (10,000) + (-0.6) \times (125) \times (6,000)]$$

$$= \frac{399,998.8}{EA}$$

$$\Delta_1 = 5 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{EA} \cdot (34,560 X_1 + 399,998.8) = 5 \text{ mm}$$

$$X_1 = 387.334 \text{ kN}$$

ここで、 X_1 は荷重と製作誤差による部材 BF の部材力である。

モデルは次のような理由により、外的・内的 1 次不静定であるため、全体的には 2 次不静定構造である。

$$\text{外的不静定の次数 } m_e = n - 3 = 4 - 3 = 1$$

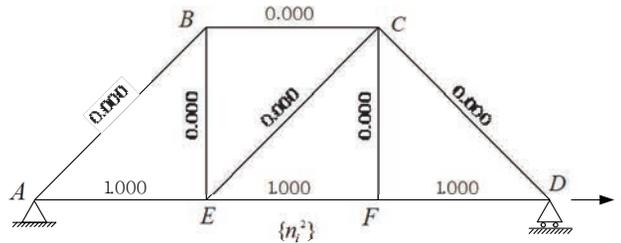
$$\text{内的不静定の次数 } m_i = (3 + s + r) - 2k = (3 + 10 + 0) - 2 \times 6 = 1$$



モデル 2 は 2 次不静定構造であるため、部材 BF の部材力と D 点の水平反力をそれぞれ X_1 と X_2 にした方程式で表せる。

モデル 1 と比べ、 D 点の水平反力が未知数に加わったため、 D 点の水平反力を除去し、その位置に単位荷重を加えた場合の部材力 $\{n_i^2\}$ は図 3.26 のようになる。

▶ 図 3.26



モデル 1 で求めた結果と $\{n_i^2\}$ を用いて単位荷重法を適用すると、次のような結果が得られる。

$$f_{11} = \frac{34,560}{EA}$$

$$f_{12} = \frac{1}{EA} \sum n_i n_i^2 \ell_i = \frac{1}{EA} (-0.6) \times (1) \times (6,000) = -\frac{3,600}{EA}$$

$$f_{22} = \frac{1}{EA} \sum n_i^2 n_i^2 \ell_i = \frac{1}{EA} (1)^2 \times (6,000) \times 3 = \frac{18,000}{EA}$$

$$D_1 = \frac{399,998.8}{EA}$$

$$D_2 = \frac{1}{EA} \sum n_i^2 N_i \ell_i$$

$$= \frac{1}{EA} [(1.0) \times (250) \times (6,000) + (1.0) \times (125) \times (6,000) \times 2] = \frac{3,000,000}{EA}$$

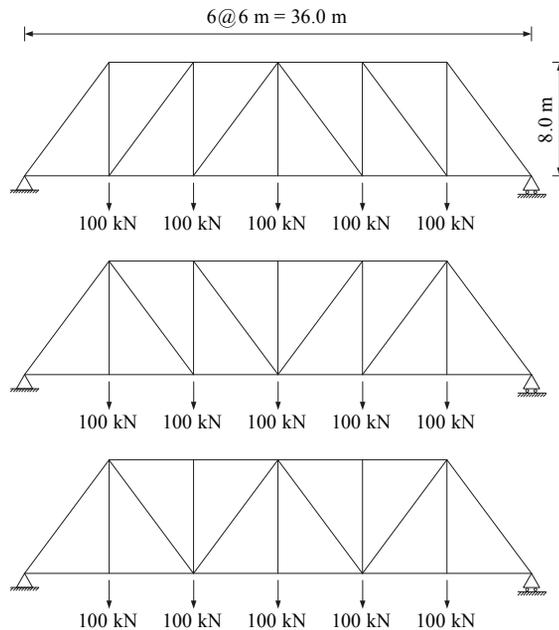
$$\frac{1}{EA} \begin{bmatrix} 34,560 & -3,600 \\ -3,600 & 18,000 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EA} \begin{Bmatrix} 399,998.8 \\ 3,000,000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 377.844 \text{ kN} \\ -91.098 \text{ kN} \end{Bmatrix}$$

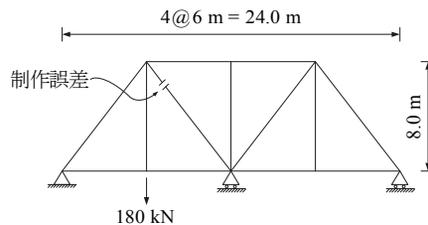
ここで、 X_1 は部材 BF の部材力で、 X_2 は D 点の水平反力である。

04. 練習問題

1. 次のトラス構造物で、各部材の圧縮力及び引張力の発生状況を比べなさい。
(材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様)



2. 次のような不静定トラス構造物に節点荷重と製作誤差が発生した場合の各部材の軸力を求めなさい。(材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様)



4. アーチの 解析

TABLE OF CONTENTS

01	概念の理解	
01.1	アーチ解析の概念	4-1
02	チュートリアル	
02.1	モデルの概要	4-4
02.2	作業環境の設定	4-5
02.3	材料及び断面の定義	4-7
02.4	節点及び要素の生成	4-9
02.5	境界条件の入力	4-14
02.6	荷重の入力	4-16
02.7	構造解析の実行	4-20
02.8	解析結果の確認	4-21
03	構造計算の解説	
03.1	力学的概念の理解及び 数値計算	4-24
04	練習問題	4-27

01. 概念の理解

01.1 アーチ解析の概念

01.1.1 一般事項

アーチ構造は開口部の上部荷重を支持するため石やレンガなど圧縮に強い部材を曲線状に積み上げた構造である。

アーチは垂直に作用する外力により両端から中央に向く大きな水平反力が発生し、この水平反力により各断面での曲げモーメントが減少される。従って、アーチ部材の断面力は主に軸方向の圧縮力になる。

アーチ橋は長大橋に主に使われ、外観が美しいため単径間橋梁によく使われる。

▶写真 4.1

アーチ構造物

(a) アーチ橋

(b) アーチの開口部

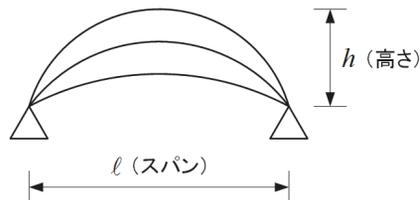


アーチのスパン(l)に対する高さ(h)の比(h/l)をスパンライズ比という。スパンライズ比が小さいとアーチ広がろうとする軸力が大きくなる。一方、スパンライズ比が大きいと軸力でほとんどの外力に抵抗できるため構造的には安定的ではあるが、要求されるスパン長さを得るにはアーチのサイズが大きくなるため経済的に非効率的な構造になる。一般的に、経済性と構造的効率性を同時に考慮したスパンライズ比は約 0.3 といわれている。

▶図 4.1

スパンライズ比

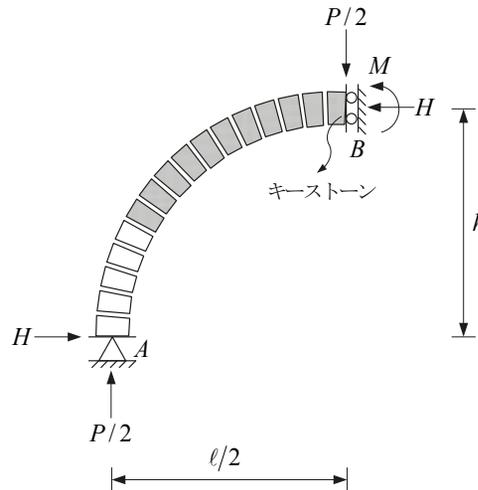
= h/l



01.1.2 解析の概念

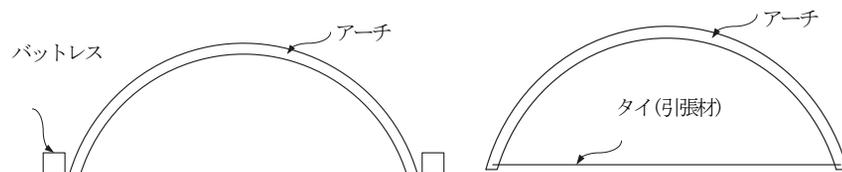
図 4.2 のように石を積むだけでアーチ構造が作れる理由は、アーチ構造の軸方向で圧縮応力のみが発生するように設計したからである。図 4.2 は B 点を中心に対象となるアーチの左側のみを表した図である。図のキーストーン的位置に当たる B 点の下端で引張応力が発生するとアーチは崩れる。しかし、モーメント M により発生する引張応力が横反力 H により相殺されれば引張応力が発生しない。このような理由でアーチ構造が荷重に対する抵抗能力を持つようになるのである。

▶図 4.2
アーチ構造



アーチの A 端での横方向の反力 H はアーチが横に広がることを防ぐ役割をする。実際の構造では図 4.3 のようにバットレス (Buttress) や引張材のタイ (Tension-tie) が反力 H の役割をするように設計する。

▶図 4.3
アーチ構造での横方向反力の支持



アーチの中央部B点でのモーメントの釣り合い条件は次のようになる。

▶式 4.1

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{\ell}{2} = M + H \cdot h$$

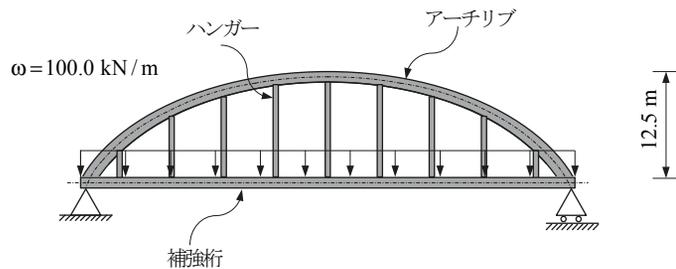
上の式の左項はモーメントを発生させる役割を表し、右項はアーチの荷重に対する抵抗性能を表す。従って、荷重 P またはスパン ℓ が大きくなることで増加するモーメントを相殺するためには水平力 H またはアーチの高さ h が大きくなる必要があることが分かる。アーチの高さ h がゼロになると H もゼロになり、単純梁になる。単純梁がモーメントを支持するためには部材の断面を大きくする必要があるように、アーチ構造がモーメントを支持するためには h を大きくする必要がある。つまり、アーチの形状は構造物が受けるモーメント図の形状のようにすることが有効である。

02. チュートリアル

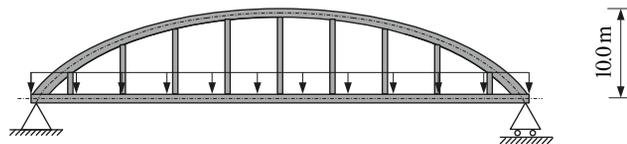
02.1 モデルの概要

アーチの高さ(H)とスパン(l)の比($H:l$)がそれぞれ 1:4, 1:5, 1:7 の3種類のアーチ構造物を解析し、変位及び部材力を比較する。

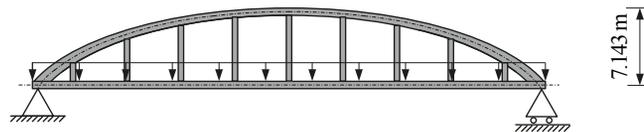
▶図 4.4
解析モデル
(a) モデル1



(b) モデル2



(c) モデル3



➤ **材料**

鋼材：SM490 (弾性係数 $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$)

➤ **断面**

アーチリブ：ボックス断面 $1,000 \times 1,000 \times 20 \text{ mm}$

補強桁：ボックス断面 $1,000 \times 1,000 \times 20 \text{ mm}$

ハンガー：H形鋼 $500 \times 200 \times 10/16 \text{ mm}$

➤ **荷重**

等分布荷重：100.0 kN/m

02.2 作業環境の設定

構造解析のモデリングするため新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  **新規プロジェクト...**

メインメニュー  >  **保存**

1. ファイル名：“**アーチ**”と入力し，**[保存]**をクリック

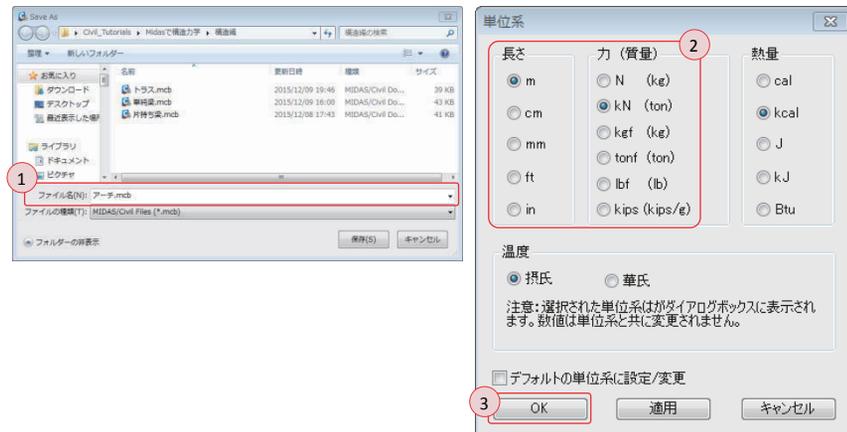
単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

2. 長さ > 「**m**」，力 > 「**kN(ton)**」を選択

3. **[OK]**をクリック

▶ 図 4.5
ファイルの保存
単位系の設定

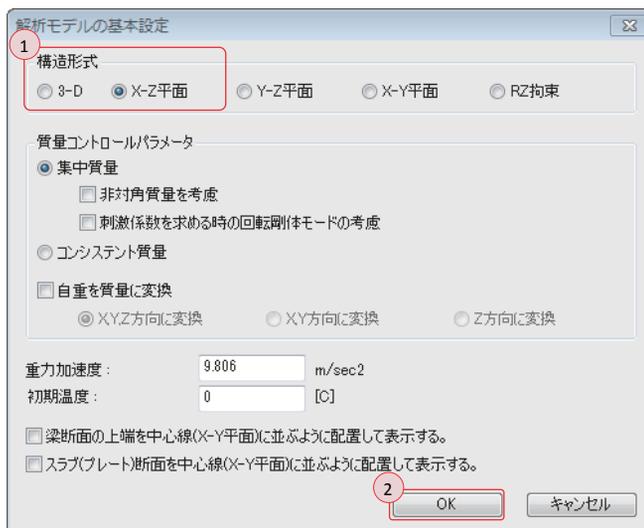


本チュートリアル¹⁾の解析モデルは平面(X-Z平面)構造であるため、構造形式をX-Z平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z平面」を選択
2. [OK]をクリック

▶ 図 4.6
作業平面の設定



02.3 材料及び断面の定義

02.3.1 材料の定義

構造物の材料で SM490 を選択し、各部材ごとの断面を定義する。アーチリブ及び桁はボックス断面とし、ハンガーは断面データから H 形鋼を選択する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...] クリック
2. 弾性データ > 「鉄骨」 選択
3. 規格 > 「JIS-Civil(S)」 選択, 種別 > 「SM490」
4. [OK] クリック



データベースに搭載されている材料や断面を選択すると名称は自動で生成される。また、名称はユーザーが任意で入力することもできる。



自重の自動計算機能を使用する場合は比重を入力する。



[OK] ボタンをクリックすると材料のダイアログボックスが閉じるため、複数の材料を定義するためには[適用] ボタンをクリック。

▶ 図 4.7
材料の定義

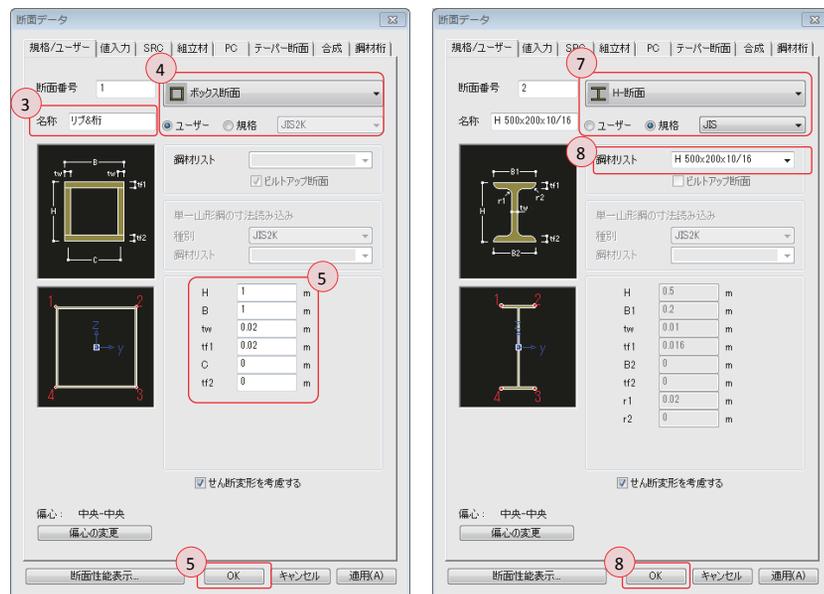


02.3.2 断面の定義

構造解析モデルに使用される断面を定義する。

1. 断面タブをクリック
2. [追加...]をクリック
3. 断面番号: 「1」確認, 名称: 「リブ&桁」入力
4. 断面形状 > 「ボックス断面」選択, 定義方法 > 「ユーザー」選択
5. “H:1, B:1, tw:0.02, tf1:0.02”入力し, [OK]をクリック
6. [追加...]をクリック, 断面番号: 「2」を確認
7. 断面形状 > 「H-断面」選択, 定義方法 > 「規格」選択 > 「JIS」選択
8. 鋼材リスト > 「H 500×200×10/16」選択し, [OK]をクリック
9. [閉じる]をクリック

▶ 図 4.8
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

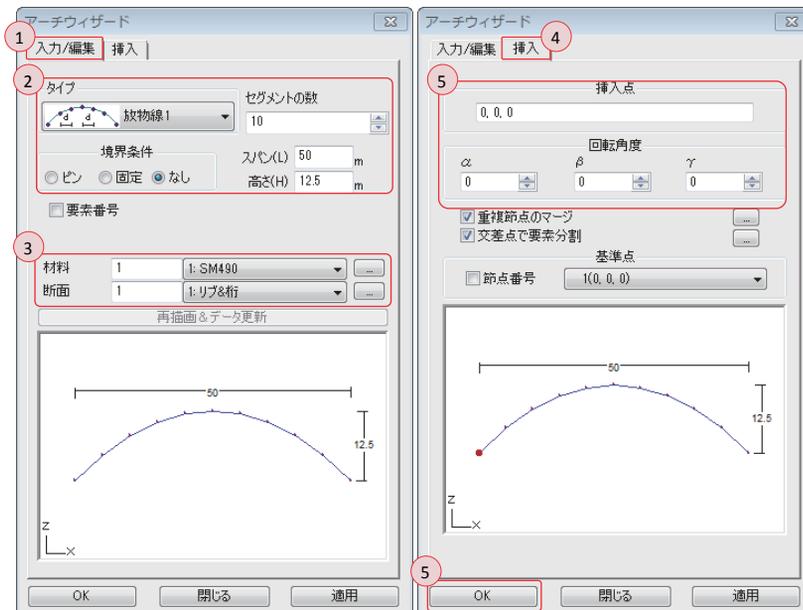
02.4.1 節点及び生成の生成

アーチウィザード機能で高さとしパン長さの比が 1 : 4 のモデル 1 のアーチリブを生成する。梁要素は直線であるため、アーチを入力するためには曲線を複数の直線で分割する。

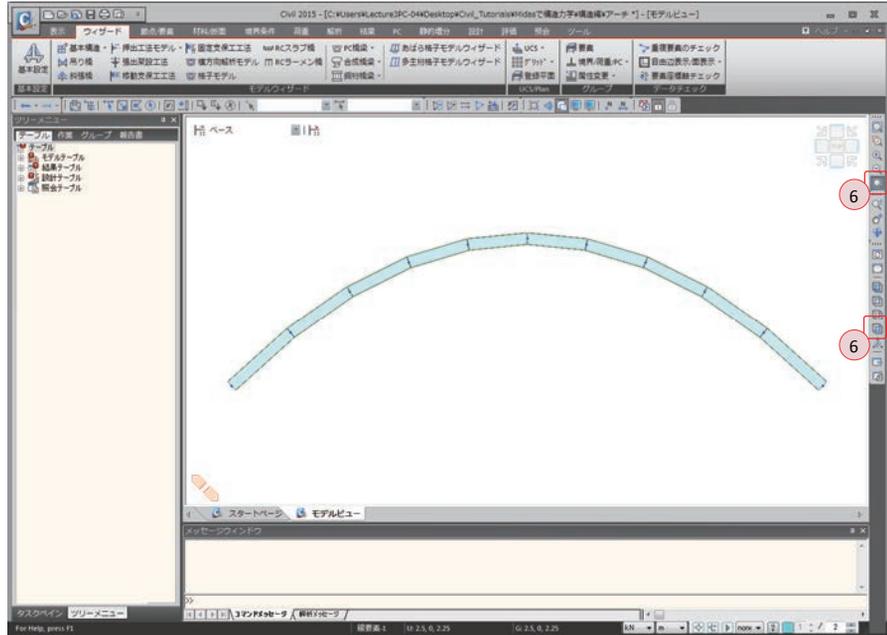
メインメニュー [ウィザード] > [モデルウィザード] > [基本構造] > [アーチ]

1. 入力/編集タブ
2. タイプ > 「放物線1」、セグメント数: “10” 入力
境界条件 > 「なし」、スパン: “50”、高さ: “12.5”
3. 材料 > 「1:SM490」、断面 > 「1:リブ&桁」
4. 挿入タブ
5. 挿入点 : “0, 0, 0” 入力
回転角度 > α : “0”, β : “0”, γ : “0” 入力し, [OK] クリック
6. 正面, 自動フィット (トグルオン)

▶ 図 4.9
アーチウィザード



▶ 図 4.10
アーチリブの生成

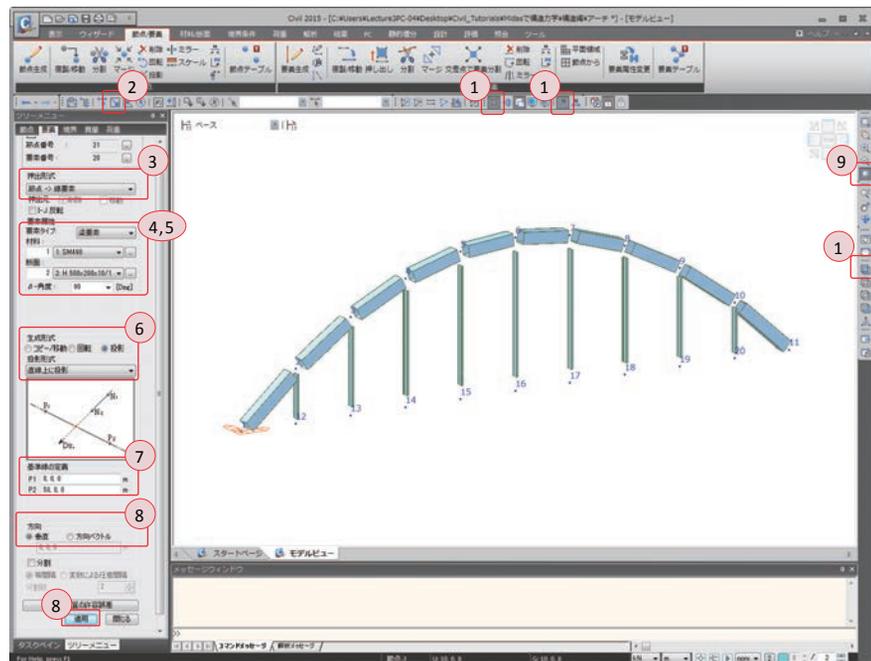


節点を線要素の拡張する押し出し機能を利用しハンガーを生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [押し出し]

1. 縮小表示, 節点番号, アイソメ図 (トグルオン)
2.  ウィンドウで選択で節点2~節点10を選択
3. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
4. 要素タイプ > 「梁要素」選択
5. 材料 > 「1:SM490」, 断面 > 「2: H 500×200×10/16」, β -角度 > 「90」
6. 生成タイプ > 「投影」, 投影形式 > 「直線上に投影」選択
7. 規準線の定義 > P1: “0, 0, 0”, P2: “50, 0, 0” 入力
8. 方向 > 「垂直」を選択し, [適用] クリック
9. 自動フィット (トグルオン)

▶図 4.11
ハンガーの生成





Tip

β -角度

β -角度を 90° を入力し、ウェブの軸が橋軸に垂直になるように設定する。 β -角度に対する詳しい内容はマニュアルの「座標系と節点」を参照。

▶ 図 4.12

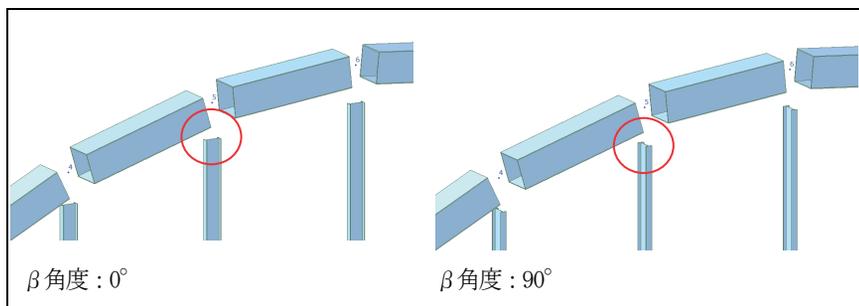
β 角度



Tip

β 角度はトラスや梁、柱などの線要素の要素座標系で z 軸の配置方向を意味する。

正方形でない非定形の断面の場合、配置される角度により剛性が違うため注意して入力する必要がある。

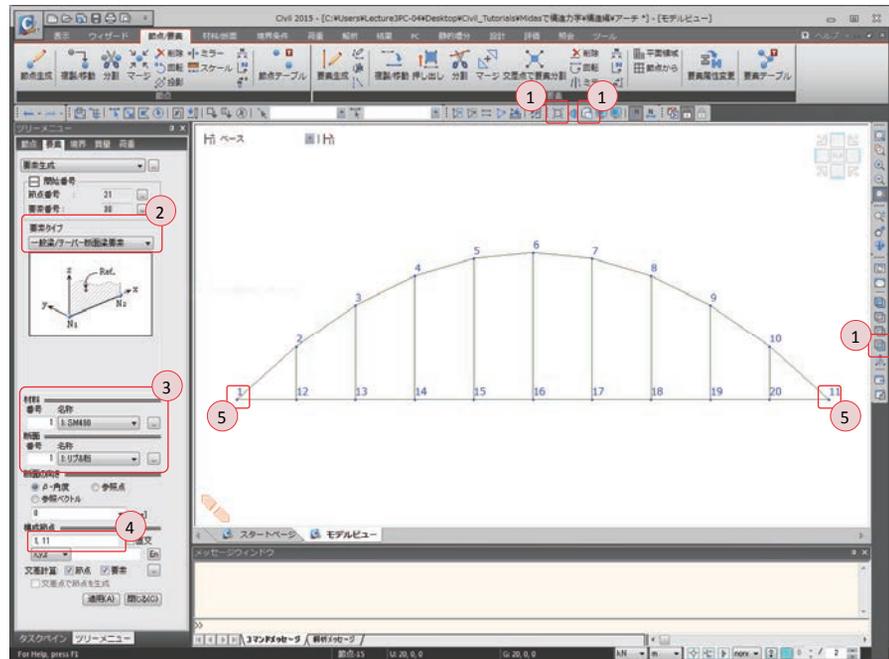


節点1と節点11の間に補強桁を入力する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[要素生成]**

1. 縮小表示, 隠線除去表示 (トグルオフ), 正面 (トグルオン)
2. 要素タイプ > 「一般梁/テーパ断面梁要素」選択
3. 材料 > 「1:SM490」選択, 断面 > 「1:リブ&桁」選択
4. 構成節点の入力ボックスをクリックし,
5. モデルビューから節点1と節点11を順番にクリック

▶ 図 4.13
補強桁の入力



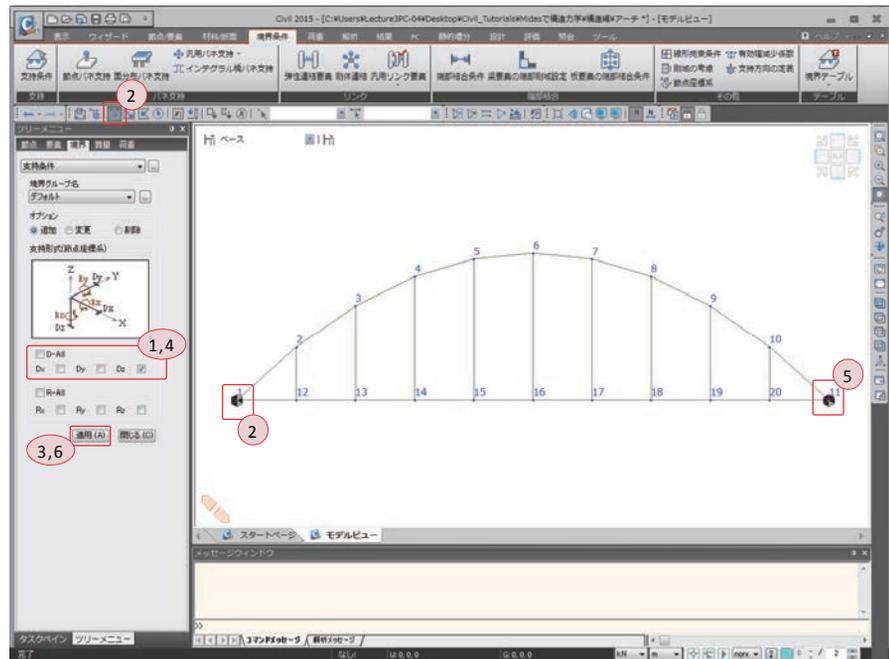
02.5 境界条件の入力

モデル 1 の左側の支点（節点 1）には D_x , D_z 自由度を拘束しピン支持条件を入力し、右側の支点（節点 11）には D_z 自由度を拘束しローラー支持条件を入力する。

メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

1. 支持形式 > D_x , D_z (チェックオン)
2.  単一選択で節点 1 を選択
3. **[適用]** クリック
4. 支持形式 > D_x (チェックオフ)
5.  単一選択で節点 11 を選択
6. **[適用]** クリック

▶ 図 4.14
境界条件の入力

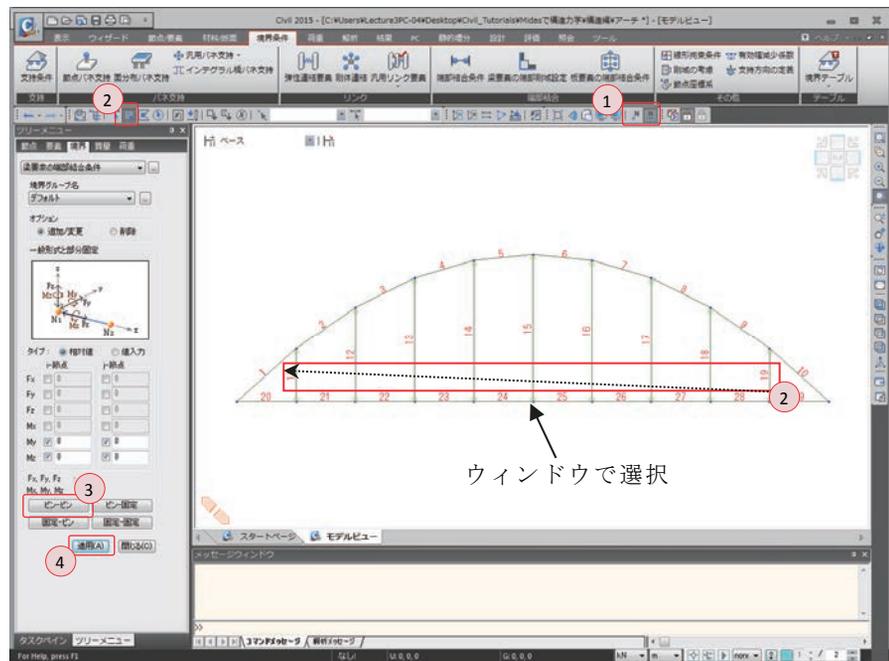


ハンガーの両端部にヒンジ（梁端部モーメントを解除）条件を入力する。

メインメニュー [境界条件] > [端部結合] > **[端部結合条件]**

1. 節点番号（トグルオフ），要素番号（トグルオン）
2.  ウィンドウで選択で，要素19～要素11を選択
(右下から左上へドラックすると交差する全ての要素が選択できる)
3. 一般形式と部材固定 > **[ピン-ピン]** クリック
4. **[適用]** クリック

▶ 図 4.15
ハンガー-端部のヒンジ条件の定義



02.6 荷重の入力

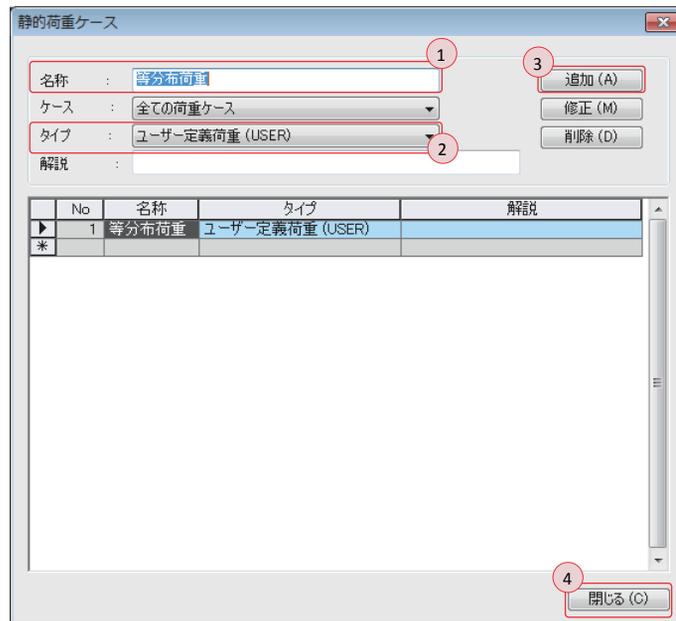
02.6.1 荷重条件の 定義

荷重を入力するため、まず入力する荷重の種類（荷重条件）を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケース生成] > [静的荷重ケース]

1. 名称：“等分布荷重” 入力
2. タイプ > 「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択
3. [追加] クリック
4. [閉じる] クリック

▶ 図 4.16
荷重条件の定義



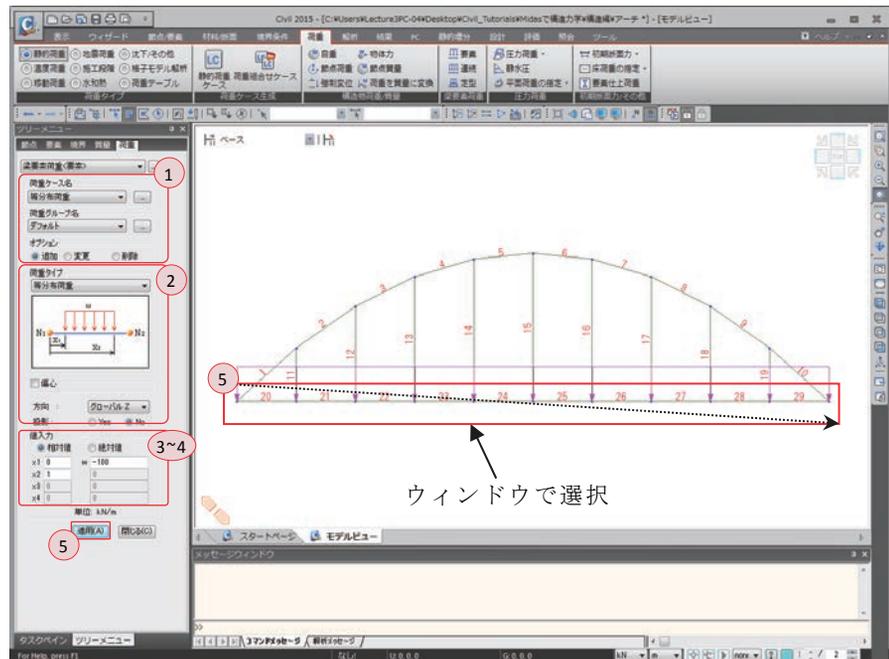
02.6.2 荷重の入力

アーチの補強桁に等分布荷重 100 kN/m を入力する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [要素]

1. 荷重ケース名 > 「等分布荷重」, オプション > 「追加」 選択
2. 荷重タイプ > 「等分布荷重」, 方向 > 「グローバルZ」 選択
3. 数値 > 「相対値」 選択
4. 「x1 : 0, w : -100, x2 : 1」 入力
5.  ウィンドウで選択で補強桁 (要素 20~要素 29) を選択し, [適用] クリック
(左上から右下へドラッグするとウィンドウ内に入る要素のみ選択できる)

▶ 図 4.17
等分布荷重の入力

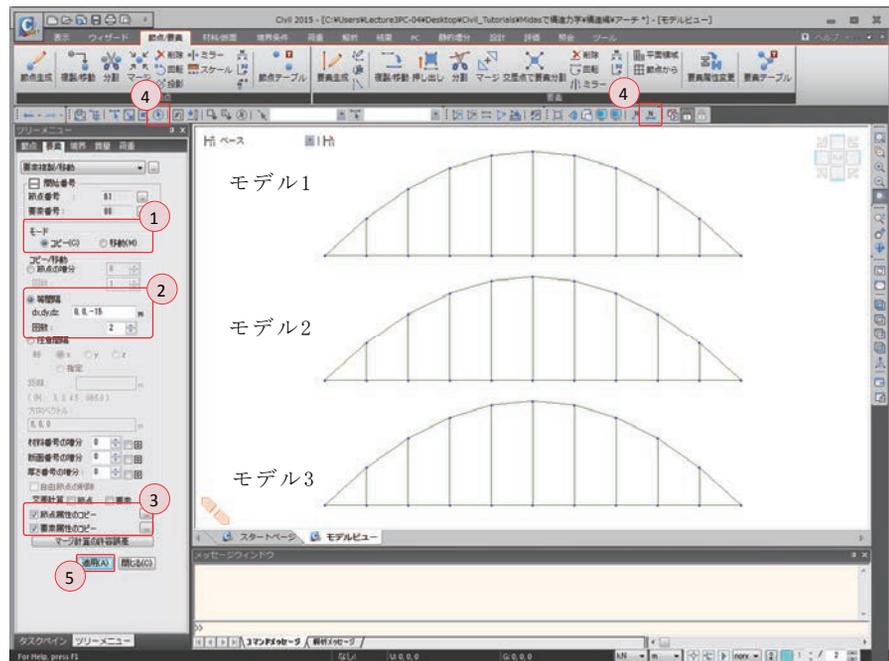


02.6.3 要素の複製 モデル1 をコピーしモデル2 とモデル3 を生成する。この時、モデル1 に入力されている荷重と境界条件を同時にコピーする。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[移動/複製]**

1. モード > 「**コピー**」選択
2. 移動/コピー > 「**等間隔**」
dx, dy, dz : “**0, 0, -15**” 入力, 回数 > “**2**” 入力
3. 節点属性のコピー, 要素属性のコピー(チェックオン)
4. **要素番号** (トグルオフ),  **全て選択** クリック
5. **[適用]** クリック

▶ 図 4.18
要素の複製



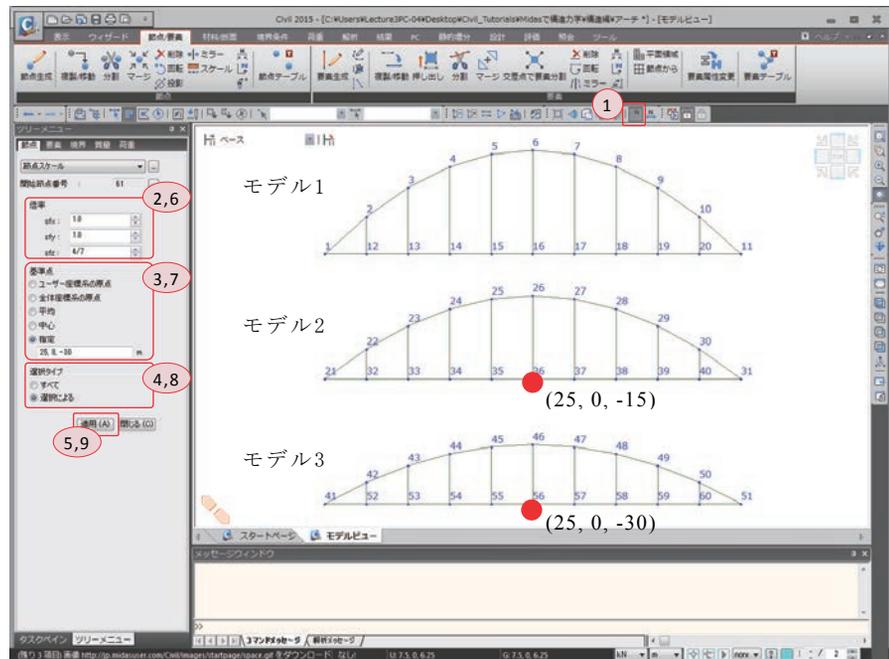
02.6.4 モデルの修正 複製したアーチ (モデル2, モデル3) の高さを修正する.

Tip
‘/’記号はプログラム内では‘.’を意味する。

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [スケール]

1. 節点番号 (トグルオン)
2. 倍率 > sfx : “1.0”, sfy : “1.0”, sfz : “4/5” 入力
3. 基準点 > 「指定」選択 > “25, 0, -15” 入力
4. 選択タイプ > 「選択による」選択
5.  ウィンドウで選択で、節点22～節点30を選択し、[適用]クリック
6. 倍率 > sfx : “1.0”, sfy : “1.0”, sfz : “4/7” 入力
7. 基準点 > 「指定」選択 > “25, 0, -30” 入力
8. 選択タイプ > 「選択による」選択
9.  ウィンドウで選択で、節点42～節点50を選択し、[適用]クリック

▶ 図 4.19
モデルの修正

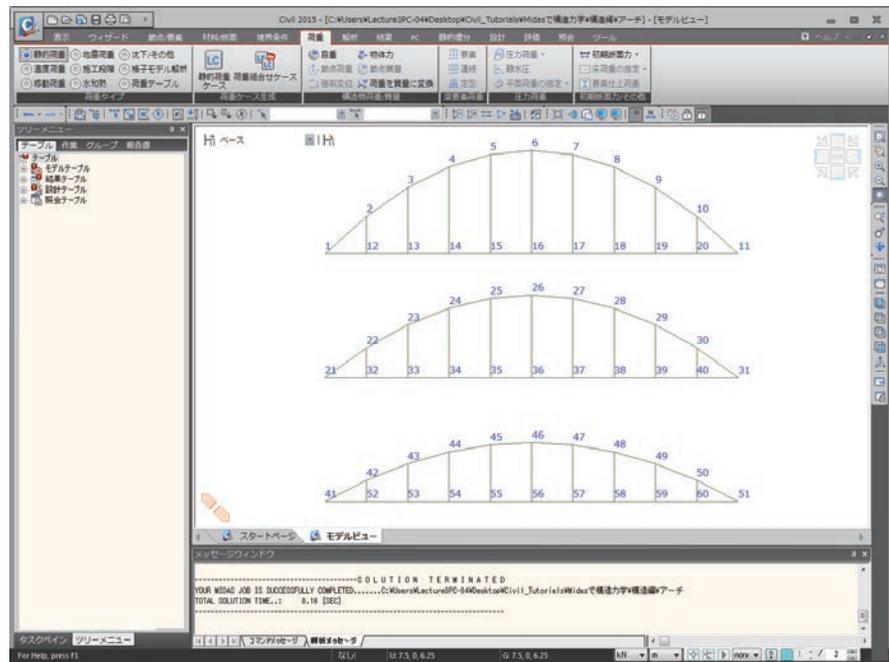


02.7 構造解析の実行

構造解析モデリングが完了したら構造解析を実行する。

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

▶ 図 4.20
解析正常終了のメッセージ



02.8 解析結果の確認

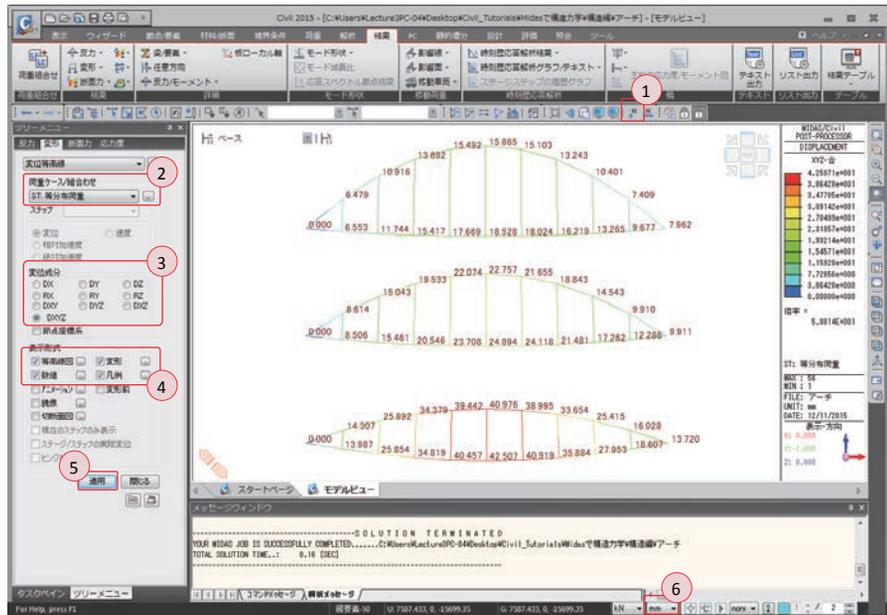
02.8.1 変位及び変形

まず変形図を確認する。ここで、DXZは $\sqrt{DX^2 + DZ^2}$ を計算した値である。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変位等高線]

1. 節点番号 (トグルオフ)
2. 荷重ケース/組合せ > 「ST:等分布荷重」選択
3. 変位成分 > 「DXZ」選択
4. 表示形式 > 等高線図, 変形, 数値, 凡例 (チェックオン)
5. [適用]クリック
6. ステータスバーで長さ単位を「mm」に変換

▶ 図 4.21
変形の結果



結果から、アーチの高さが低いほどたわみが大きくなるのが分かる。同じ部材を使用した場合、アーチの高さの減少は剛性の減少を意味する。

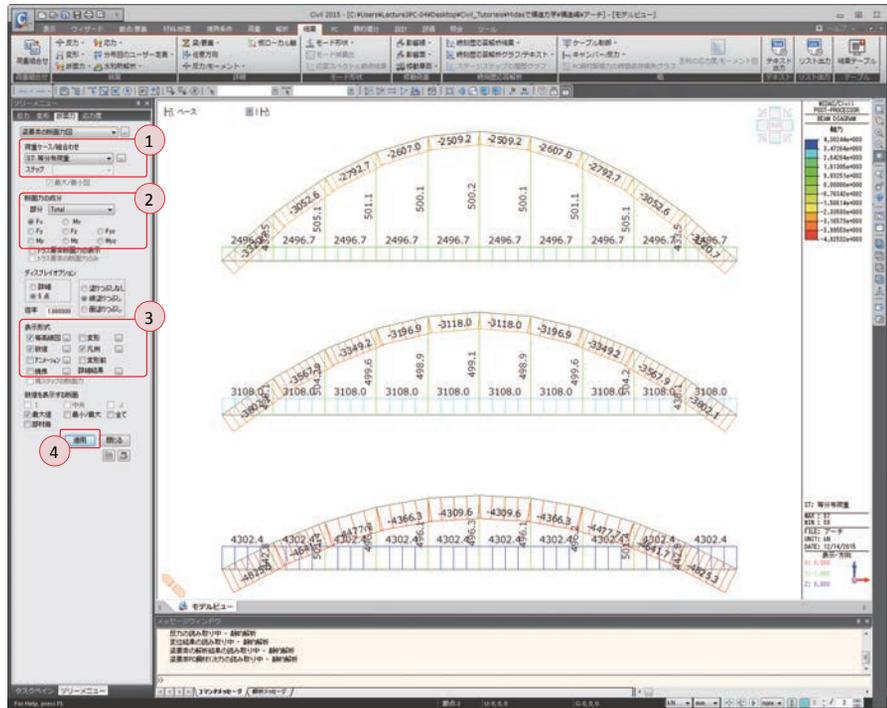
02.8.2 部材力

等分布荷重による軸力を確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組合せ > 「ST: 等分布荷重」 選択
2. 断面力の成分 > 「Fx」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例 (チェックオン)
4. [適用] クリック

▶ 図 4.22
軸力の結果



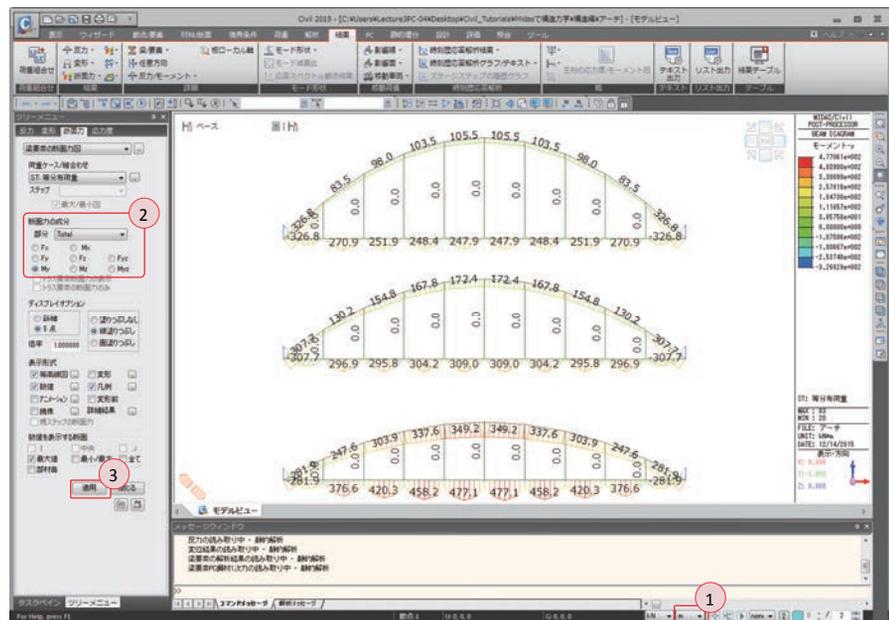
アーチの高さが低いほど補強桁とアーチリブに発生する軸力が增加することが分かる。

等分布荷重による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

1. ステータスバーで長さ単位を「m」に変換
2. 断面力の成分 > 「My」選択
3. [適用] クリック

▶ 図 4.23
モーメントの結果

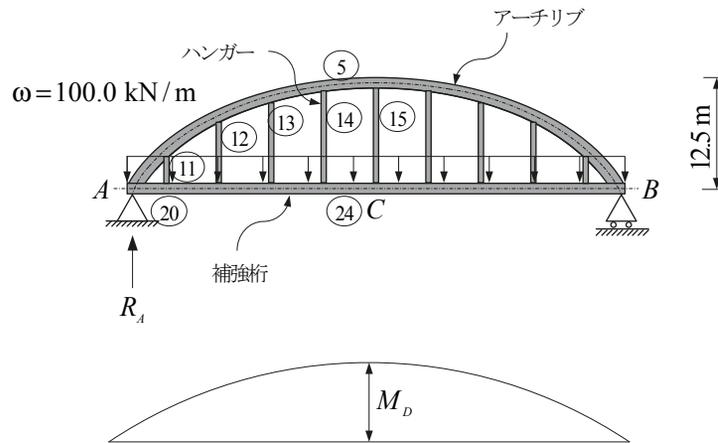


アーチの高さが低いほど補強桁とアーチリブに作用する曲げモーメントの絶対値が大きくなり、アーチリブと補強桁が交差する隅角部の曲げモーメントは減少することができる

03. 構造計算の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

▶ 図 4.24



モデル 1 はアーチの形状をしているが、全体的な挙動は単純梁の場合と同じく、アーチの形状はモーメント図に似ている。長方形の線部材である梁において大きいモーメントを受ける部分の断面の寸法を大きく設計するとモーメントに対する抵抗性能を向上できるように、アーチ構造自体も中央部での高さが最も高く、端部に近づくにつれ低くなる形状になっている。

モデル 1 のようなアーチ構造でのモーメントは上弦材であるアーチリブと下弦材の隅力により抵抗される。すなわち、下弦材の引張力（または上弦材の圧縮力）とアーチの高さとの積は当該位置での抵抗モーメントとなる。

次の表は図 4.24 に示す部材番号と各部材が受ける軸力 (N) , せん断力 (V) , モーメント (M) などをまとめたものである。

▶表 4.1

部材番号	N (kN)	V (kN)	M (kN·m)
24	2496.743	-	-64.784
5	-2509.24	-	105.495
20	-	310.204	-
11	433.461	-	-
12	505.076	-	-
13	501.131	-	-
14	500.052	-	-
15	500.150	-	-

アーチの中央部でのモーメントと部材力との関係を検討するため、等分布荷重を受ける単純張りを想定して考えると、中央部の C 点でのモーメント M_o と A 点での反力 R_A は次のように計算できる。

$$M_o = \frac{\omega \ell^2}{8} = \frac{100 \times 50^2}{8} = 31,250 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$R_A = \frac{\omega \ell}{2} = \frac{100 \times 50}{2} = 2,500 \text{ kN}$$

アーチ構造でモーメント M_o は上弦材と下弦材間の隅力により抵抗される。従って、モーメント M_o をアーチの中央部の高さで割ると次のようになる。

$$N = \frac{M_o}{h} = \frac{31,250}{12.5} = 2,500 \text{ kN}$$

ここで得られた軸力がアーチの解析値（部材番号 24 及び 5 の軸力）と異なる理由は、部材番号 5 のアーチリブと部材番号 24 の補強桁のモーメントを受けているからである。従って、これらの部材に作用するモーメントを考慮すると、部材番号 24 に作用する軸力と同じ軸力が得られる。

$$N = \frac{M_o - M_s - M_{24}}{h} = 2,496.743 \text{ kN}$$

また上弦材である 5 番部材の軸力を横方向の分力で換算しても同じ軸力が得られる。

支点 A での反力は 20 番部材のせん断力とハンガー（部材 11~15）の軸力を足すことで計算でき、単純梁の反力と一致することが分かる。

$$R_A = V_{20} + N_{11} + N_{12} + N_{13} + N_{14} + \frac{N_{15}}{2} = 2,500 \text{ kN}$$

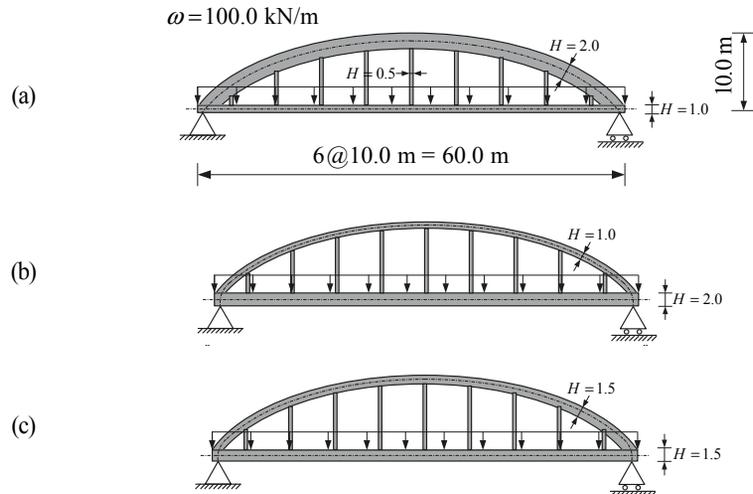
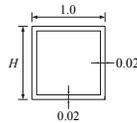
以上のような分析により、アーチは圧縮力を通して力を伝達し、モーメント図のような形状で作用する荷重を支持することが確認できる。

04. 練習問題

下図のようなアーチ構造でアーチリブと補強桁の剛性の違いが構造物の挙動に及ぼす影響を分析しなさい。（材料はチュートリアルで扱ったモデルと同様）

- 1) アーチリブ: ボックス断面- 1000×1000×20 mm
 ボックス断面- 1500×1500×20 mm
 ボックス断面- 2000×2000×20 mm
- 2) 補強桁 : ボックス断面- 1000×1000×20 mm
 ボックス断面- 1500×1500×20 mm
 ボックス断面- 2000×2000×20 mm
- 3) ハンガー : H形鋼 - 500×200×10/16 mm

断面:



5.

連続梁の 解析

TABLE OF CONTENTS

01 概念の理解	
<hr/>	
01.1 連続梁の概念	5-1
02 チュートリアル	
<hr/>	
02.1 モデルの概要	5-4
02.2 作業環境の設定	5-5
02.3 材料及び断面の定義	5-7
02.4 節点及び要素の生成	5-8
02.5 境界条件の入力	5-10
02.6 荷重の入力	5-11
02.7 構造解析の実行	5-16
02.8 解析結果の確認	5-17
03 構造計算の解説	
<hr/>	
03.1 力学的概念の理解及び 数値計算	5-23
04 練習問題	5-27
<hr/>	

01. 概念の理解

01.1 連続梁の概念

01.1.1 一般事項

単純梁が連続的につながっている構造物が連続梁である。

▶写真 5.1
単純梁及び連続梁



連続梁は、反力、すなわち未知数の数は力の釣り合い条件の数より多いため不静定構造となる。

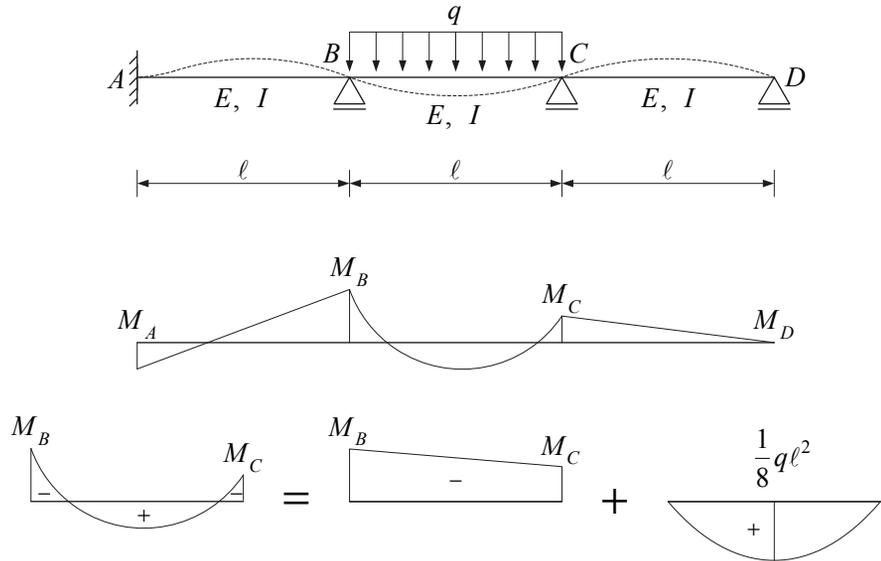
静定梁の反力は力の釣り合い条件式で求められるが、不静定構造である連続梁では力の釣り合い条件だけでは反力が求められないため変形の適合条件などの追加条件を使用しなければならない。

01.1.2 解析の概念

連続梁の構造的挙動は隣接部材の曲げ剛性の影響を受ける図 5.1 のような 3 スパン連続梁で部材 BC でのモーメントの分布は隣接している部材 AB と部材 CD の曲げ剛性の特性により変わる。

部材 BC が単純なら、両端 (B 端と C 端) でのモーメントがゼロとなるが、隣接部材により端部モーメント (M_B と M_C) が発生する。モーメント M_B と M_C の大きさは部材 AB と部材 CD の曲げ剛性により変わる。A 端の回転に拘束された部材 AB の剛性が D 端の回転が拘束されていない部材 CD の剛性より大きいため M_B が M_C より大きくなる。

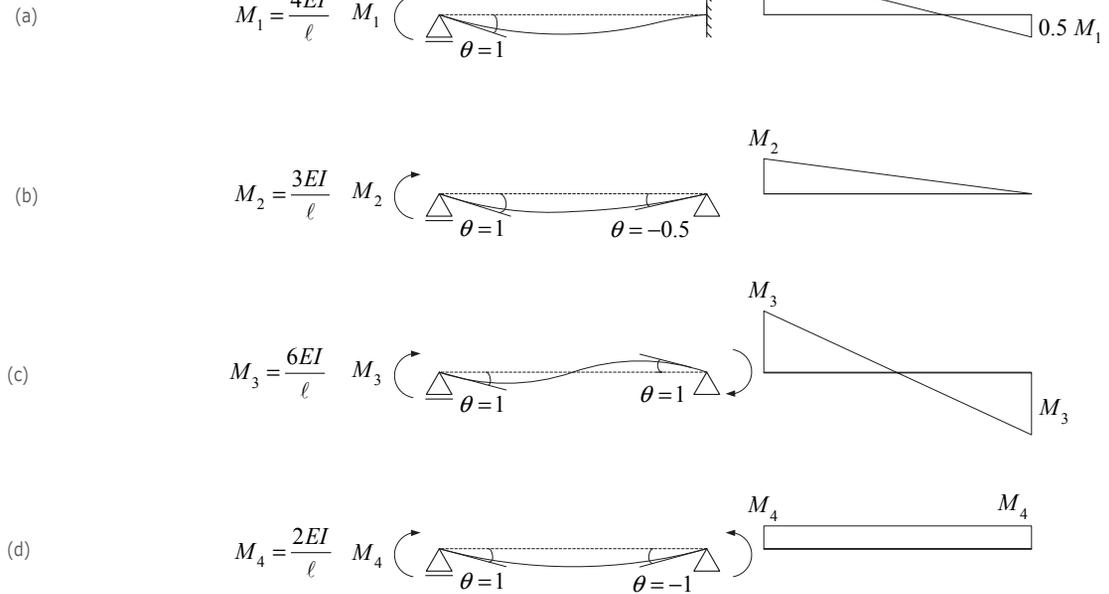
▶図 5.1
3スパン連続梁



境界条件による剛性を表した図 5.2 から分かるように、左端に単位回転角を発生させるのに必要なモーメント M_1 , M_2 , M_3 , M_4 は右端の条件により変わる。図 5.2(a)は右端が固定端で、図 5.2(b)は右端がヒンジである。図 5.2(c)は右端に同一の回転角 (1)が発生し逆対称の形状に変形したもので、図 5.2(d)は右端に反対方向の回転角(-1)が発生し対称形状に変形したものである。その結果、剛性の大きさは 5.2(c) ($6EI/l$)、5.2(a) ($4EI/l$)、5.2(b) ($3EI/l$)、そして 5.2(d) ($2EI/l$) の順になる。

図 5.2(a)が図 5.1 の部材 AB にあたり、図 5.2(b)が図 5.1 の部材 CD にあたる。

▶ 図 5.2



不静定構造の解法には剛性法(stiffness method), たわみ性法(flexibility method), モーメント分配法(moment distribution method), 有限要素法 (finite element method) など様々な方法があるが, 全て図 5.2 と同じ原理に基づいている. それぞれの方法の特性が異なるため, 与えられた問題の条件により適切な方法を選択することが望ましい. ここではモーメント分配法とたわみ性法を使用し構造解析を行った例を挙げている. 特にモーメント分配法は簡単な構造物に対し簡単で直観的に適用できる方法であるため, 構造物の特性を理解するのに有効な方法である.

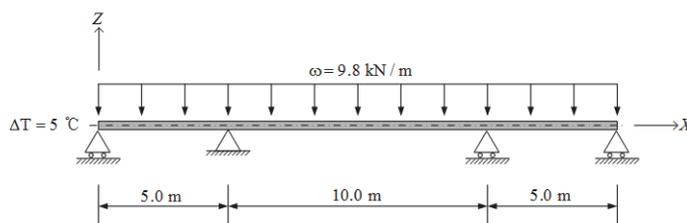
02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

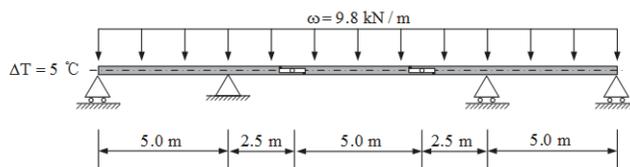
連続梁とゲルバー梁で等分布荷重と温度荷重（上下面の温度差）に対する反力，変位及び部材力を比較する。

▶ 図 5.3

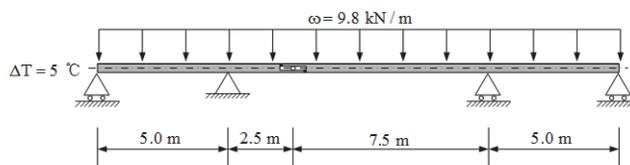
(a) 解析モデル 1
3スパン連続
2次不静定



(b) 解析モデル 2
3スパン静定



(c) 解析モデル 3
3スパン連続
1次不静定



- **材料**: SM490 (溶接構造用鋼材, 最低引張強度 490 MPa)
- **断面**: ボックス型断面 400×200×12 mm
- **荷重**: 1. 等分布荷重: 9.8 kN / m
2. 温度荷重: $\Delta T = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ (上下面の温度差)

02.2 作業環境の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  **新規プロジェクト...**

メインメニュー  >  **保存**

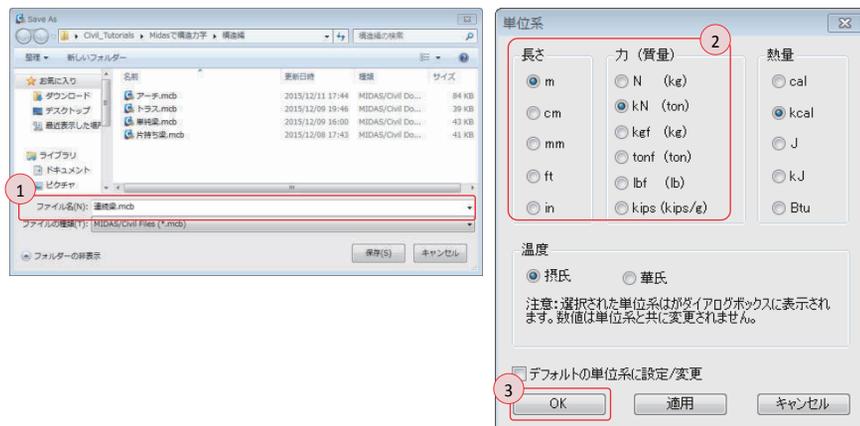
1. ファイル名：“**連続梁**”と入力し，**[保存]**をクリック

単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

2. 長さ > 「**m**」，力 > 「**kN(ton)**」を選択
3. **[OK]**をクリック

▶ 図 5.4
ファイルの保存
単位系の設定



解析モデルは平面(X-Z平面)構造であるため、構造形式をX-Z平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z平面」を選択
2. [OK]をクリック

▶ 図 5.5
作業平面の設定



02.3 材料及び断面の定義

連続梁の材料は鋼材 SM490（日本標準規格）を選択し断面を定義する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

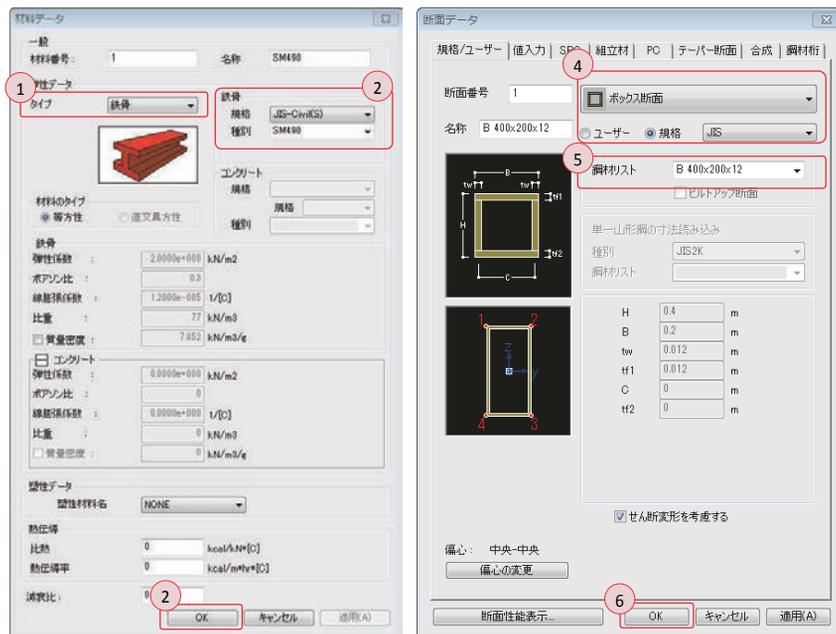
1. [追加...]クリック, 弾性データ > 「鋼材」選択
2. 鉄骨 > 規格 > 「JIS-Civil(S)」選択, 種別 > 「SM490」選択, [OK]クリック
3. 断面タブ
4. [追加...]クリック, 断面形状リスト > 「ボックス断面」選択
断面定義の方法 > 「規格」選択 > 「JIS」選択
5. 鋼材リスト > 「B 400×200×12」選択
6. [OK]クリック, [閉じる]クリック



Tip

規格に搭載されている材料を選択すると材料の基本物性値（弾性係数, ポアソン比, 熱膨張係数, 比重）が自動的に入力される。

▶ 図 5.6
材料の定義
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

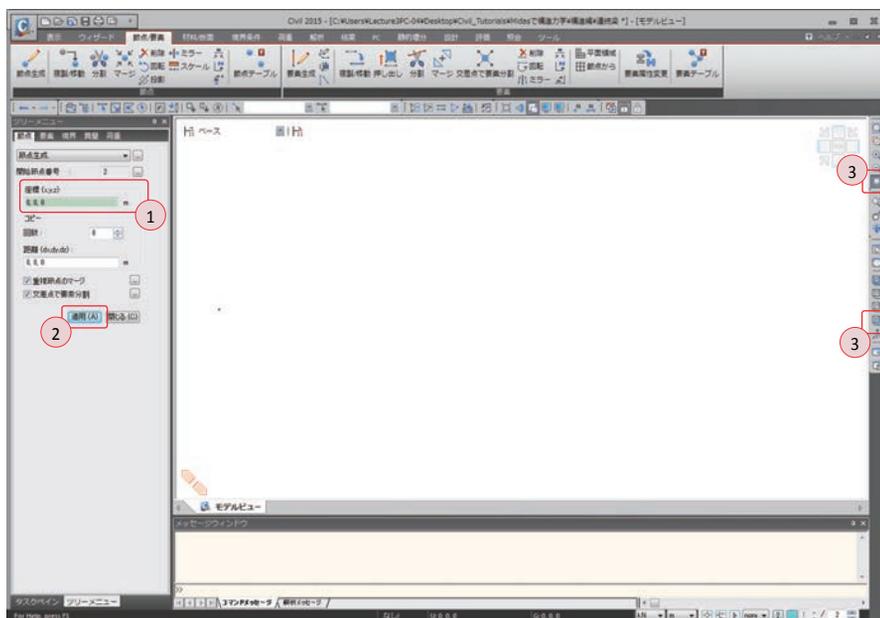
02.4.1 節点の生成

連続梁を生成するためまず節点を入力する。節点は要素の開始点と終了点、荷重と境界条件などが入力される位置、また解析結果を確認する位置などに生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [節点生成]

1. 座標 (x, y, z) : “0, 0, 0” 入力
2. [適用] クリック
3. 自動フィット, 正面 (トグルオン)

▶ 図 5.7
節点の生成



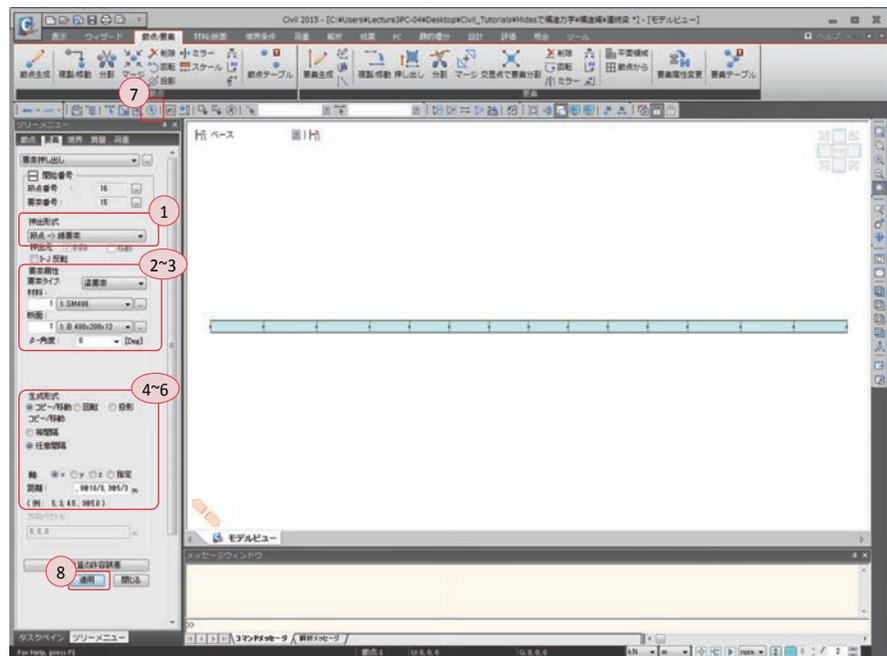
02.4.2 要素の生成

節点を線要素に拡張する押し出し機能で連続梁を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [押し出し]

1. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
2. 要素タイプ > 「梁要素」選択
3. 材料 > 「1:SM490」選択, 断面 > 「1:B 400×200×12」選択, β 角度: “0” 入力
4. 生成形式 > 「コピー/移動」選択
5. コピー/移動 > 「任意間隔」選択
6. 軸 > 「x」選択, 距離: “305/3, 8010/8, 305/3” 入力
7.  全て選択クリック
8. [適用]クリック

▶ 図 5.8
要素の生成



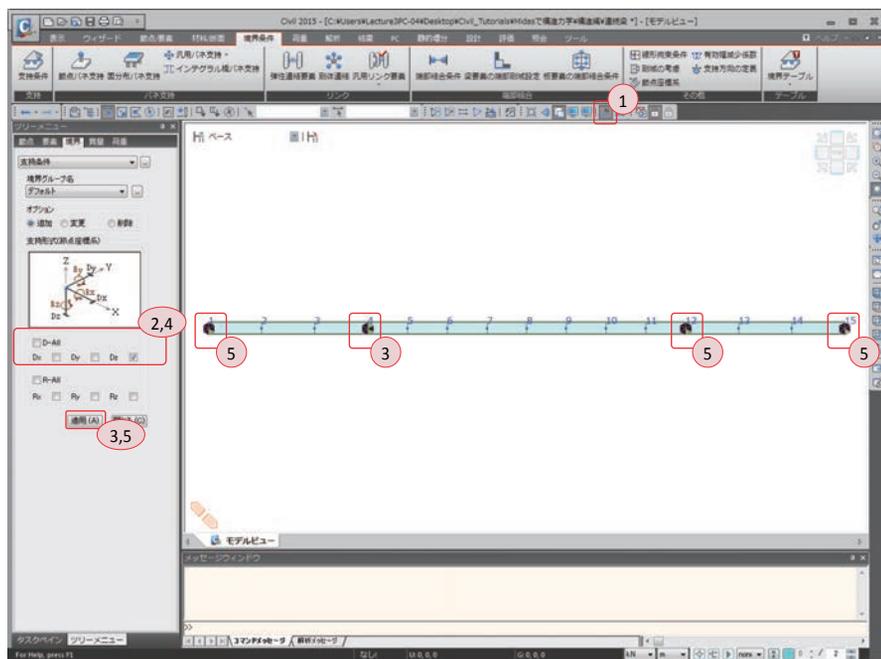
02.5 境界条件の入力

ピン支持の条件は D_x , D_z の自由度を拘束し、ローラー支持条件は D_z の自由度のみ拘束する。

メインメニュー [境界条件] > [支持] > [支持条件]

1. 節点番号 (トグルオン)
2. 支持形式 > D_x , D_z (チェックオン)
3.  単一選択で節点 4 を選択し、[適用] クリック
4. 支持形式 > D_x (チェックオフ)
5.  単一選択で節点 1, 12, 15 を選択し、[適用] クリック

▶ 図 5.9
支点条件の入力



02.6 荷重入力

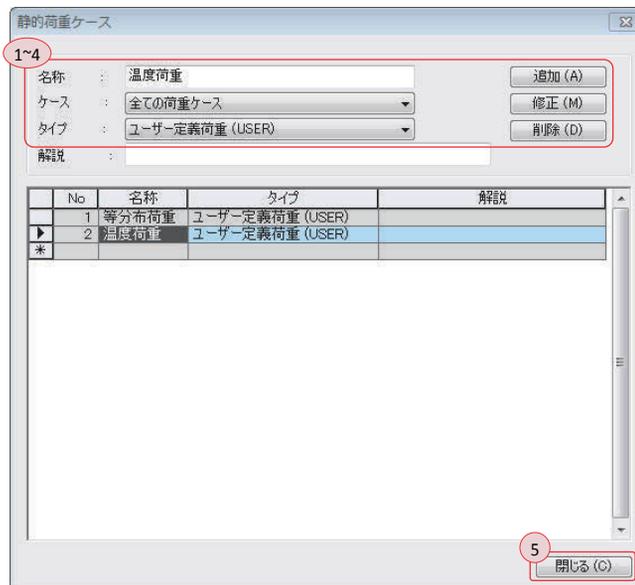
02.6.1 荷重条件の定義

等分布荷重と温度荷重を入力するため、荷重条件を先に定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > **[静的荷重ケース]**

1. 名称 : “等分布荷重” 入力
2. タイプ > 「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択, [追加] クリック
3. 名称 : “温度荷重” 入力
4. タイプ > 「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択, [追加] クリック
5. [閉じる] クリック

▶ 図 5.10
荷重条件の定義



02.6.2 等分布荷重の
入力

連続梁に等分布荷重 9.8 kN / m を入力する。

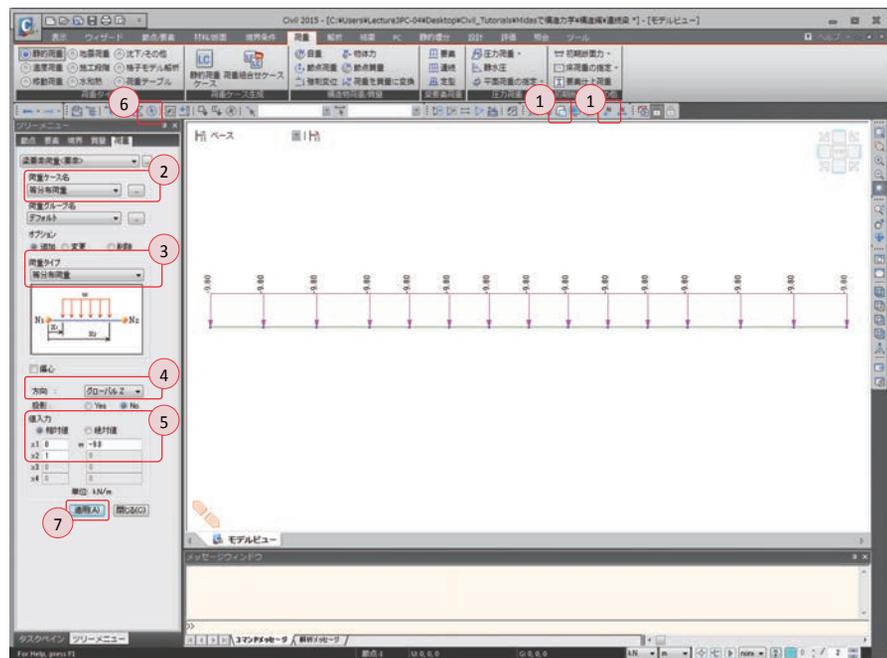
メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 「荷重」タブで、荷重値 (チェックオン) , [OK] クリック

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [要素]

1. 隠線除去表示, 節点番号 (トグルオフ)
2. 荷重ケース名 > 「等分布荷重」
3. 荷重タイプ > 「等分布荷重」
4. 方向 > 「グローバルZ」
5. 値入力 > x1: “0”, w: “-9.8”, x2: “1” 入力
6.  全て選択をクリック
7. [適用] クリック

▶ 図 5.11
等分布荷重の入力

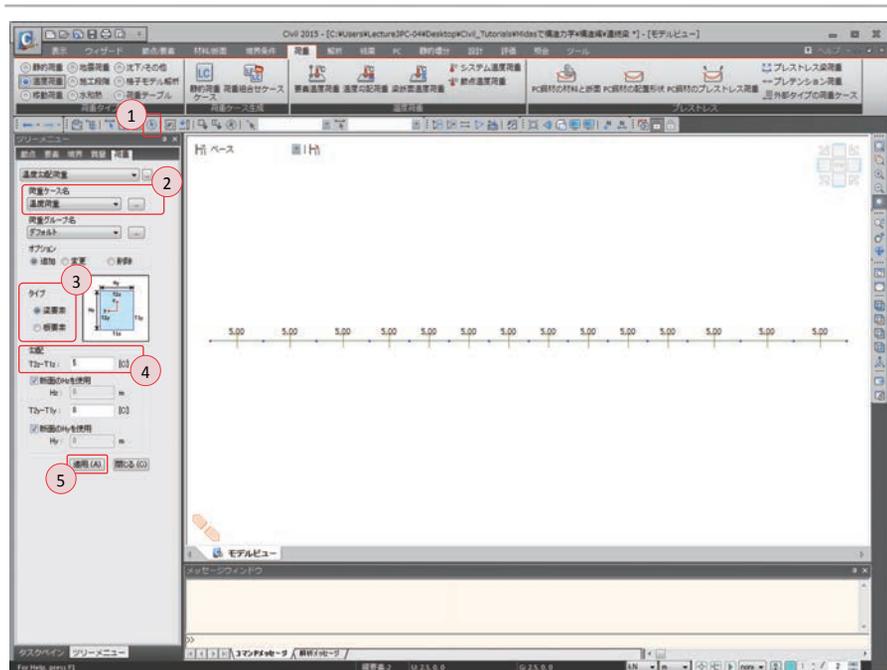


02.6.3 温度荷重の 入力 連続梁の上下面の温度差 ($\Delta T = 5 \text{ }^\circ\text{C}$) を入力する。温度差が入力されると、要素の材料情報に定義されている線膨張係数を参照し温度差により梁断面に発生する応力が荷重として考慮される。

メインメニュー [荷重/温度荷重] > [温度荷重] > **[温度勾配荷重]**

1.  **全て選択** クリック
2. 荷重ケース名 > 「**温度荷重**」 選択
3. タイプ > 「**梁要素**」 選択
4. 勾配 > T2z-T1z : “**5**” 入力
5. **[適用]** クリック

▶ 図 5.12
温度荷重の入力



02.6.4 要素の複製

連続梁（モデル1）を複製し、ゲルバー梁（モデル2，モデル3）を生成する。

このとき、連続梁（モデル1）に入力されている荷重及び境界条件を同時に複製するため、節点属性のコピー及び要素属性のコピー機能を適用する。

メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 「境界」タブで、支持条件（チェックオン），[OK]クリック

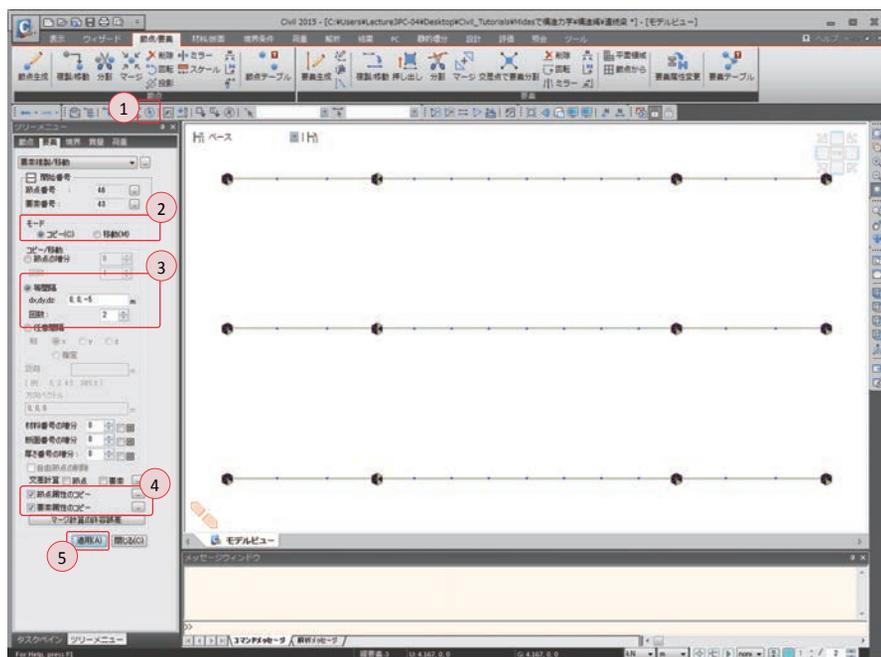
メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [移動/複製]

1.  全て選択クリック
2. モード  「コピー」選択
3. コピー/移動 > 「等間隔」選択

dx, dy, dz : “0, 0, -5” 入力, 回数 : “2” 入力

4. 節点属性のコピー, 要素属性のコピー（チェックオン）
5. [適用]クリック

▶ 図 5.13
要素の複製



02.6.5 ゲルバー梁の
 支点条件の入力

ゲルバー梁を生成するため、複製された連続梁に内部ヒンジ条件を追加する。ヒンジ条件は梁要素の端部結合条件をピンにすることで適用できる。

メインメニュー [境界条件] > [端部結合] > **[端部結合条件]**

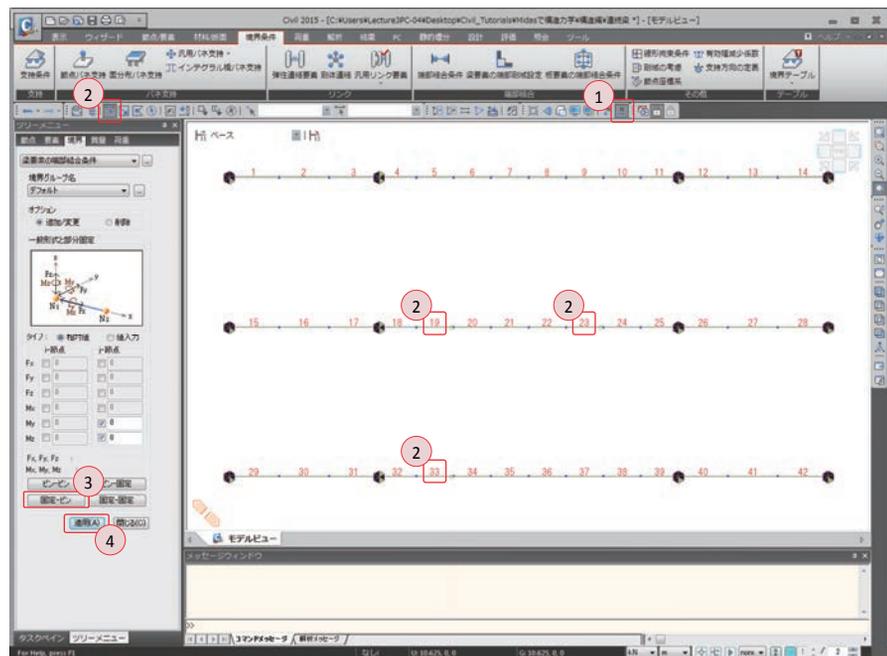
1. 要素番号 (トグルオン)
2.  単一選択で要素 19, 23, 33 を選択
3. 一般形式と部分固定 > [固定-ピン] クリック
 (i-節点 > My, Mz (チェックオフ), j-節点 > My, Mz (チェックオン) 確認)
4. [適用] クリック

▶ 図 5.14
 ゲルバー梁の支点入力

Tip

梁要素を生成する際、先に指定した節点が i-節点、後で指定した節点が j-節点となり、これにより座標系が決定される。

[ディスプレイ]の要素タブで要素座標軸をチェックすると画面で確認できる。



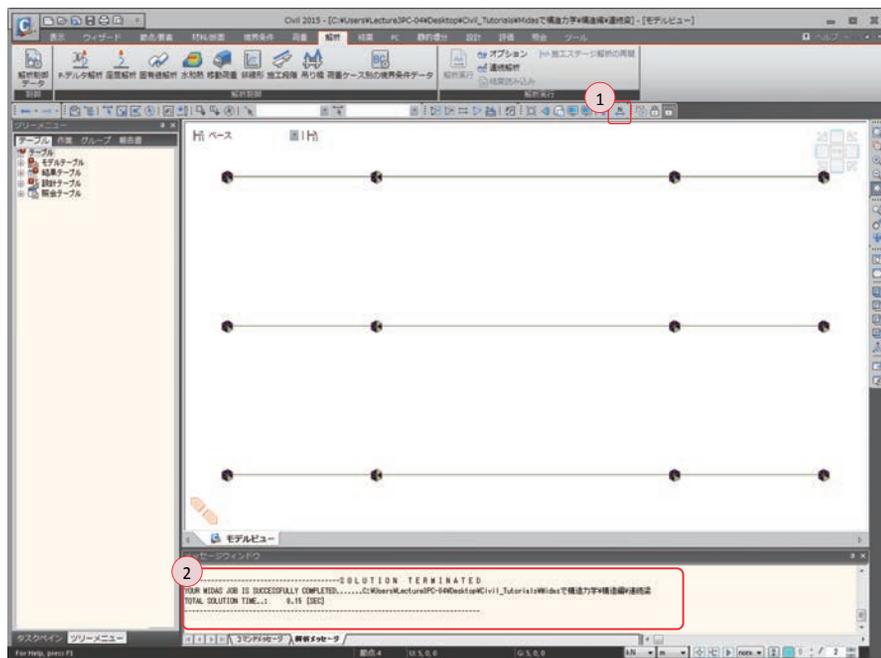
02.7 構造解析の実行

連続梁とゲルバー梁の荷重、境界条件の入力が終わったら、構造解析を実行する。

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

1. 要素番号 (トグルオフ)
2. メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認

▶ 図 5.15
解析の正常終了のメッセージ



02.8 解析結果の確認

02.8.1 反力

等分布荷重により連続梁及びゲルバー梁に発生する反力を比較する。

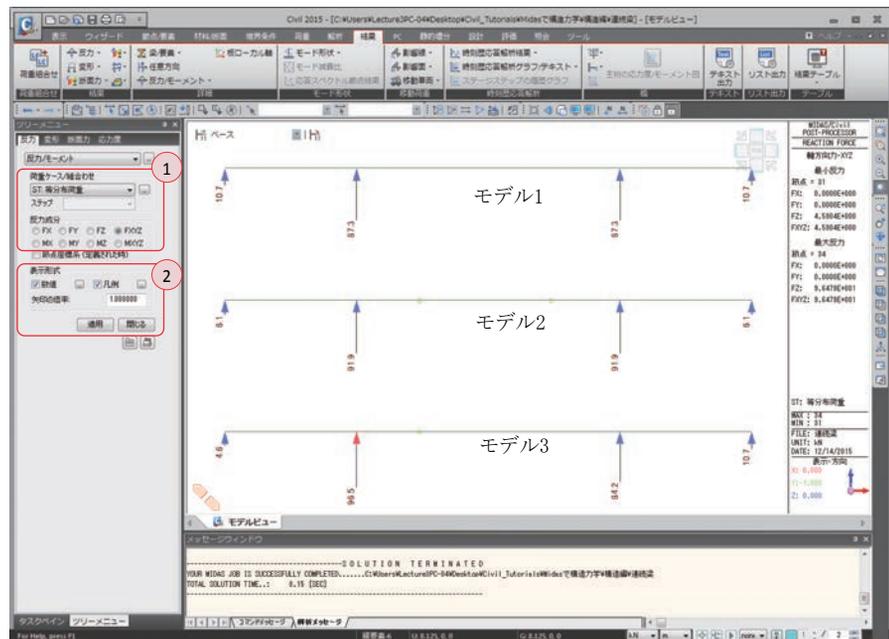
メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 「境界」タブで、支持条件 (チェックオフ)、
梁要素の端部結合条件一記号(チェックオン)、[OK]クリック

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 等分布荷重」選択, 反力成分 > 「FXYZ」選択
2. 表示形式 > 数値, 凡例 (チェックオン), [OK]クリック

▶ 図 5.16
等分布荷重による反力の結果



対称構造物であるモデル 1 と 2 では反力も対称に発生し、モデル 3 では張出し梁の短い部分に大きい反力が発生する。

等分布荷重による反力をテーブルで確認する。

メインメニュー [結果] > [テーブル] > [結果テーブル▼] > [反力]

1. 荷重ケース/組み合わせの選択 > 等分布荷重 (ST) (チェックオン)
2. [OK]クリック

▶ 図 5.17
フィルタリングダイアログ



▶ 図 5.18
反力の結果テーブル

	節点	荷重	FX (kN)	FY (kN)	FZ (kN)	MX (kN*m)	MY (kN*m)	MZ (kN*m)	
▶	1	等分布荷	0.000000	0.000000	1.0749251	0.000000	0.000000	0.000000	
	4	等分布荷	0.000000	0.000000	87.250749	0.000000	0.000000	0.000000	
	12	等分布荷	0.000000	0.000000	87.250749	0.000000	0.000000	0.000000	
	15	等分布荷	0.000000	0.000000	1.0749251	0.000000	0.000000	0.000000	
	16	等分布荷	0.000000	0.000000	6.125000	0.000000	0.000000	0.000000	
	19	等分布荷	0.000000	0.000000	91.875000	0.000000	0.000000	0.000000	
	27	等分布荷	0.000000	0.000000	91.875000	0.000000	0.000000	0.000000	
	30	等分布荷	0.000000	0.000000	6.125000	0.000000	0.000000	0.000000	
	31	等分布荷	0.000000	0.000000	-4.59375	0.000000	0.000000	0.000000	
	34	等分布荷	0.000000	0.000000	96.478872	0.000000	0.000000	0.000000	
	42	等分布荷	0.000000	0.000000	84.201880	0.000000	0.000000	0.000000	
	45	等分布荷	0.000000	0.000000	1.0728872	0.000000	0.000000	0.000000	
	反力のサマリー								
		荷重	FX (kN)	FY (kN)	FZ (kN)				
		等分布荷	0.000000	0.000000	587.939999				

載荷された外的荷重の総和と反力の総和を比較することで構造物のモデリング及び荷重の入力が適切であるかが確認できる。

本チュートリアルで載荷された荷重は全体座標系の Z 軸方向で $9.8 \text{ kN/m} \times 20 \text{ m} \times 3 = 588 \text{ kN}$ で、テーブルの Z 軸方向の反力 (FZ) の総和と一致していることが分かる。

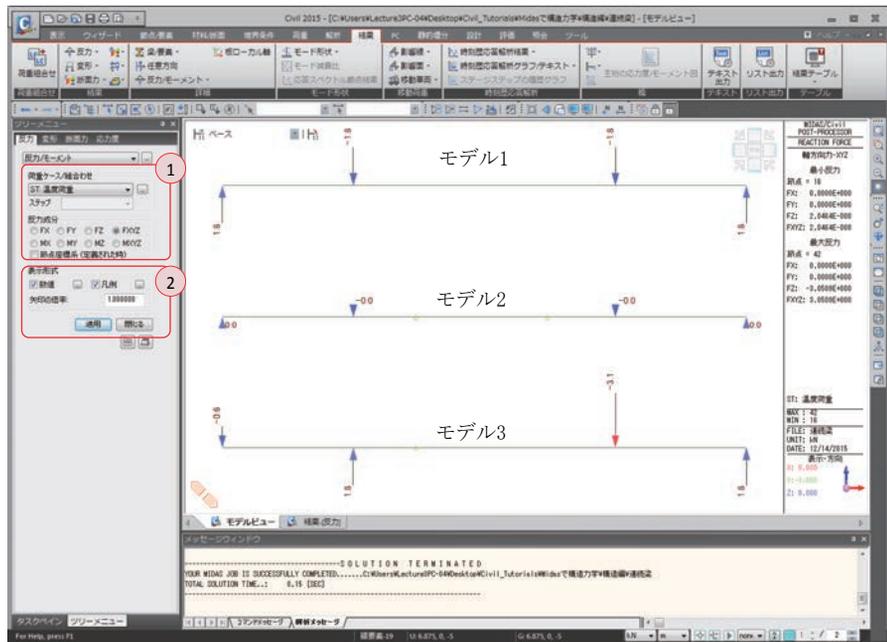
温度荷重による構造物の反力を比較してみると外的静定構造物であるモデル2では反力は発生しないが、不静定構造物であるモデル1とモデル3では垂直反力が発生することが確認できる。

「モデルビュー」タブをクリック

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 温度荷重」選択, 反力成分 > 「FXYZ」選択
2. 表示形式 > 数値, 凡例 (チェックオン), [OK]クリック

▶ 図 5.19
温度荷重による反力



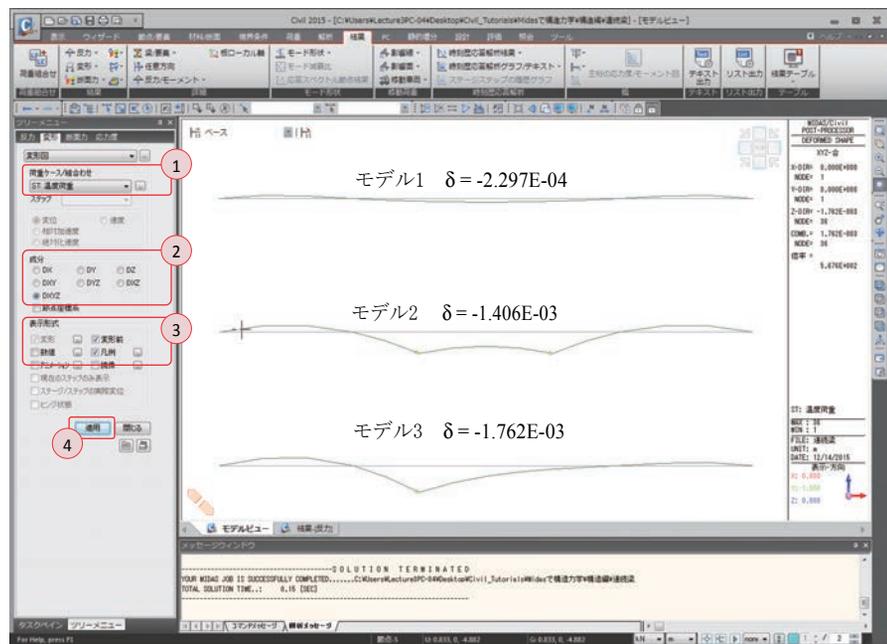
02.8.2 変位及び変形

温度荷重による変形図を確認する。ここで、DXZは $\sqrt{DX^2 + DZ^2}$ を意味する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変形図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 温度荷重」 選択
2. 成分 > 「DXYZ」 選択
3. 表示形式 > 変形前, 凡例 (チェックオン)
4. [適用] クリック

▶ 図 5.20
温度荷重による変位



連続梁 (モデル1) の場合はたわみが最も小さく、ゲルバー梁では静定構造物 (モデル2) より1次不静定構造物 (モデル3) でより大きいたわみが発生することが確認できる。

02.8.3 部材力

等分布荷重による構造物の曲げモーメントを確認する。

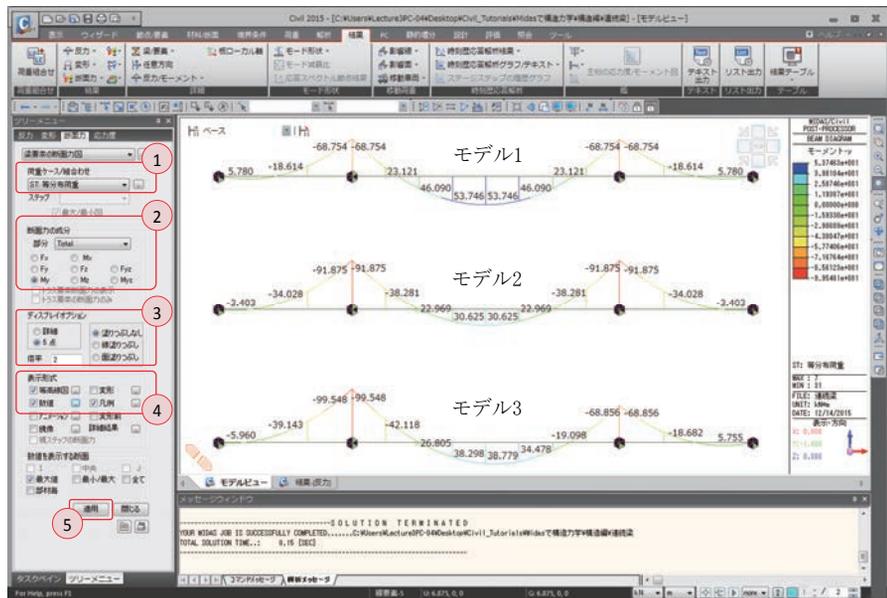
メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 「境界」タブで、支持条件 (チェックオン) , [OK]クリック

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 等分布荷重」 選択
2. 断面力の成分 > 「My」 選択
3. ディスプレイオプション > 倍率: “2.0” 入力, 「塗りつぶしなし」 選択
4. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例 (チェックオン)
5. [適用] クリック

▶ 図 5.21
等分布荷重による曲げモーメントの結果



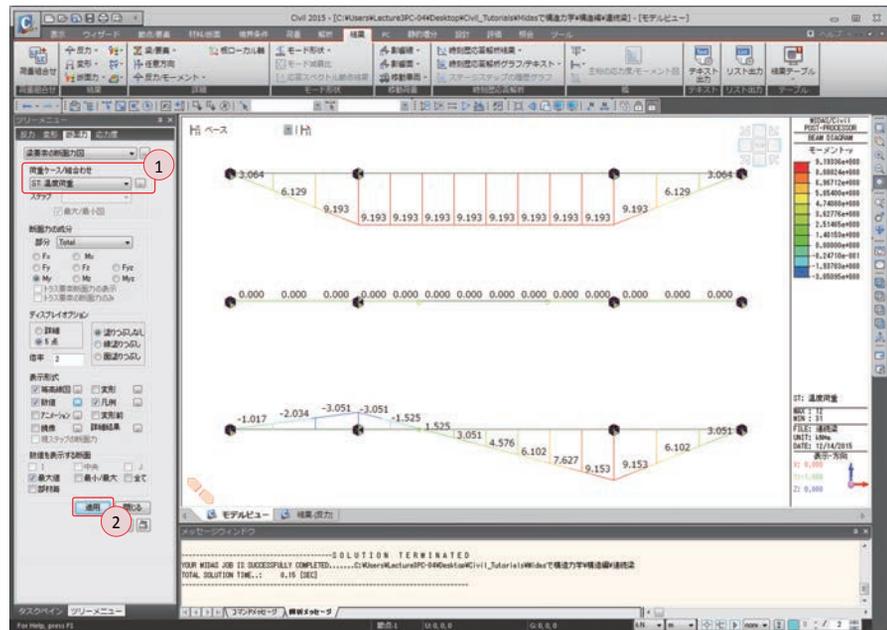
ゲルバー梁 (モデル 2) の場合、連続梁 (モデル 1) に比べ中央スパンで発生する曲げモーメントが減少し、支点部の曲げモーメントが増加していることが分かる。内部ヒンジを1つ持つゲルバー梁 (モデル 3) ではヒンジ部分の曲げモーメントはモデル 2 に近い曲げモーメントが、ヒンジのない部分はモデル 1 に近い曲げモーメントが確認できる。

温度荷重による構造物の曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組合わせ > 「ST: 温度荷重」 選択
2. [適用] クリック

▶ 図 5.22
温度荷重による曲げモーメント



前述した温度荷重による変形では、モデル2が両側の張出し梁と中央部の単純梁としてそれぞれが独立して挙動することが確認できた。

従って、内的荷重による変形を拘束しないため温度変化による部材力は発生しない。

03. 構造計算 の解説

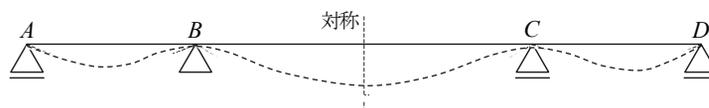
03.1 力学的概念の理解及び数値計算

03.1.1 モデル 1

3 スパン連続

2 次不静定の計算

モデル 1 は中心を基準に対称であるため片方の半分を対象にモーメント分配法が適用できる。A 端がヒンジ（ローラー）であるため部材 AB の剛性は $3EI/\ell$ で、B 点と C 点の回転角が対称（同じ大きさで反対方向）な形で発生するため、部材 BC の剛性は $2EI/\ell$ となる。したがって、2つの部材の剛性、分配率及び固定端モーメントは次のようになる。



▶図 5.23
モーメントの分配

$$K_{BA} = \frac{3EI}{\ell} = \frac{3EI}{5}, \quad K_{BC} = \frac{2EI}{\ell} = \frac{2EI}{10} = \frac{EI}{5}$$

$$D_{BA} = \frac{K_{BA}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{3}{3+1} = 0.75, \quad D_{BC} = \frac{K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC}} = \frac{1}{3+1} = 0.25$$

$$M_{BA}^F = \frac{1}{8}\omega\ell^2 = \frac{25}{8}\omega = 30.625, \quad M_{BC}^F = -\frac{1}{12}\omega\ell^2 = -\frac{100}{12}\omega = -81.667$$

また、モーメント分配法を適用すると B 点のモーメントが以下のように求められる。

▶表 5.1
モーメント分配法による計算結果

モーメント分配法	節点 A	節点 B	
分配率	1.0	0.75	0.25
固定端モーメント	0	30.625	-81.667
解除モーメントの分配モーメント	0	38.282	12.761
到達モーメント（伝達率=0.5）	0	0	0
結果モーメント	0	68.907	-68.907

分配モーメント：解除モーメントが分配率（剛比）により分配されるモーメント

解除モーメント：当該節点の固定端モーメントの総和がゼロになるようにするモーメント

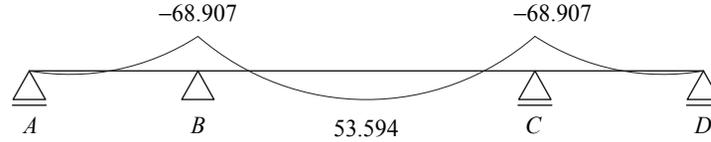
B 点の解除モーメントは、

$$-(M_{BA} + M_{BC}) \cdot D_{BA} = 38.282, \quad -(M_{BA} + M_{BC}) \cdot D_{BC} = 12.761$$

到達モーメント：連接する端部で発生するモーメントにより伝わってきたモーメント（図 5.2(a)）

A点での固定端モーメントがゼロである理由は、A点がヒンジである状況を反映しB点の固定端モーメントを算定したためであり、節点Aと節点Bで到達モーメントがゼロになる理由はそれ以上モーメントを分配する必要がないためである。

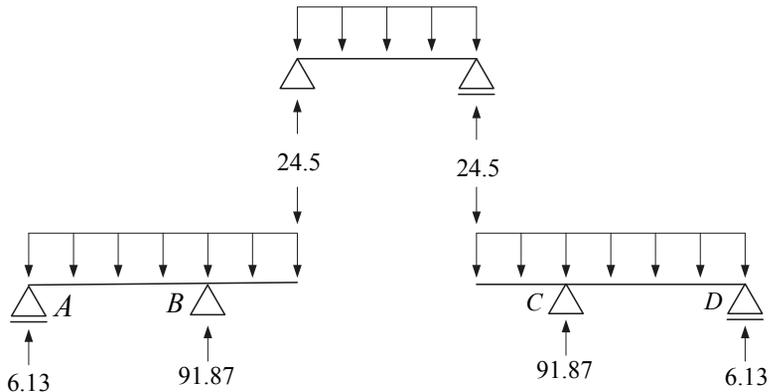
▶図 5.24
モーメント分配法により計算結果



03.1.2 モデル2
3スパン静定の計算

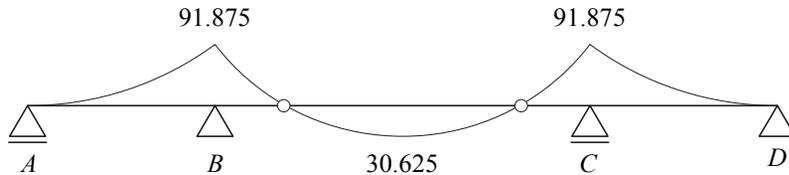
モデル2は静定構造物であるため、次のように解析できる。

▶図 5.25
モデル2の分解



$$M_B = 24.5 \times 2.5 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.5^2 = 91.875$$

▶図 5.26
モデル2のモーメント計算の結果



03.1.3 モデル 3

3 スパン連続

1 次不静定の計算

モデル 3 は不静定構造の解法の中で、変形法（または、単位荷重法）を適用して解析できる。C 点のモーメント M_c を未知数にし変形法を適用すると以下の図のように表せる。

▶ 図 5.27
変形法

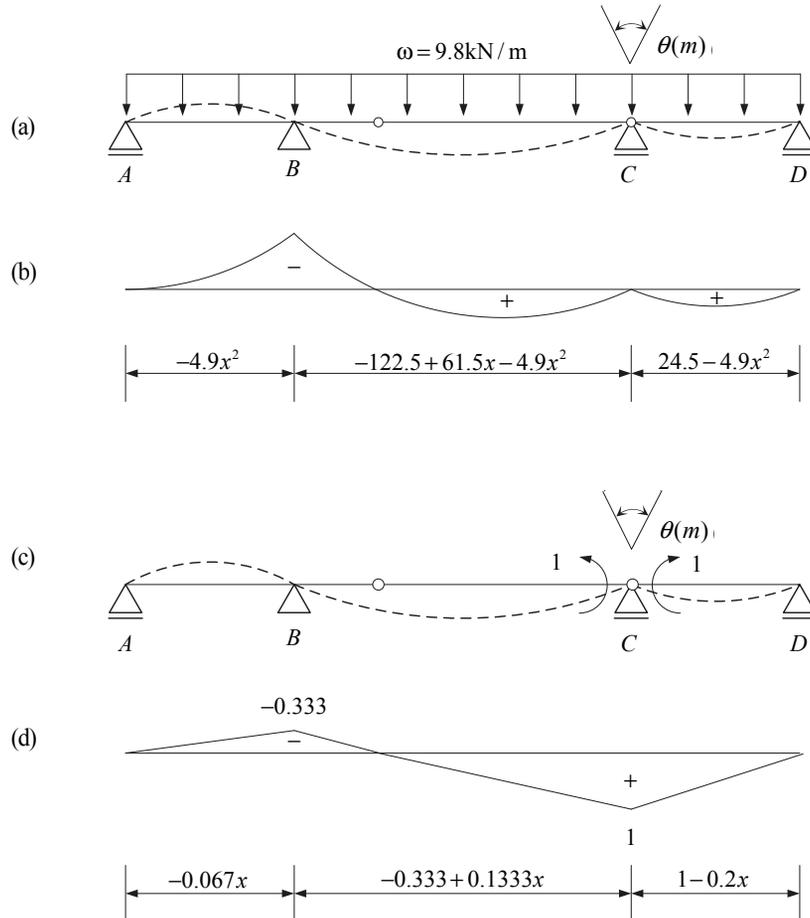


図 5.27 (a), (b) は C 点にヒンジを挿入し荷重を適用した状態で構造解析を行った場合で、(c), (d) はヒンジを挿入した C 点の単位モーメントを加えた場合を示したものである。

これらの構造は追加されたヒンジにより静定構造物となったため力の釣り合い条件だけで上記のような構造解析が可能となる。しかし実際はヒンジは存在しないため、次のように未知数 M_c に対する適合条件 (compatibility condition) を満たさなければならない。

$$\theta(m) \cdot M_c + \theta(M) = 0$$

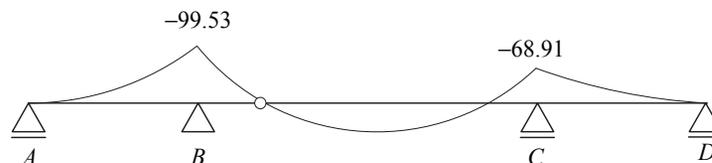
ここで、 $\theta(m)$ は C 点に単位モーメントを作用させた場合の C 点の回転角であり、 $\theta(M)$ は荷重が作用する場合の C 点の回転角である。上式は C 点が連続端であるため、折れ曲がらないことを意味する。従って、変形法を適用すると M_c が求められる。

$$\begin{aligned} \theta(m) &= \frac{1}{EI} \int_0^5 (-0.067x)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^{10} (-0.333 + 0.1333x)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^5 (1 - 0.2x)^2 dx = \frac{4.4467}{EI} \\ \theta(M) &= \frac{1}{EI} \int_0^5 (-4.9x^2)(-0.067x) dx + \frac{1}{EI} \int_0^{10} (-122.5 + 61.25x - 4.9x^2)(-0.333 + 0.1333x) dx \\ &\quad + \frac{1}{EI} \int_0^5 (24.5x - 4.9x^2)(1 - 0.2x) dx = \frac{306.5052}{EI} \end{aligned}$$

$$\frac{4.4467}{EI} M_c + \frac{306.5052}{EI} = 0$$

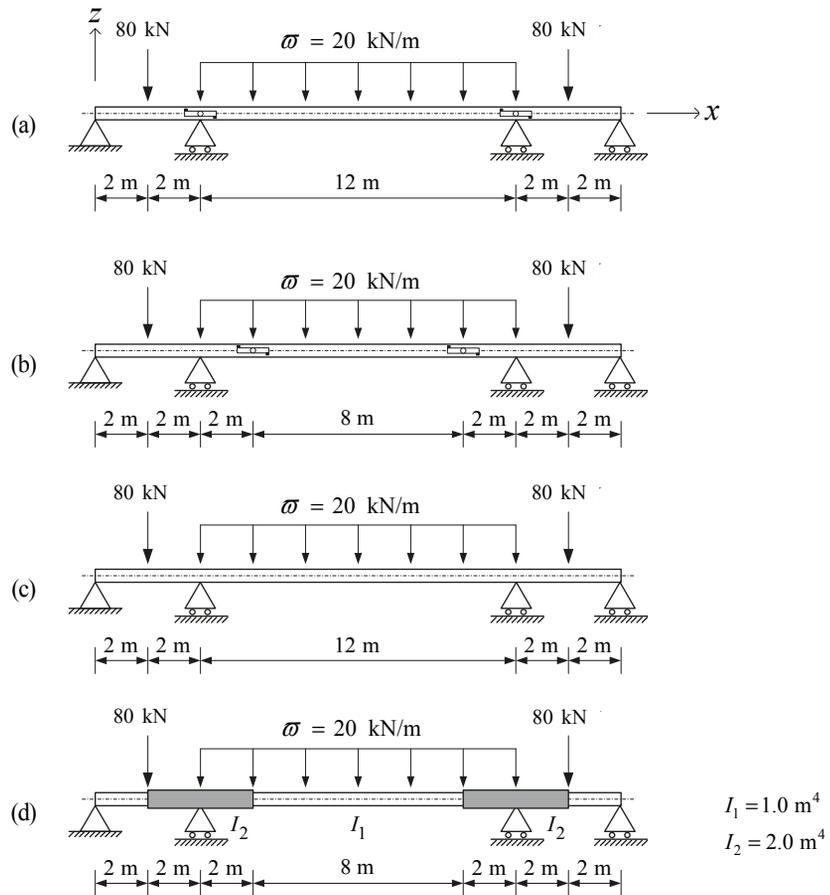
$$M_c = -68.91 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

▶ 図 5.27
変形法によるモーメント計算の結果



04. 練習問題

下図のように同じスパン長さの単純梁と、ゲルバー梁，連続梁及び支点部に剛性補強を施した梁が順番に正モーメントが減少し，負モーメントが増加することを示さない。



6. フレーム 解析

TABLE OF CONTENTS

01 概念の理解	
<hr/>	
01.1 フレーム解析の概念	6-1
02 チュートリアル	
<hr/>	
02.1 モデルの概要	6-5
02.2 作業環境の設定	6-7
02.3 材料及び断面の定義	6-9
02.4 節点及び要素の生成	6-10
02.5 境界条件の入力	6-13
02.6 荷重の入力	6-14
02.7 構造解析の実行	6-19
02.8 解析結果の確認	6-20
03 構造計算の解説	
<hr/>	
03.1 力学的概念の理解及び 数値計算	6-25
04 練習問題	6-31
<hr/>	

01. 概念の理解

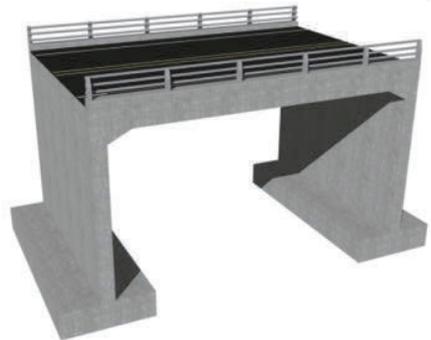
01.1 フレーム解析の概念

01.1.1 一般事項

部材同士が剛接合されている構造をフレーム (Frame または, Rigid frame) またはラーメン (Rahmen) という。

一般的には柱と梁が剛接合されている骨組みのことを指し、節点につながっている部材から他の部材に曲げモーメント、せん断力及び軸力が伝達される。

▶写真 6.1
フレーム構造



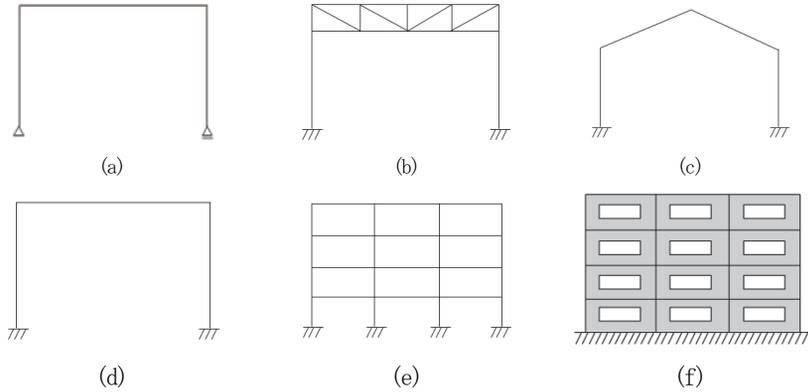
構造物を力学的に分類すると、静定フレーム構造、合成フレーム構造、長方形フレーム構造、異形フレーム構造、壁式フレーム造などと分けられる。

長方形フレーム構造はオフィス、学校、病院などの定型的な構造物で主に適用され、異形フレーム構造は架設構造物、競技場、体育館、造形物などの非定形的な構造物に主に適用される。壁式フレーム構造は剛性の大きい壁とスラブから構成されるラーメン橋梁や、集合住宅などでもよく見られる。

▶図 6.1

フレーム構造

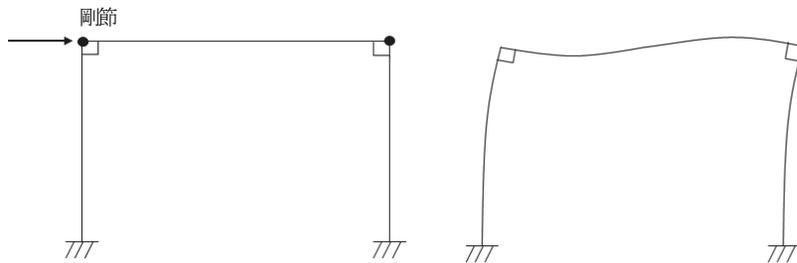
- (a) 静定フレーム
- (b) 合成フレーム
- (c) 異形フレーム
- (d) 長方形フレーム
- (e) 長方形フレーム
- (f) 壁式フレーム



また、不静定フレームは外力を受け構造体に変形しても各節点の角度は変わらないことを前提とする。すなわち、変形後の剛節での角度は変形前と同じく 90° を保つと仮定する。

▶図 6.2

フレーム構造の変形



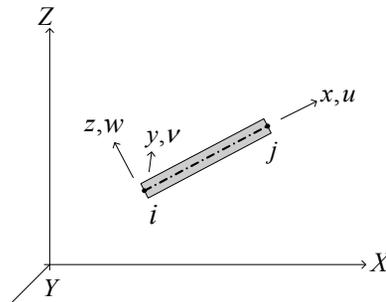
01.1.2 解析の概念

フレーム構造は単純梁、片持ち梁、または連続梁などと同じ概念で理解できる。フレーム構造は単純梁や連続梁と同様、線部材であるが2次元または3次元に連結された構造である。フレームのすべての要素はそれぞれ要素座標系を持つ。一般的に、節点 i と節点 j を連結する方向が x 軸方向で、 x 軸に垂直な方向が z 軸、そして右手の法則により y 軸が定まる。従って、線部材を連結して2次元または3次元空間に配列させたものではあるが、そのほかの事項に関しては今までの構造物と大きく変わらない。

▶ 図 6.3
フレーム構造の要素座標系及び変位

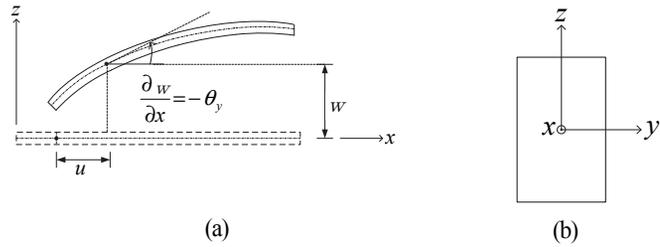


図 6.3 で、 u 、 v 、 w はそれぞれ要素座標系を基準にした x 、 y 、 z 方向の変位を表す。



フレーム構造での不静定次数の判別法はトラス構造で用いた方法が適用でき、不静定構造に対する解析法においても同様である。解析の結果を表す場合、反力は全体座標系を、部材力は要素座標系に従うのが一般的である。要素座標系の x 、 y 、 z 方向の移動変位を u 、 v 、 w で表し、 x 、 y 、 z 軸廻りの回転を θ_x 、 θ_y 、 θ_z と表した場合、全体座標系の X - Z 平面にある2次元のフレームの変形及び断面の軸は次の図のように表せる。

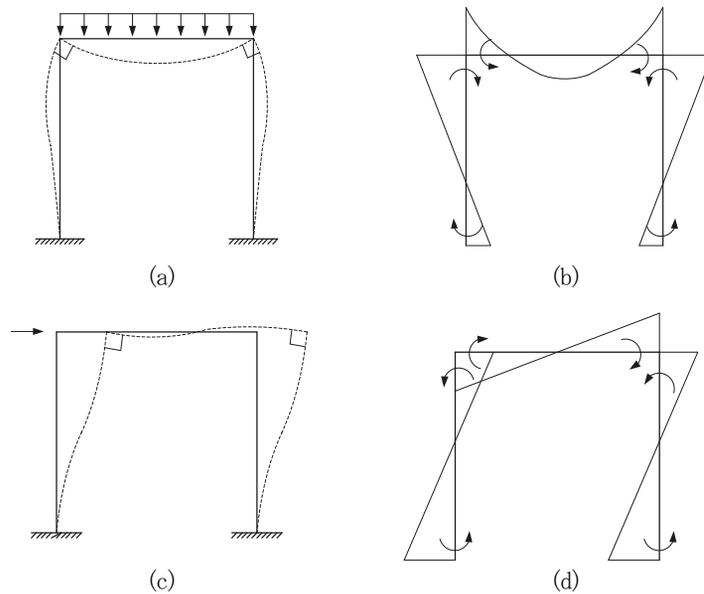
▶ 図 6.4
2次元フレームの変形及び断面の軸
(a) 要素座標系での変形
(b) 断面の軸



フレーム部材に要素座標系 z 方向の荷重が作用すると x 軸に垂直な方向に変形 (w) が発生する。そして曲げモーメントは y 軸を回転する方向になるため、断面の軸も図 6.4 (b) のような方向を持つ。

フレームは図 6.5 のような方式で鉛直力と水平力に対し抵抗する。

▶ 図 6.5
フレーム構造の外力に対する変形及び部材力

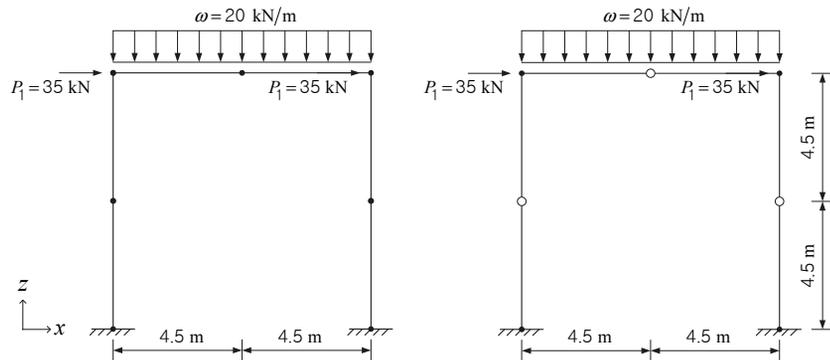


02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

下図のような簡単なフレーム構造に対し、部材力とたわみの形状を確認する。

▶図 6.6
解析モデル
(a) モデル 1
(a) モデル 2



➤ **材料**

コンクリート : Fc24 (弾性係数 $E = 2.5791 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$)

➤ **断面**

断面積 : $5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

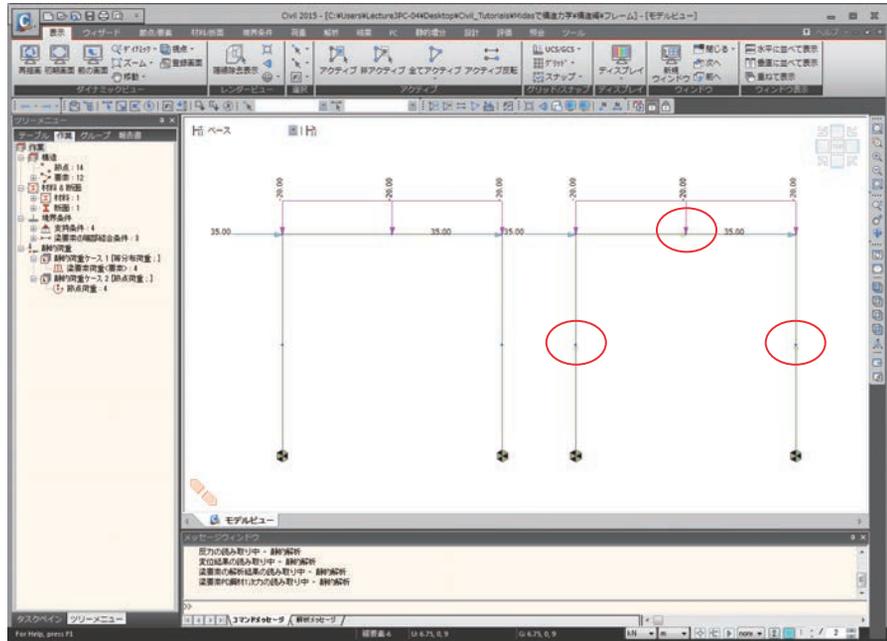
断面2次モーメント (I_{yy}) : $6 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

➤ **荷重**

1. モデル上部の梁に等分布荷重 20 kN/m を載荷
2. 柱上部に (+)X 方向に集中荷重 35 kN を載荷

解析モデルは、すべての部材が剛接合されているモデル 1 と要素の中央にヒンジが設置されたモデル 2 の 2 種類で、これらの解析結果を比較することで、ヒンジの有無による部材力と変形形状の違いを確認する。

▶ 図 6.7
解析モデル (Civil)



02.2 作業環境の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  新規プロジェクト...

メインメニュー  >  保存

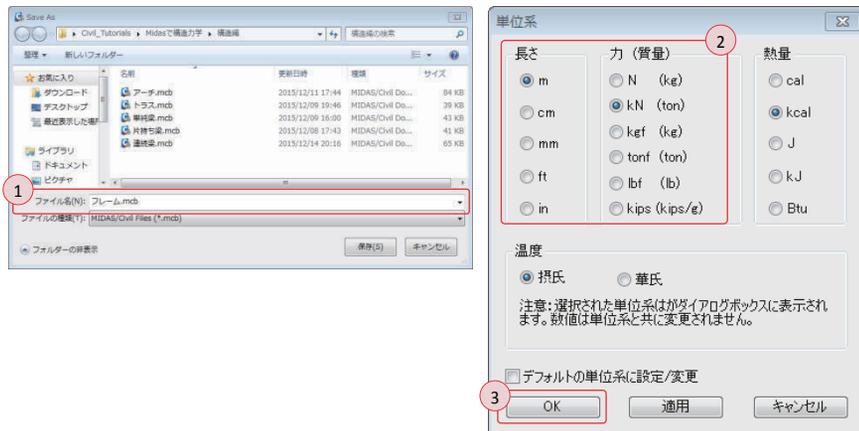
1. ファイル名：“フレーム”と入力し[保存]をクリック

単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > [単位系]

2. 長さ > 「m」、力 > 「kN(ton)」を選択
3. [OK]をクリック

▶ 図 6.8
ファイルの保存
単位系の設定



X-Z 平面の構造物を簡単にモデリングするため、X-Z 平面をユーザー座標系(UCS) x-y 平面に定義する.

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z 平面」を選択
2. [OK]をクリック

メインメニュー [ウィザード] > [UCS/Plan] > [UCS▼] > **[X-Z 平面]**

3. 座標 > 原点: “0, 0, 0” 入力, 回転角度 > 角度: “0” 入力
4. [OK]クリック

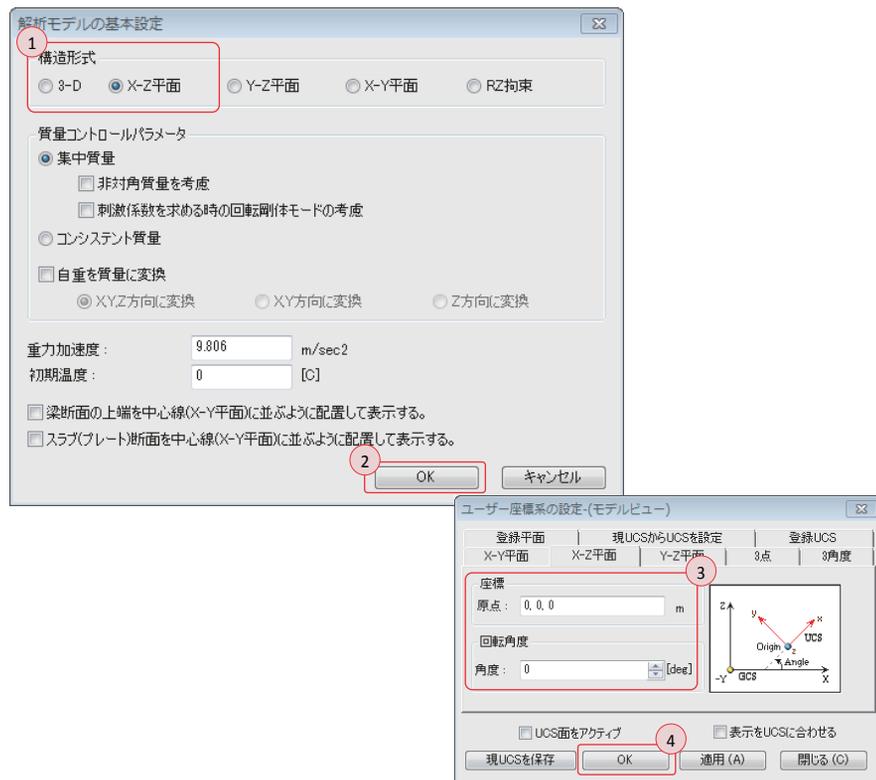
▶ 図 6.9

(a) 作業平面の設定
(b) ユーザー座標系(UCS)の設定



Tip

節点及び部材間隔が均一なモジュールである場合には、UCS 座標系を設定するとより作業が簡単になる。



02.3 材料及び断面の定義

解析モデルに使用される構造部材の材料及び断面を入力する。



Tip

プログラムでは断面サイズを入力すると自動的に断面剛性を計算する。本チュートリアルでは断面剛性を無視し、剛性を直接入力する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]クリック, タイプ>「コンクリート」選択
2. コンクリート>「JIS(RC)」, 種別>「Fc24」選択
3. [OK]クリック
4. 断面タブをクリック, [追加...]クリック,
5. 「値入力」タブをクリック
6. 断面形状>「直方形」選択, 名称: “Sec” 入力
7. H: “0.001”, B: “0.001”, Area: “5e+2”, Iyy: “6e-3” 入力
8. [OK]クリック, [閉じる]クリック

▶ 図 6.10
材料の定義
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

UCS 座標を活用し、節点と梁要素を同時に生成する。



Tip

点グリッドと点スナップを活用すると画面上で直接節点の生成と要素の生成が簡単に行える。

点スナップモードをオンにしてマウスをモデルビュー上で動かすとマウスの位置の座標が画面下に出力される。

メインメニュー [表示] > [グリッド/スナップ] > [グリッド▼] > [点グリッド]
> [スナップ▼] > [点]

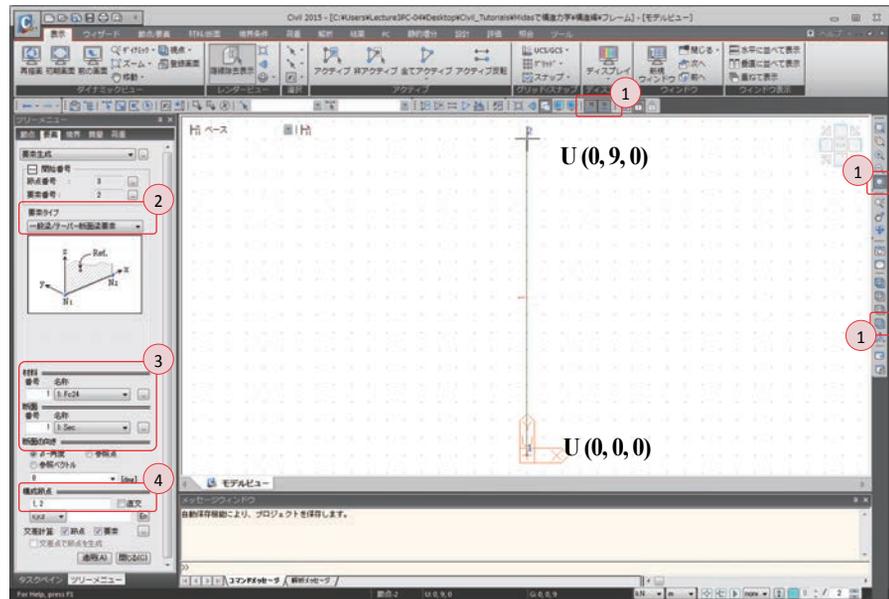
1. 節点番号, 要素番号, 自動フィット, 正面 (トグルオン)

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [要素生成]

- 要素タイプ > 「一般梁/テーパ断面梁要素」選択
- 材料 > 「Fc24」選択, 断面 > 「1: Sec」選択
- 構成節点の入力ボックスをクリックし, モデルビューで

(U : 0, 0, 0) , (U : 0, 9, 0) 座標を順番にクリック

▶ 図 6.11
柱の生成

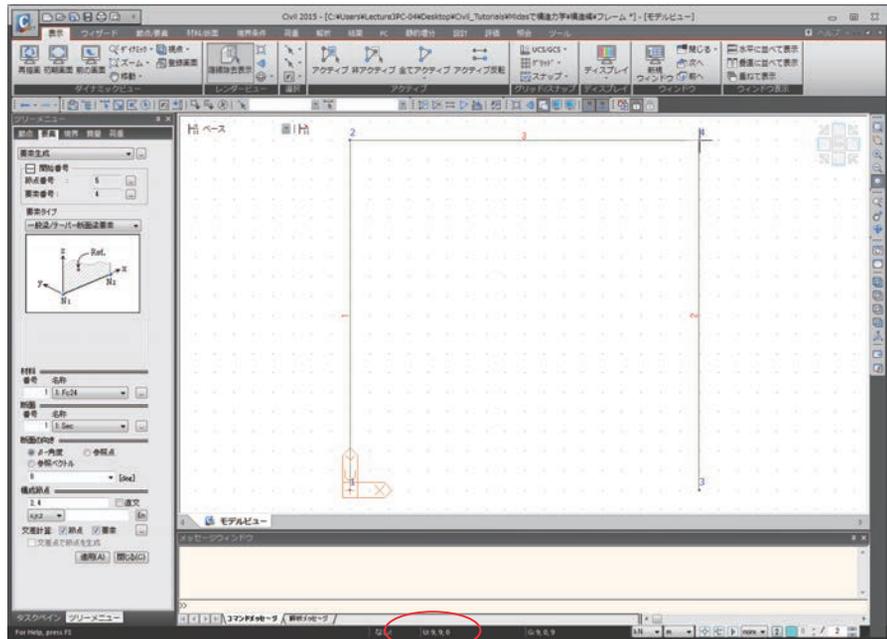


スナップ設定をそのままにし、画面下のUCS座標を確認しながら、(U : 9, 0, 0), (U : 9, 9, 0)と(U : 0, 9, 0), (U : 9, 9, 0)を順番に指定し部材2と部材3を生成する。

Tip

マウスのホイールをクリックしたままドラッグするとモデルの視点が移動し、ホイールを1回クリックしてホイールを回すとズームイン・アウトができる。ホイールを再びクリックするとズームの動作が解除される。

▶ 図 6.12
柱、梁の生成



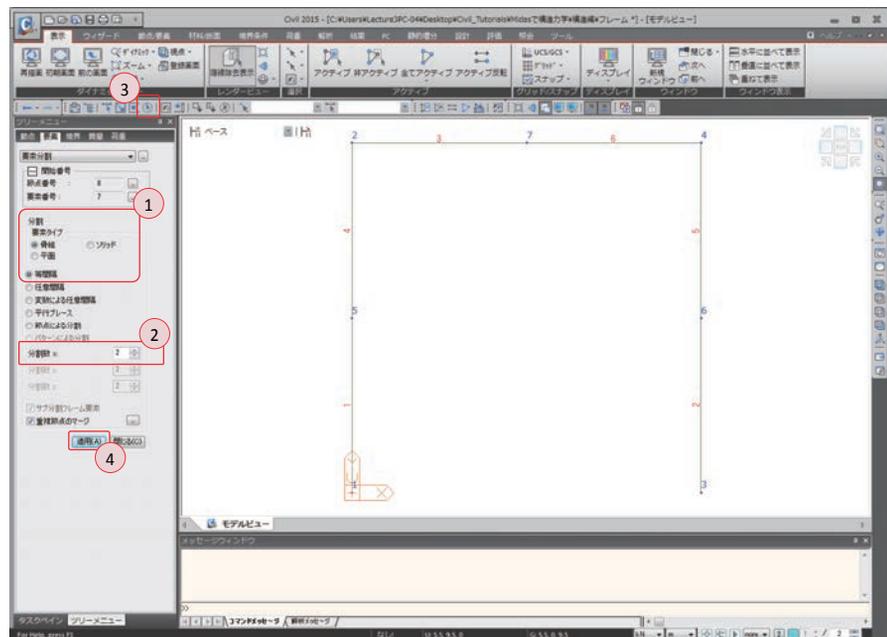
生成された部材の中央にヒンジを入力するため、分割機能で部材 1, 2, 3 を 2 等分する。
(ヒンジはモデル 2 に入力する。)

1. 点グリッド, 点スナップ (トグルオフ)

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[分割]**

1. 分割 > 要素タイプ > 「**骨組**」選択
 > 「**等間隔**」選択
2. 分割数 x : “**2**” 入力
3.  **全て選択** をクリック
4. **[適用]** クリック

▶ 図 6.13
要素の分割



02.5 境界条件の入力

柱の下端に固定端の支持条件を入力する。

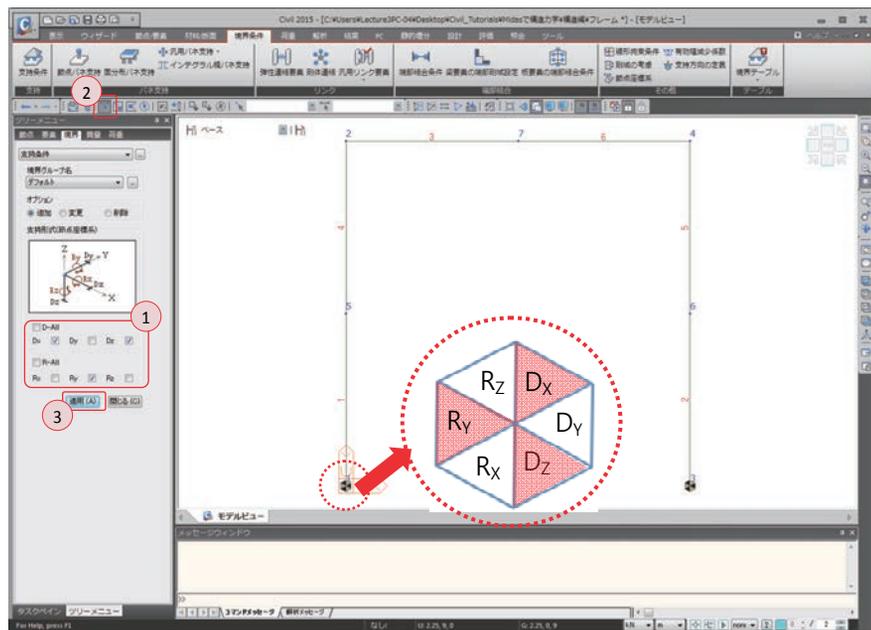
メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

1. 支持形式(節点座標系) > **Dx, Dz, Ry** (チェックオン)
2.  単一選択で節点1, 節点3を選択
3. **[適用]**クリック

▶ 図 6.14
支持条件の入力

Tip

境界条件を表す六角形の記号は右上の三角形から時計回りに、節点座標系(節点座標系が定義されていない場合は全体座標系)X 軸変位自由度(Dx), Y 軸変位自由度, Z 軸変位自由度, そして、X, Y, Z 軸に対する回転自由度を意味する。



02.6 荷重の入力

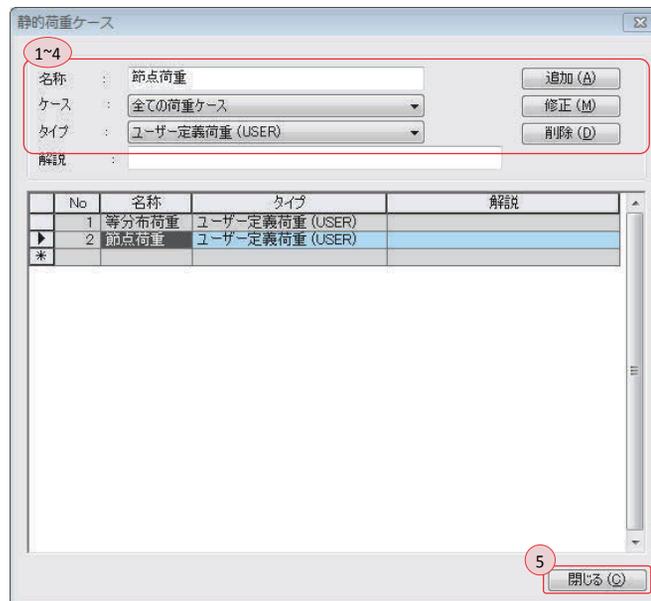
02.6.1 荷重条件の定義

荷重を入力するために、まず荷重条件を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > **[静的荷重ケース]**

1. 名称 : “**等分布荷重**” 入力
2. タイプ > 「**ユーザー定義荷重 (USER)**」 選択, [追加] クリック
3. 名称 : “**節点荷重**” 入力
4. タイプ > 「**ユーザー定義荷重 (USER)**」 選択, [追加] クリック
5. [閉じる] クリック

▶ 図 6.15
荷重条件の定義



02.6.2 荷重の入力 梁の上部に等分布荷重を入力する。

メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 「荷重」タブで、荷重値 (チェックオン) , [OK] クリック

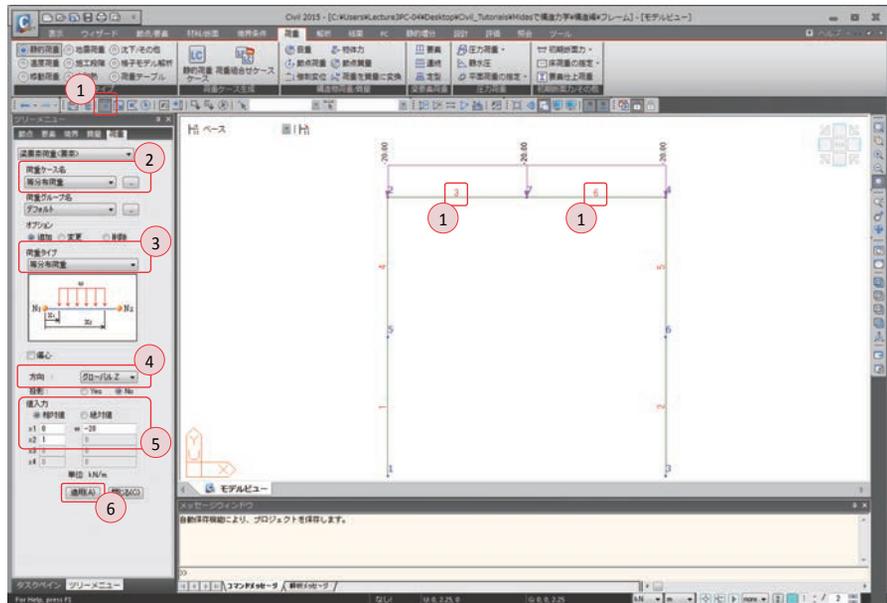


要素を選択するとモデルビューの上部の要素選択の入力欄に要素番号が出力される。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [要素]

1. 単一選択で、部材3と部材6を選択
2. 荷重ケース名 > 「等分布荷重」 選択
3. 荷重タイプ > 「等分布荷重」 選択
4. 方向 > 「グローバルZ」 選択
5. 値入力 > x1: “0”, w: “-20”, x2: “1” 入力
6. [適用] クリック

▶ 図 6.16
等分布荷重の入力



柱の上端に節点荷重を入力する.

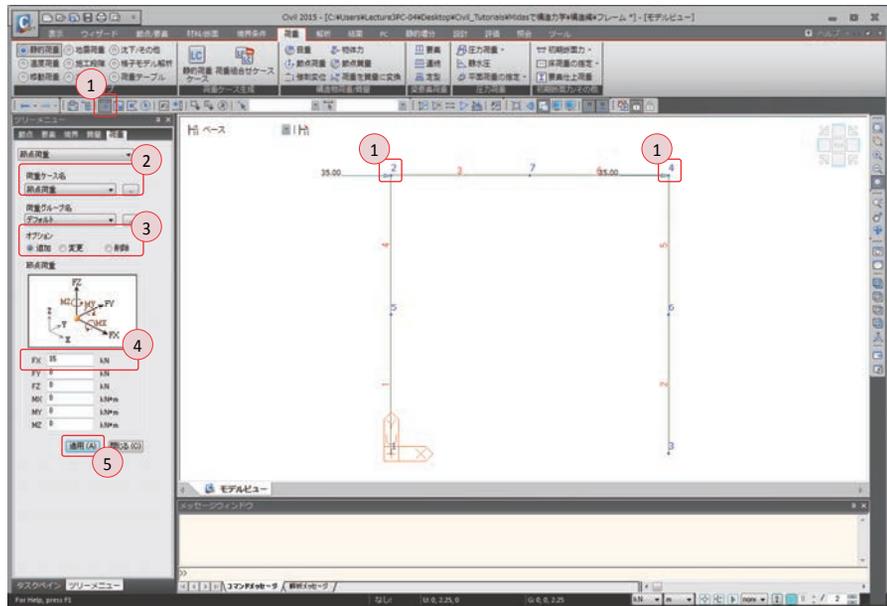
メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重タイプ/質量] > **[節点荷重]**



節点を選択するとモデルビューの上部の節点選択の入力欄に節点番号が出力される.

1.  単一選択で節点2と節点4をクリック
2. 荷重ケース名 > 「節点荷重」を選択
3. オプション > 「追加」選択
4. 節点荷重 > FX: “35” 入力
5. [適用] クリック

▶ 図 6.17
節点荷重の入力



02.6.3 要素の複製

剛接合のみで部材が接合されているモデルと、3つのヒンジが使用されたモデルを比較するため、今までモデリングしたモデルを複製する。

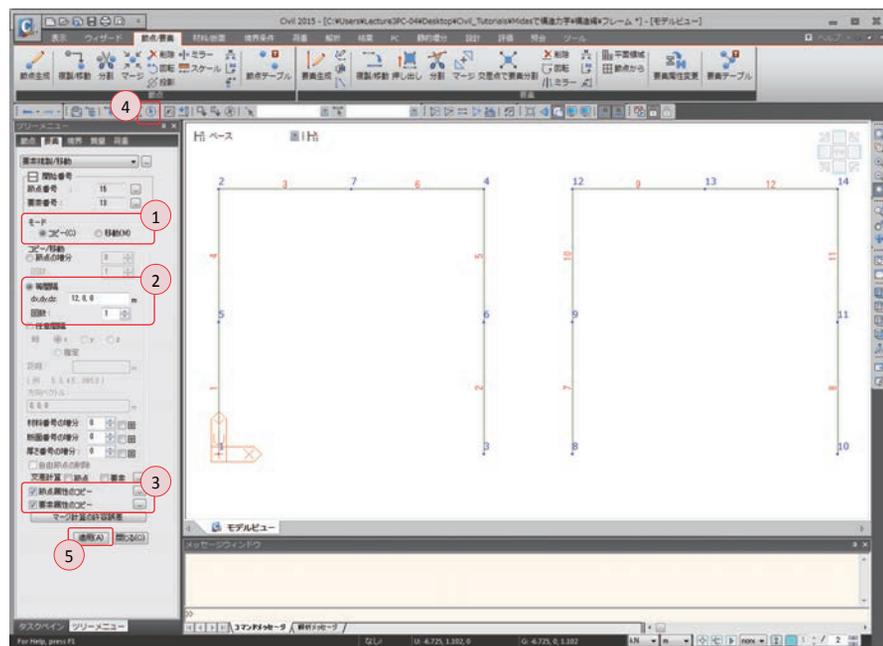


節点(要素)属性のコピーは元のモデルに入力されているデータも同時に複製するオプションである。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[複製/移動]**

1. モード > 「コピー」選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」選択, dx, dy, dz > “12, 0, 0” 入力, 回数 > “1” 入力
3. 節点属性のコピー, 要素属性のコピー(チェックオン)
4.  全て選択をクリック
5. **[適用]** クリック

▶ 図 6.18
モデル 2 の生成



02.6.4 内部ヒンジの
入力

モデル2 に内部ヒンジを入力する。

1. 節点番号 (トグルオフ)

メインメニュー [境界条件] > [端部結合] > [端部結合条件]

2. 単一選択で部材 7, 8, 9 を選択

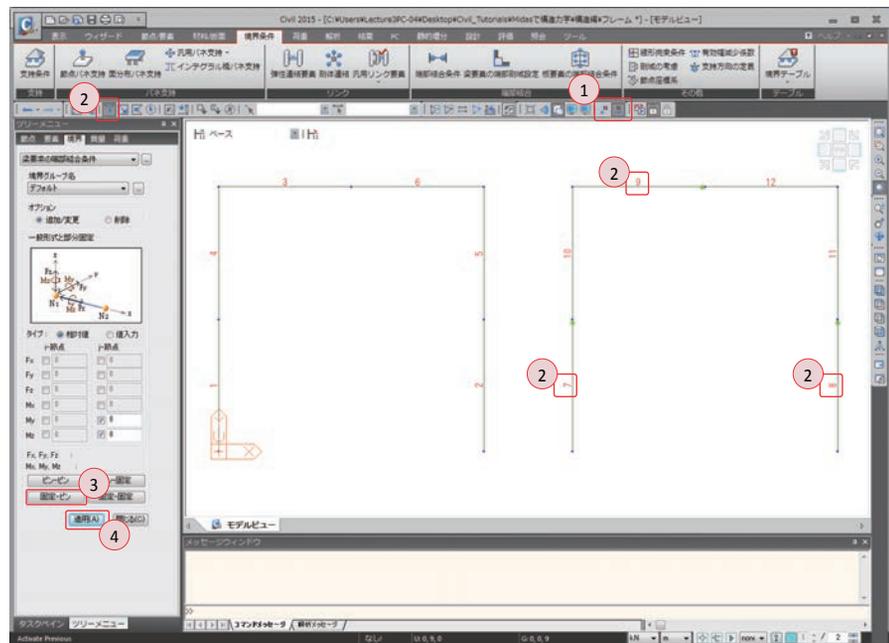
3. 一般形式と部分固定 > [固定-ピン] クリック

4. [適用] クリック

Tip

[ピン-ピン]などのボタンは部材の i 端と j 端の支点条件を意味し、i と j 端の区分は部材の左右の節点番号の内、前の番号が i 端となる。

▶ 図 6.19
ヒンジ条件の入力



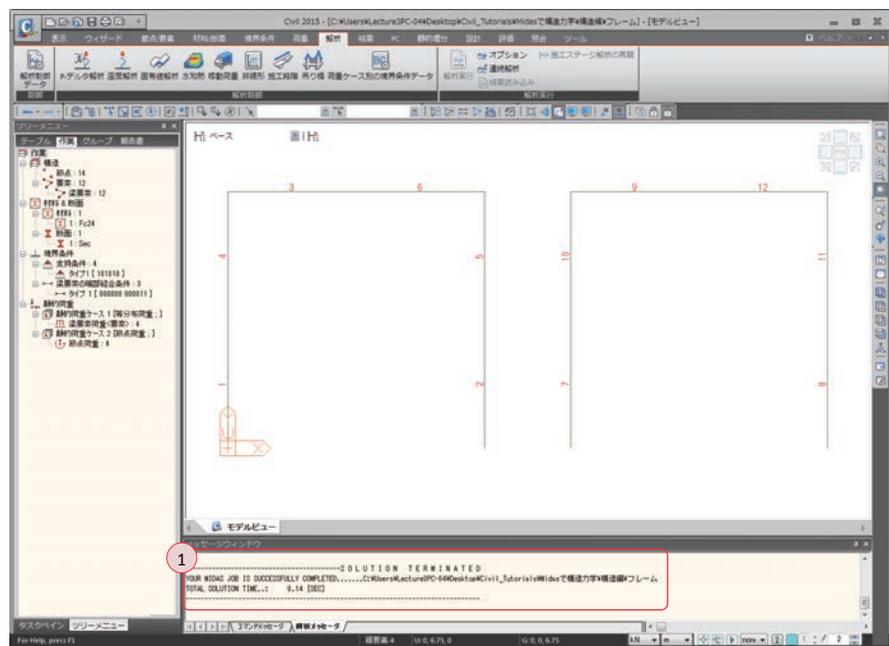
02.7 構造解析の実行

解析モデルの部材の生成と荷重及び境界条件の入力が終わったら構造解析を実行する。

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

1. メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認

▶ 図 6.20
解析の正常終了のメッセージ



02.8 解析結果の確認

02.8.1 変位及び変形

重力方向の荷重（等分布荷重）による構造物の変形を確認する。

1. 節点番号, 要素番号 (トグルオフ)

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形] > **[変形図]**

2. 荷重ケース/組合せ > 「**ST: 等分布荷重**」選択

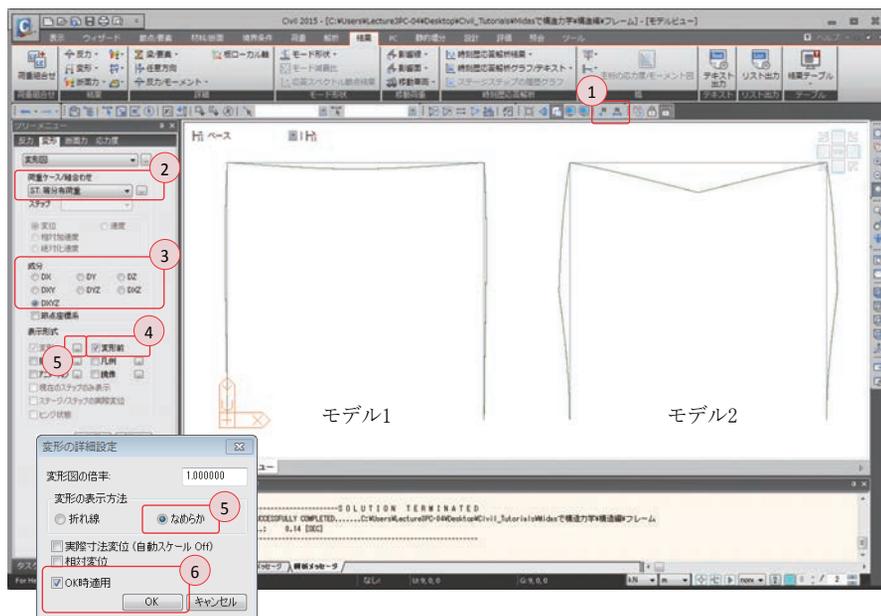
3. 成分 > 「**DXYZ**」選択

4. 表示形式 > **変形前** (チェックオン)

5. 変形の をクリック, 変形の表示形式 > 「**なめらか**」選択

6. **OK** 時に適用 (チェックオン), **[OK]** クリック

▶ 図 6.21
等分布荷重による変形の結果

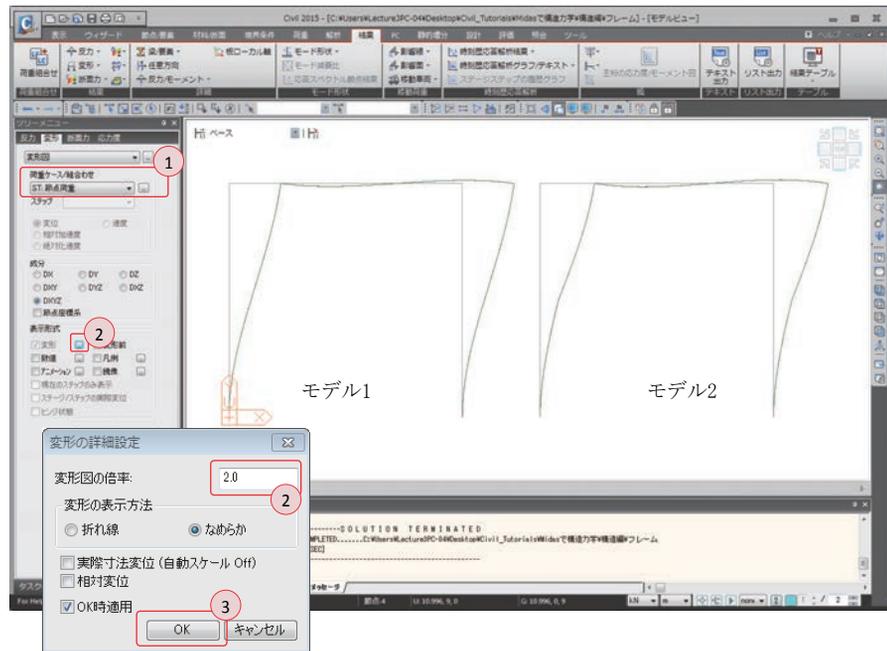


モデル 2 では梁中央のヒンジ点で大きい変形が発生し、片持ち梁に近い挙動を示すことが分かる

水平力（節点荷重）による構造物の変形図を確認する。

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 節点荷重」 選択
2. 変形の... をクリック, 変形図の倍率: “2.0” 入力
3. [OK] クリック

▶ 図 6.22
水平力による変形の結果



モデル 2 で中央のヒンジを基準に変形形状が急激に変化することが分かる。ヒンジ下部の柱では上部の水平荷重がせん断力として伝わり、回転自由度に対し上部の柱を拘束できない。したがって、ヒンジ下部は固定された柱、そして上部は自由端を持つ柱が水平力を受ける場合と同じ変形を示す。

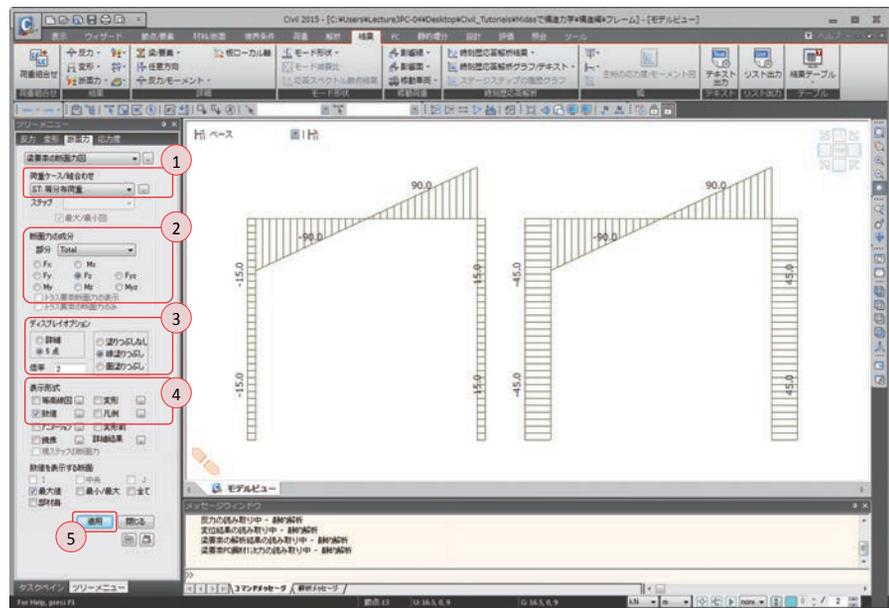
02.8.2 部材力

重力方向の荷重(等分布荷重)による構造物のせん断力図を確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 等分布荷重」 選択
2. 断面力の成分 > 「Fz」 選択
3. ディスプレイオプション > 倍率 > “2” 入力
4. 表示形式 > 数値 (チェックオン)
5. [適用] クリック

▶ 図 6.23
等分布荷重によるせん断力図



モデル2 では、梁で作用する荷重により柱の上端で発生した曲げモーメント 202.5 kN・m は柱のヒンジに $45 (=202.5/4.5)$ kN のせん断力を誘発する。

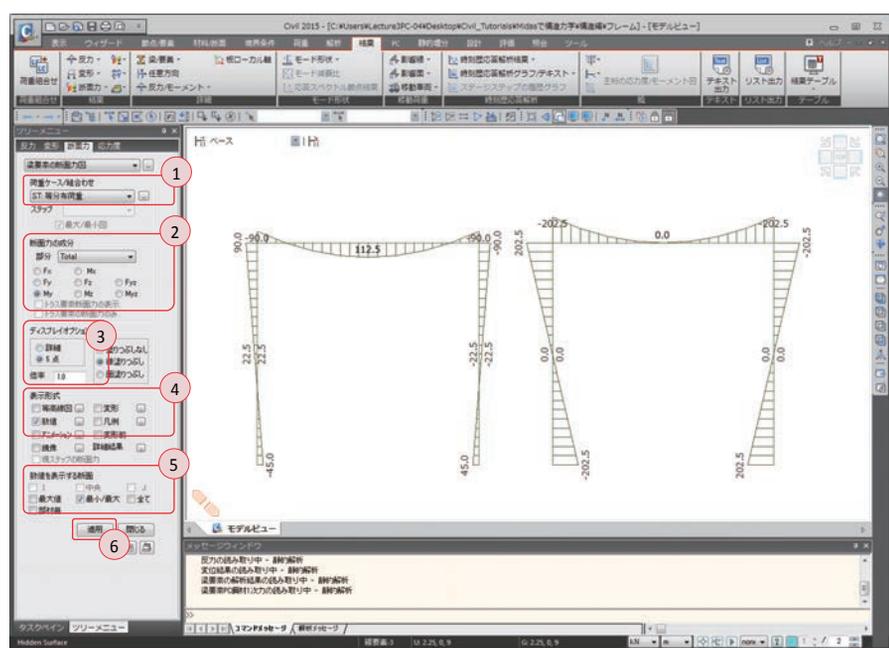
ここで、'4.5' はヒンジ支点上部の柱の長さである。

重力方向の荷重(等分布荷重)による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 等分布荷重」 選択
2. 断面力の成分 > 「My」 選択
3. ディスプリオプション > 倍率 > “1.0” 入力
4. 表示形式 > 数値 (チェックオン)
5. 数値を表示する断面 > 最小/最大 (チェックオン)
6. [適用] クリック

▶ 図 6.24
等分布荷重による曲げモーメント図



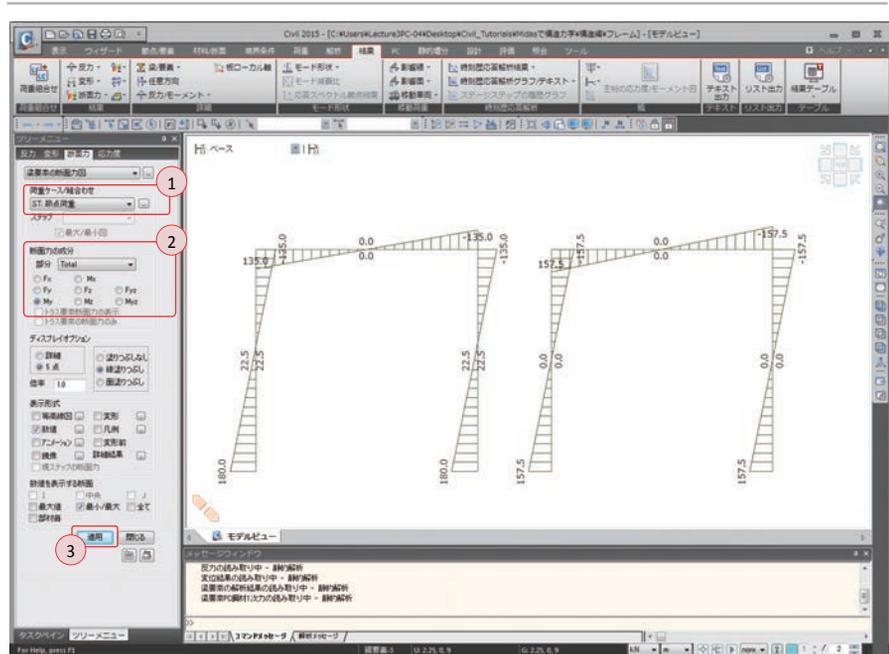
モデル 2 の梁は中央のヒンジ支点により片持ち梁のような曲げモーメント分布を示すことが分かる。

水平力による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 節点荷重」 選択
2. 断面力の成分 > 「My」 選択
3. [適用] クリック

▶ 図 6.25
水平力による曲げモーメント図



03. 構造計算 の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

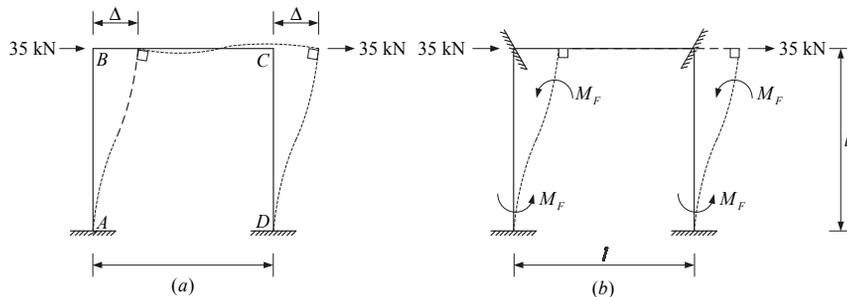
03.1.1 モデル 1

水平力が作用する場合

<水平力が作用する場合>

モデル 1 は 3 次不静定構造であるため、変形法を使用すると未知数が 3 つになり数値計算をするためには適切ではない。しかし対称性を利用しながら自由度を未知数としてモーメント分配法を適用すると未知数の数が 1 つに絞られる。水平力が作用する場合、モデル 1 は下図の(a)のように逆対称の形状で変形する。従って、B 点と C 点の回転を固定したまま水平力を加えると (b) のように変形し固定端モーメント M_F が発生する。

▶図 6.26



実際の構造物は節点 B と節点 C の回転拘束がされていないため、モーメント分配法を適用し拘束を解除することができる。この場合、逆対称を考慮し柱と梁の剛比を計算すると次のようになり、柱と梁のモーメント分配率はそれぞれ 0.4 と 0.6 になる。

▶式 6.1

$$k_{BA}(\text{他端固定}) = \frac{4EI}{\ell}, \quad k_{BC}(\text{他端逆対称}) = \frac{6EI}{\ell}$$

モーメント分配法を適用すると次のようになり、これは Civil による解析結果と一致する。

▶表 6.1

モーメント分配法	節点A	節点B	
分配率	1.0	0.4	0.6
固定端モーメント	M_F	M_F	0
解除モーメントの分配モーメント	0	M_F	M_F
到達モーメント(伝達率=0.5)	M_F	0	0
結果モーメント	M_F	M_F	M_F

分配モーメント：解除モーメントが分配率（剛比）により分配されるモーメント

解除モーメント：当該節点の固定端モーメントの総和がゼロになるようにするモーメント

到達モーメント：接続する端部で発生するモーメントにより伝わってきたモーメント

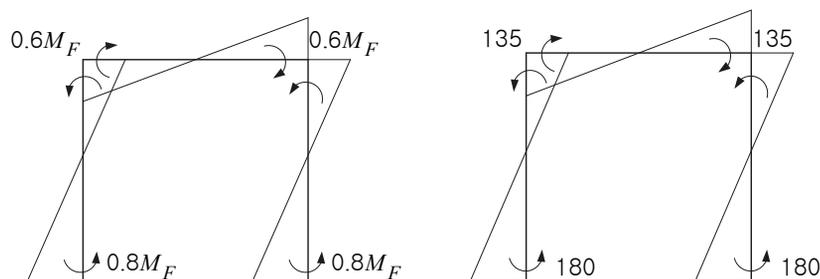
M_F は下式のように、横方向の力の釣り合い条件から算定できる。

▶式 6.2

$$70 = 2 \times \frac{0.6M_F + 0.8M_F}{\ell} = \frac{2.8M_F}{\ell}, \quad M_F = 225 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

数値計算の結果と Civil による解析結果が一致する。

▶図 6.27



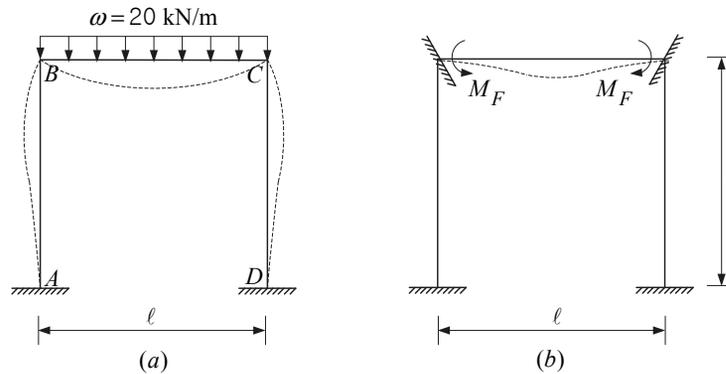
03.1.2 モデル1

<垂直荷重が作用する場合>

垂直荷重が作用する場合

垂直荷重が作用する場合、モデル1は下図の(a)のように対称形状で変形する。従って、B点とC点の回転を固定した状態で垂直荷重を加えると(b)のように変形し固定端モーメント M_F が発生する。

▶図 6.28



▶式 6.3

$$M_F = \frac{\omega l^2}{12} = 135 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

実際の構造物は節点Bと節点Cの回転が拘束されていないため、モーメント分配法を適用することで拘束が解除できる。この時、対称性を考慮し柱と梁の剛比を計算すると次のようになり、柱と梁のモーメント分配率はそれぞれ、2/3と1/3になる。

▶式 6.4

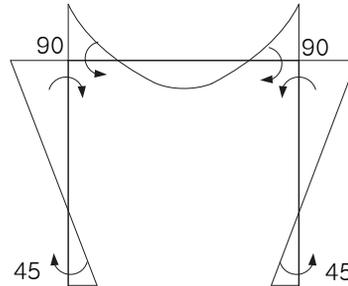
$$k_{BA}(\text{他端固定}) = \frac{4EI}{l}, \quad k_{BC}(\text{他端逆対称}) = \frac{2EI}{l}$$

モーメント分配法を適用すると次のようになり、これはCivilによる解析結果と一致する。

▶表 6.2

モーメント分配法	節点A	節点B	
分配率	1.0	2/3	1/3
固定端モーメント	0	0	-135
解除モーメントの分配モーメント	0	90	45
到達モーメント(伝達率=0.5)	45	0	0
結果モーメント	45	90	-90

▶ 図 6.29



03.1.3 モデル 2

<水平力が作用する場合>

モデル 2 は反力が 6 つあるため、6 つの方程式が必要となる。しかし力の釣り合い条件による式 3 つに、E、F、G 点のモーメントが 0 となる条件式 3 つができるため、追加の条件を必要としない 静定構造物である。従って、以下のように 6 つの式で解析が可能である。

$$\sum F_x = 0: H_A + H_D - 70 = 0$$

$$\sum F_y = 0: V_A + V_D = 0$$

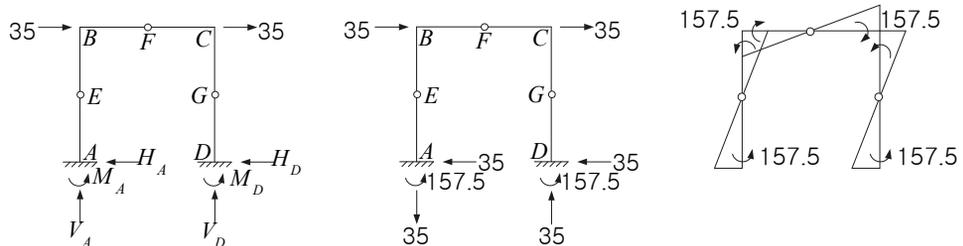
$$\sum M_D = 0: -M_A - M_D - 9V_D + 35 \times 9 + 35 \times 9 = 0$$

$$M_E = 0: 4.5H_A - M_A = 0$$

$$M_G = 0: 4.5H_D - M_D = 0$$

$$M_F = 0: 9H_D - 4.5V_D - M_D = 0$$

▶ 図 6.30



<垂直荷重が作用する場合>

$$\sum F_x = 0: H_A + H_D = 0$$

$$\sum F_y = 0: V_A + V_D = 20 \times 9$$

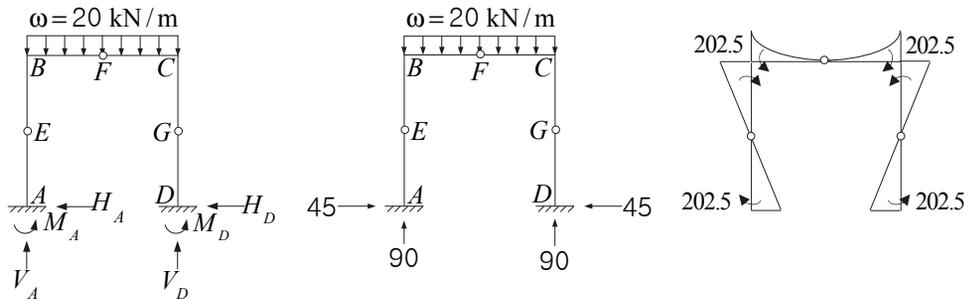
$$\sum M = 0: M_A + M_D + 9V_D - 20 \times 9 \times 4.5 = 0$$

$$M_E = 0: -4.5H_A + M_A = 0$$

$$M_G = 0: -4.5H_D + M_D = 0$$

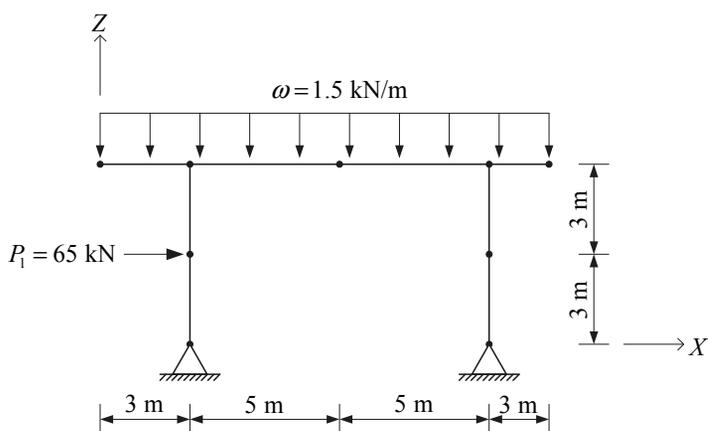
$$M_F = 0: -9H_D + 4.5V_D + M_D - 20 \times 4.5 \times \frac{4.5}{2} = 0$$

▶ 図 6.31



04. 練習問題

次の骨組みに対し、せん断力、曲げモーメント、軸力のダイアグラムをそれぞれ作成し、たわみ形状を示さない。



- **材料** : コンクリート (圧縮強度 24 MPa)
- **断面**
形状 : 正方形
寸法 : $B \times H 0.5 \times 0.5 \text{ m}$
- **荷重**
等分布荷重 : 1.5 kN/m
節点荷重 : 65 kN

7. 傾斜支点 を持つ フレーム 解析

TABLE OF CONTENTS

01	概念の理解	
01.1	傾斜支点解析の概念	7-1
02	チュートリアル	
02.1	モデルの概要	7-3
02.2	作業環境の設定	7-4
02.3	材料及び断面の定義	7-6
02.4	節点及び要素の生成	7-7
02.5	境界条件の入力	7-11
02.6	荷重の入力	7-12
02.7	構造解析の実行	7-17
02.8	解析結果の確認	7-18
03	構造計算の解説	
03.1	力学的概念の理解及び 数値計算	7-24
04	練習問題	7-28

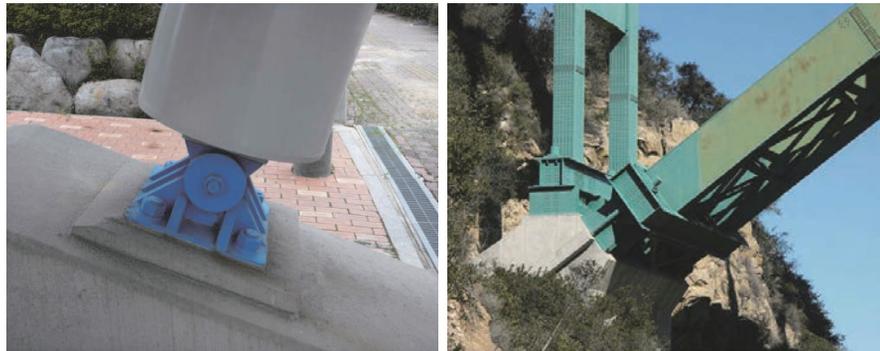
01. 概念の理解

01.1 傾斜支点解析の概念

01.1.1 一般事項

構造物の支持条件が全体座標系を基準に斜め方向の場合がある。この場合、構造物の変形及び部材力は支持条件が全体座標系で垂直及び水平の場合と異なる様相を見せるため注意しなければならない。

▶写真 7.1
構造物の傾斜支点



01.1.2 解析概念

図 7.1 は構造物の形状は同じであるが、支持条件が異なる 2 種類の構造物を示している。図 7.1 の (a) は C 点が溜材 BC と同じ方向で拘束されているが、(b) は C 点が地面に対し垂直方向で拘束されている。

図 7.1
(a) 傾斜支持
(b) 垂直支持

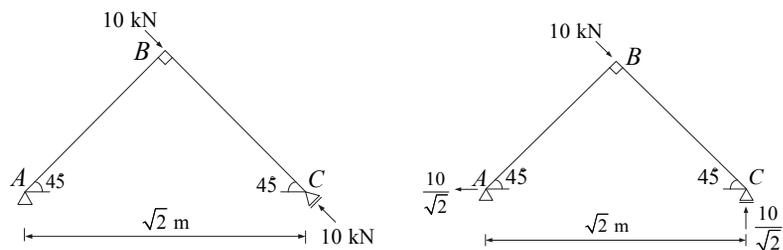


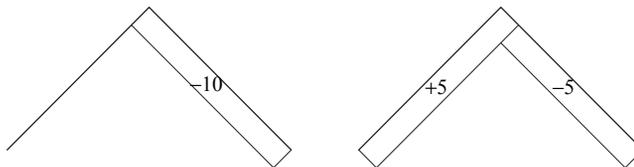
図 7.2 は 2 つの構造物に対する軸力、せん断力、曲げモーメントを表したものである。図から分かるように、支持条件の違いにより構造物の部材力に大きな差が発生している。

(a)ではC点のみに反力が発生し、部材BCだけが軸力10kNを受ける。一方(b)ではA点でも反力が発生し、部材AB及びBCが全て曲げモーメントを受ける。

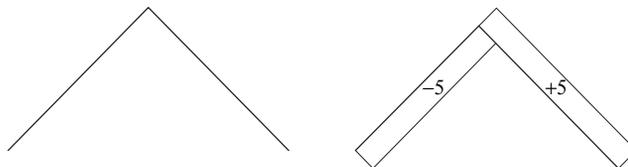
▶ 図 7.2

図 7.1 構造物の部材力

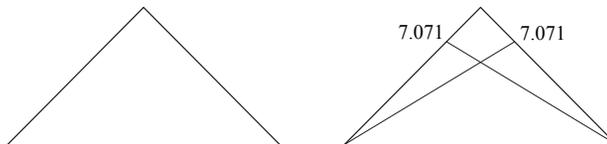
(a) 軸力図



(b) せん断力図



(c) 曲げモーメント図

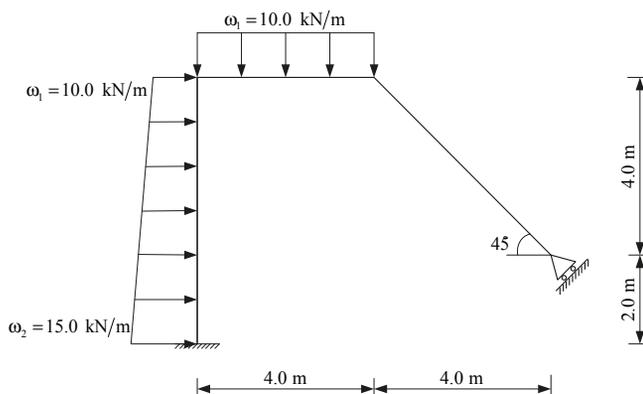


02. チュートリアル

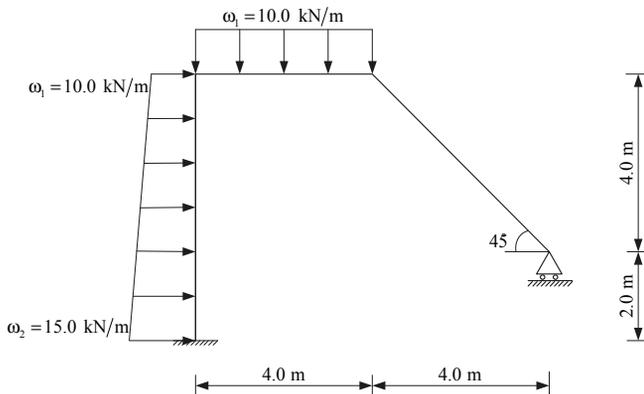
02.1 モデルの概要

下図のように垂直方向の等分布荷重と水平方向の等変分布荷重を受けるラーメン構造における、支点傾斜度による変位、部材力、反力の違いを比較する。

▶ 図 7.3
解析モデル
(a) 傾斜支点



(b) 垂直支点



- **材料**: 鋼材 SM490
- **断面**: ボックス断面 1,000×1,000×10 mm
- **荷重**: 1. 水平部材に等分布荷重 10.0 kN/m 載荷
2. 垂直部材に等変分布荷重 10.0 ~ 15.0 kN/m 載荷

02.2 作業環境の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  **新規プロジェクト...**

メインメニュー  >  **保存**

1. ファイル名：“**支持**”と入力し、**[保存]**をクリック

モデリングで使用する単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

2. 長さ > 「**m**」、力 > 「**kN(ton)**」を選択

3. **[OK]**をクリック

▶ 図 7.4
ファイルの保存
単位系の設定

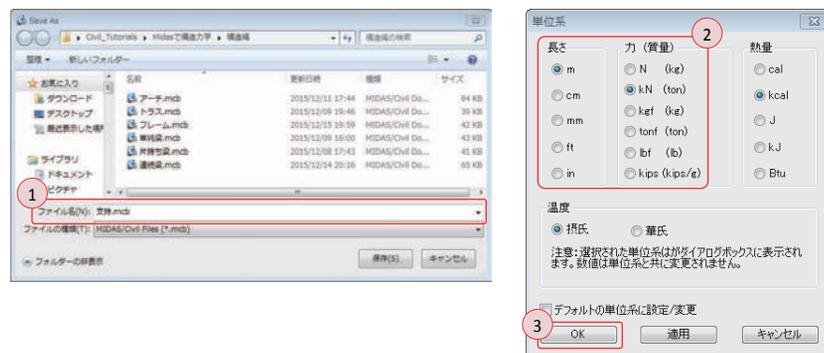


図 7.4

解析モデルは平面(X-Z平面)構造であるため、構造形式をX-Z平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z平面」を選択
2. [OK]をクリック

▶ 図 7.5
作業平面の設定



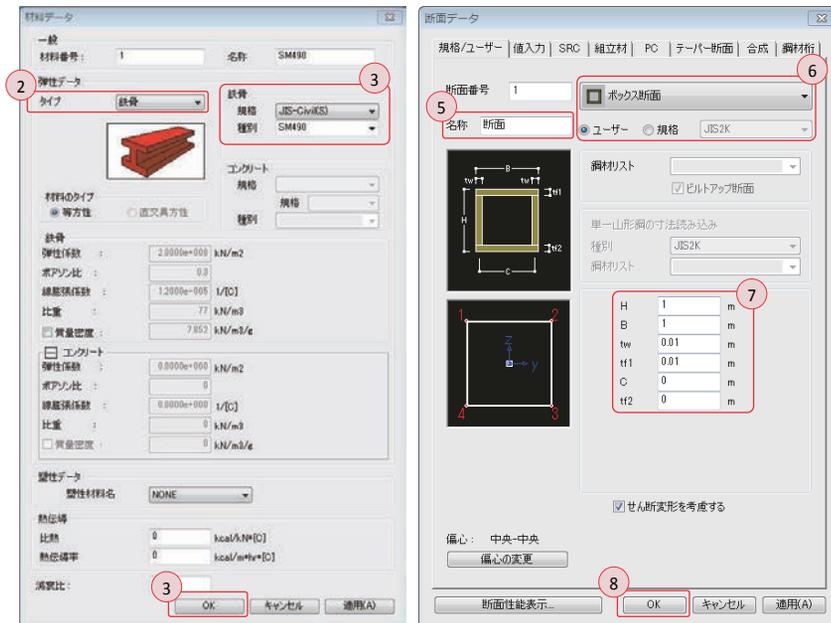
02.3 材料及び断面の定義

梁要素の材料で鋼材 SM490 (JIS 規格) を選択し、ボックス断面の寸法を入力する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...] クリック
2. タイプ > 「鉄骨」 選択
3. 鉄骨 > 「JIS-Civil(S)」 選択, 種別 > 「SM490」 選択, [OK] クリック
4. 断面タブをクリックし, [追加...] クリック
5. 名称 : “断面” 入力
6. 断面形状 > 「ボックス断面」 選択, 「ユーザー」 選択
7. H: “1”, B: “1”, tw: “0.01”, tf1: “0.01” 入力,
8. [OK] クリックし, [閉じる] クリック

▶ 図 7.6
材料及び断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

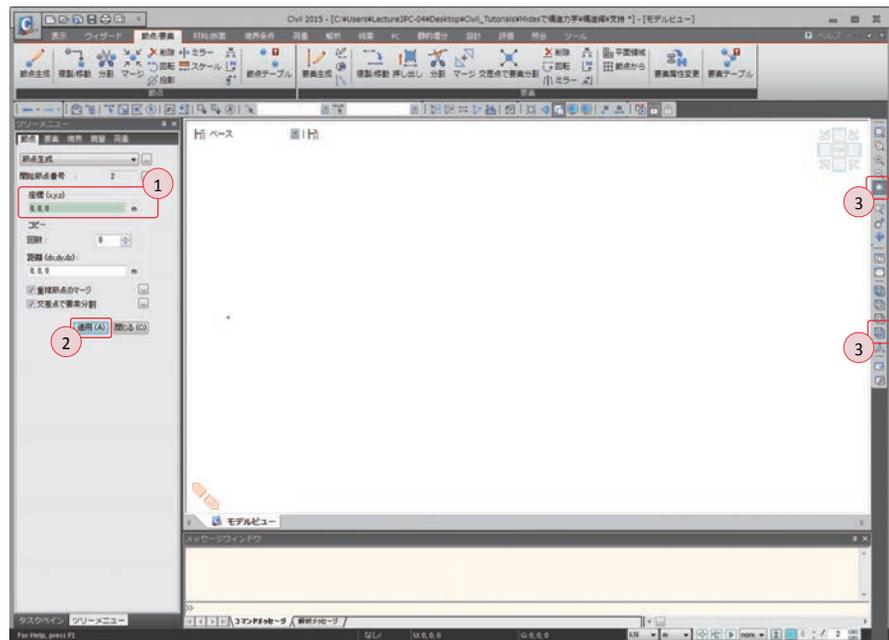
02.4.1 節点の生成

要素を生成するため、まず節点を入力する。

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [節点生成]

1. 座標 > “0, 0, 0” 入力
2. [適用] クリック
3. 自動フィット, 正面 (トグルオン)

▶ 図 7.7
節点の生成



02.4.2 柱の生成

節点を線要素に拡張する押し出し機能でモデル1の柱部材を生成する。



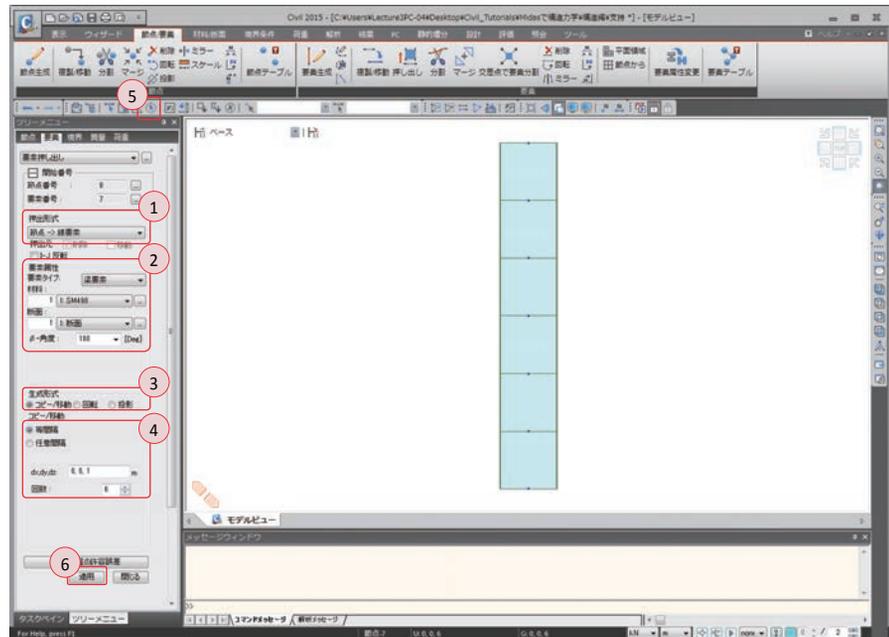
β角度とは、トラスや梁、柱などの線要素の要素座標系において z 軸の配置方向を意味する。

正方形ではない非定形断面の場合、配置方向により剛性が違うため留意して設定する必要がある。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [押し出し]

1. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
2. 要素属性 > 要素タイプ > 「梁要素」選択
材料 > 「1:SM490」、断面 > 「1:断面」選択、
β角度 : “180” 入力
3. 生成形式 > 「コピー/移動」選択
4. コピー/移動 > 「等間隔」選択
dx, dy, dz : “0, 0, 1” 入力、回数 : “6” 入力
5. 全て選択クリック
6. [適用]クリック

▶ 図 7.8
柱部材の生成

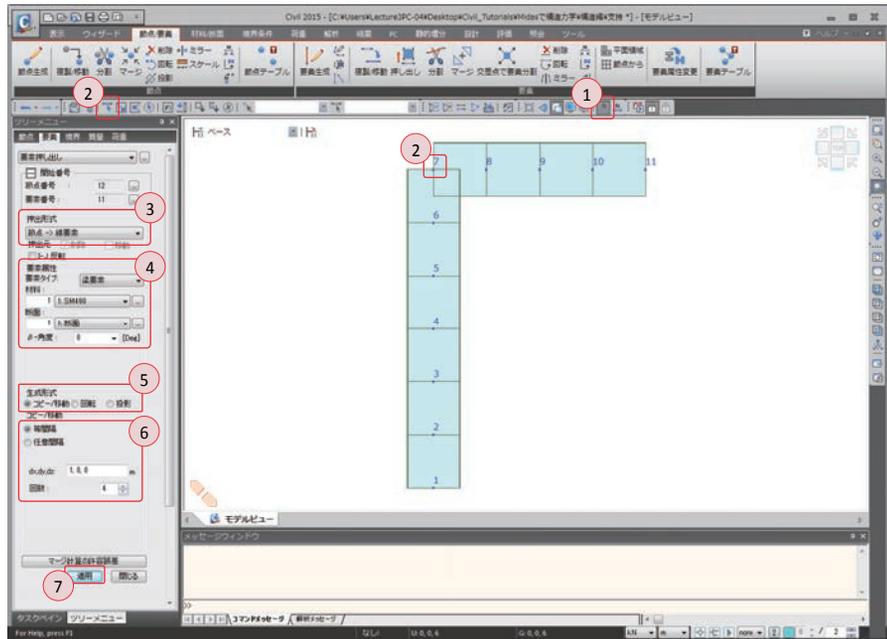


02.4.3 水平部材の生成

柱の上端の節点を拡張してモデル1の水平部材を生成する。

1. 節点番号 (トグルオン)
2.  単一選択で節点7を選択
3. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
4. 要素属性 > 要素タイプ > 「梁要素」選択
 材料 > 「1:SM490」, 断面 > 「1:断面」選択,
 β角度 : “0” 入力
5. 生成形式 > 「コピー/移動」選択
6. コピー/移動 > 「等間隔」選択
 dx, dy, dz : “1, 0, 0” 入力, 回数 : “4” 入力
7. [適用] クリック

▶ 図 7.9
水平部材の生成



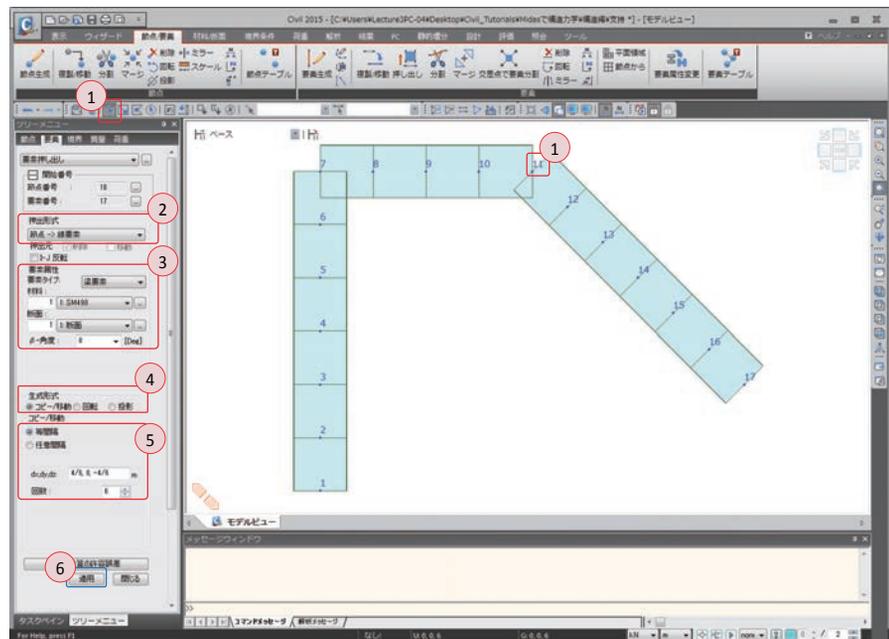
02.4.4 傾斜部材の生成

水平部材の右端の節点を拡張し傾斜部材を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [押し出し]

1.  単一選択で節点 11 を選択
2. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
3. 要素属性 > 要素タイプ > 「梁要素」選択
 材料 > 「1:SM490」, 断面 > 「1:断面」選択,
 β角度 : “0” 入力
4. 生成形式 > 「コピー/移動」選択
5. コピー/移動 > 「等間隔」選択
 dx, dy, dz : “4/6, 0, -4/6” 入力, 回数 : “6” 入力
6. [適用] クリック

▶ 図 7.10 傾斜部材の生成



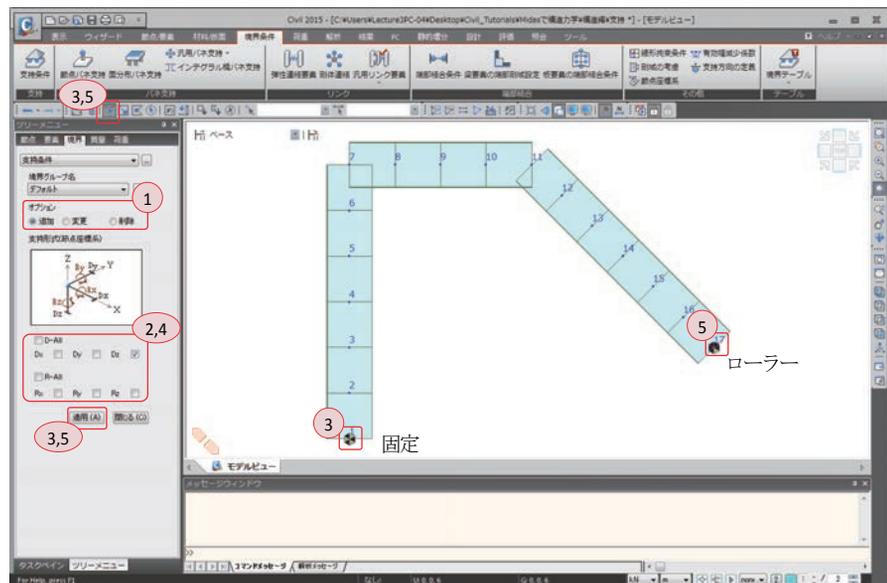
02.5 境界条件の入力

3次元での節点は6つの自由度(Dx, Dy, Dz, Rx, Ry, Rz)を持つ。しかし、本チュートリアルでは最初基本設定において構造形式を「X-Z平面」で設定したため、3つの自由度(Dx, Dz, Ry)のみが存在する。従って固定端はDx, Dz, Ryの自由度を拘束し、ローラー支点はDz自由度を拘束することで支持条件を設定する。

メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

1. オプション > 「追加」選択
2. 支持形式 > Dx, Dz, Ry (チェックオン)
3.  単一選択で節点1を選択, [適用] クリック
4. 支持形式 > Dx, Ry (チェックオフ)
5.  単一選択で節点17を選択, [適用] クリック

▶ 図 7.11
支点条件の入力



02.6 荷重の入力

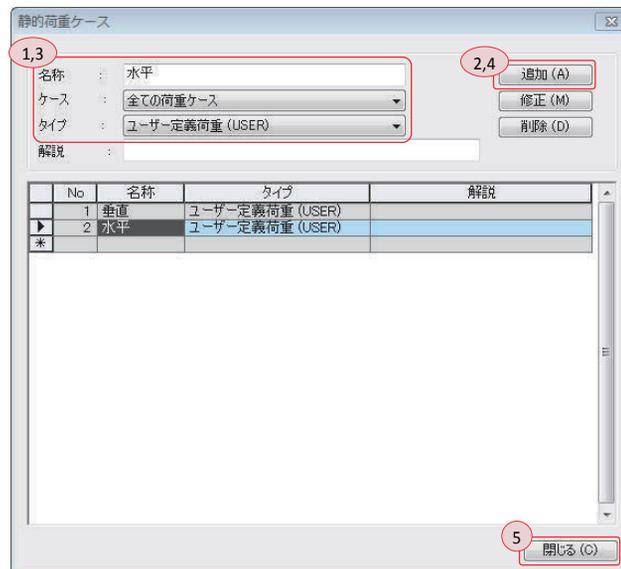
02.6.1 荷重条件の定義

荷重を入力する前に、荷重条件を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > [静的荷重ケース]

1. 名称：“垂直” 入力，タイプ：「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択
2. [追加] クリック
3. 名称：“水平” 入力，タイプ：「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択
4. [追加] クリック
5. [閉じる] クリック

▶ 図 7.12
荷重条件の定義



02.6.2 等分布荷重の
入力

水平部材に 10 kN/m の等分布荷重を入力する。

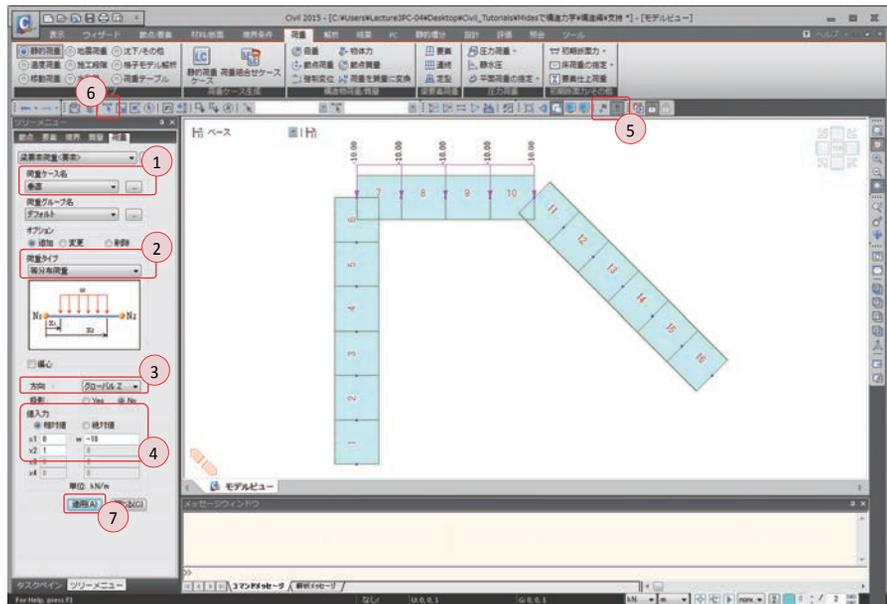
メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 荷重タブで、荷重値 (チェックオン) , [OK] クリック

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [要素]

1. 荷重ケース名 > 「垂直」 選択
2. 荷重タイプ > 「等分布荷重」 選択
3. 方向 > 「グローバルZ」 選択
4. 値入力 > 「相対値」 選択
x1 : “0” , x2 : “1” , w : “-10” 入力
5. 節点番号 (トグルオフ) , 要素番号 (トグルオン)
6. 単一選択で要素 7, 8, 9, 10 選択
7. [適用] クリック

▶ 図 7.13
等分布荷重の入力



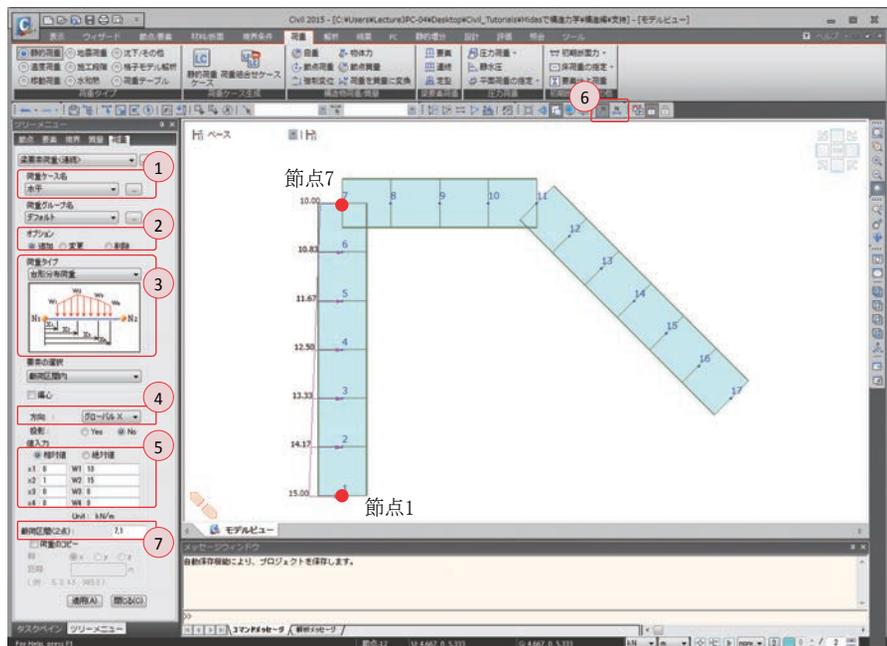
02.6.3 等変分布荷重
の入力

柱部材に 10.0 ~ 15.0 kN/m の等変分布荷重を入力する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [連続]

1. 荷重ケース名 > 「水平」 選択
2. オプション > 「追加」 選択
3. 荷重タイプ > 「台形分布荷重」 選択
4. 方向 > 「グローバル X」 選択
5. 値入力 > 「相対値」 選択
 - x1: “0”, x2: “1”, w1: “10”, w2: “15” 入力
6. 節点番号 (トグルオン), 要素番号 (トグルオフ)
7. 载荷区間の入力ボックスをクリックし, 節点7 と節点1 を順番にクリック

▶ 図 7.14
等変分布荷重の入力



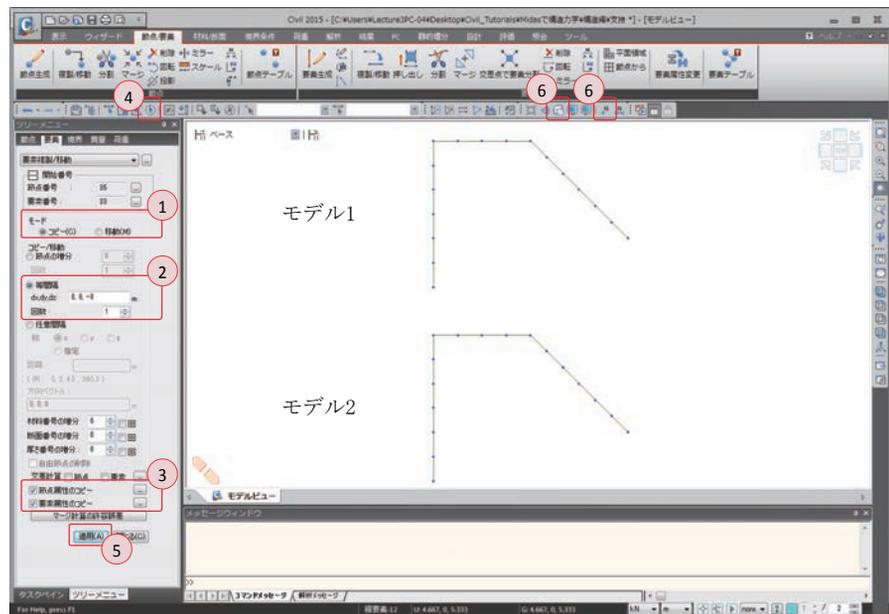
02.6.4 要素の複製

モデルを複製し、モデル2を生成する。この時に先にモデリングしたモデルに入力されている分布荷重や境界条件を同時に複製する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [複製/移動]

1. モード > 「コピー」選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」選択
dx, dy, dz : “0, 0, -8” 入力, 回数: “1” 入力
3. 節点属性のコピー, 要素属性のコピー (チェックオン)
4.  全て選択
5. [適用] クリック
6. 隠線除去表示, 節点番号 (トグルオフ)

▶ 図 7.15
要素の複製



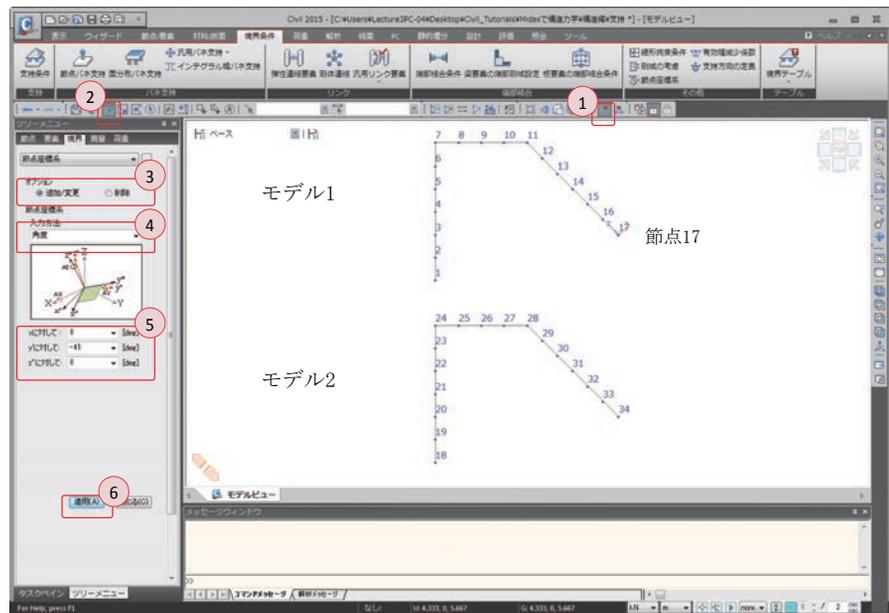
02.6.5 境界条件の修正

モデル1のローラー支点に傾斜支持条件を設定するため、節点座標系を定義する。節点座標系とは当該節点でのみ適用される座標系で、全体座標系より優先的に適用される。全体座標系の軸方向と一致しない特定の方向で発生するたわみや支持条件を設定する場合に節点座標系を定義することでこれらの条件が簡単に反映でき、変位や反力などの解析結果を節点座標軸を基準に確認することも可能である。

メインメニュー [境界条件] > [その他] > **[節点座標系]**

1. 節点番号 (トグルオン)
2.  単一選択で節点17をクリック
3. オプション > 「追加/変更」選択
4. 節点座標系 > 入力方法 > 「角度」選択
5. xに対して: “0”, yに対して: “-45”, zに対して: “0” 入力
6. **[適用]** クリック

▶ 図 7.16
境界条件の修正



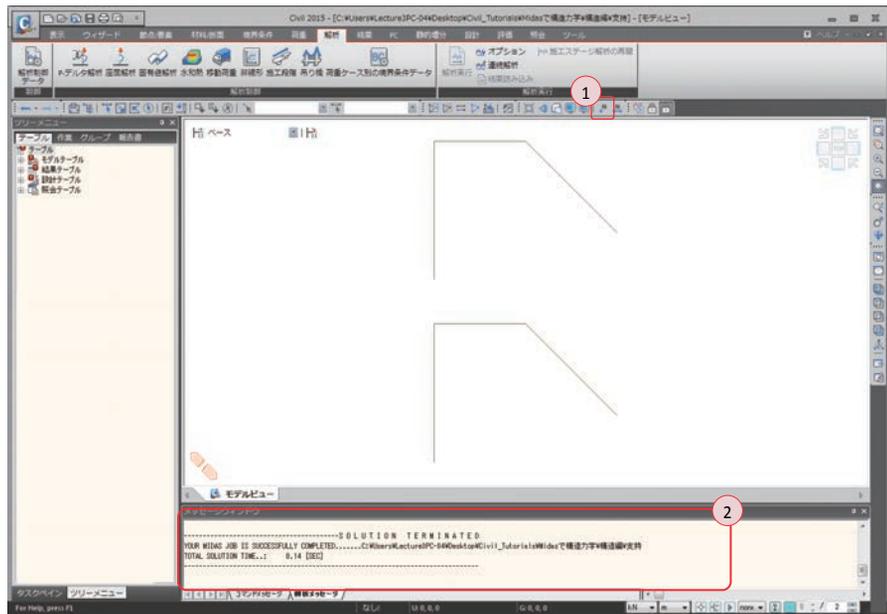
02.7 構造解析の実行

モデル1, モデル2に対して構造解析を実行する。

メインメニュー[解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

1. 節点番号 (トグルオフ)
2. メッセージウィンドウの解析終了メッセージを確認

▶ 図 7.17
解析の正常終了のメッセージ



02.8 解析結果の確認

02.8.1 反力

垂直荷重による反力を確認する。

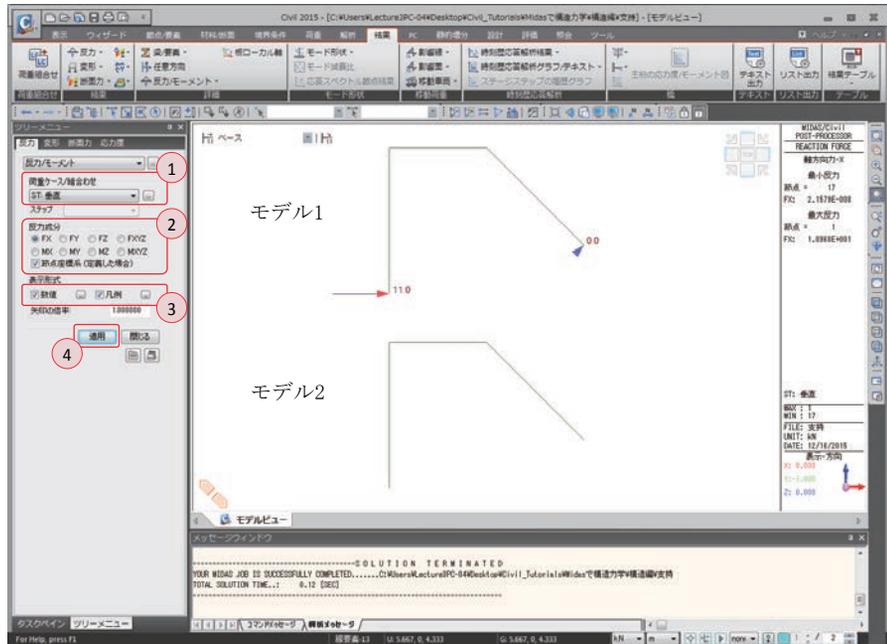
メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 垂直」選択
2. 反力成分 > 「FX」選択
 節点座標系 (定義した場合) (チェックオン)
3. 表示形式 > 数値, 凡例 (チェックオン)
4. [適用]クリック



「節点座標系 (定義した場合)」は節点座標系が入力されている節点に対しローカル方向の部材力を確認する場合にチェックする。

▶ 図 7.18
垂直荷重による水平反力



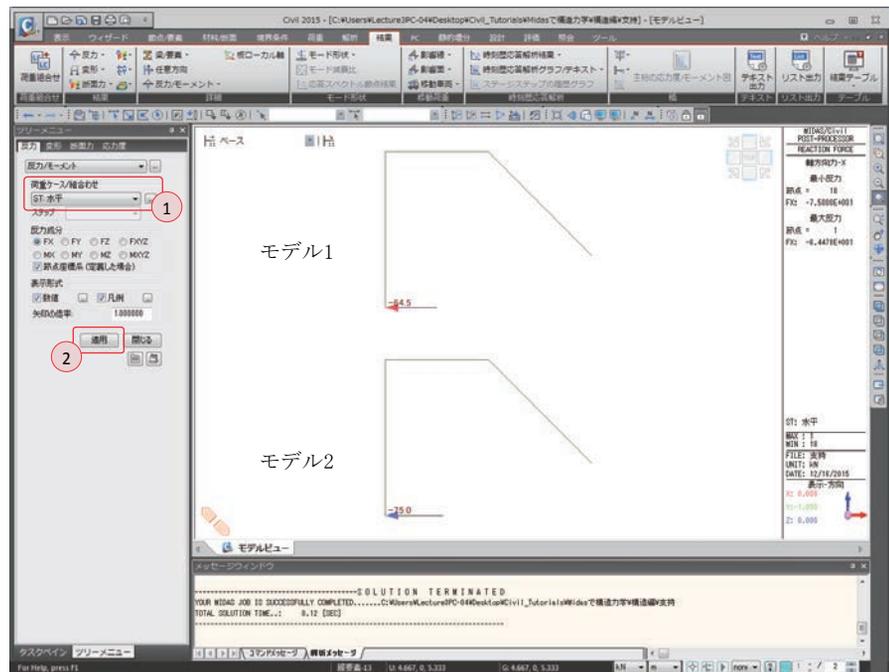
傾斜支点を持つモデル1では左側の固定端で水平反力が発生することが確認できる。

水平荷重による反力確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 水平」 選択
2. [適用] クリック

▶ 図 7.19
水平荷重による水平反力



モデル 1 では傾斜支点が水平力に対し抵抗するため、傾斜支点を持たないモデル 2 より左側の固定端での反力が小さく発生することが分かる。

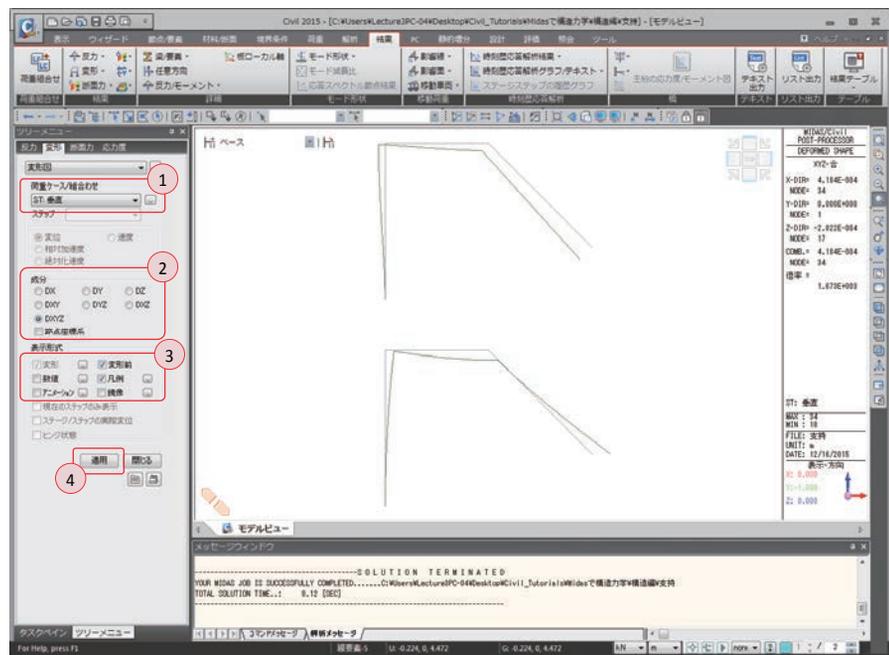
02.8.2 変位及び変形

変形図を確認する。ここで、DXZは $\sqrt{DX^2 + DZ^2}$ を意味する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変形図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 垂直」 選択
2. 成分 > 「DXYZ」 選択
3. 表示形式 > 変形前, 凡例 (チェックオン)
4. [適用] クリック

▶ 図 7.20
垂直荷重による変形図



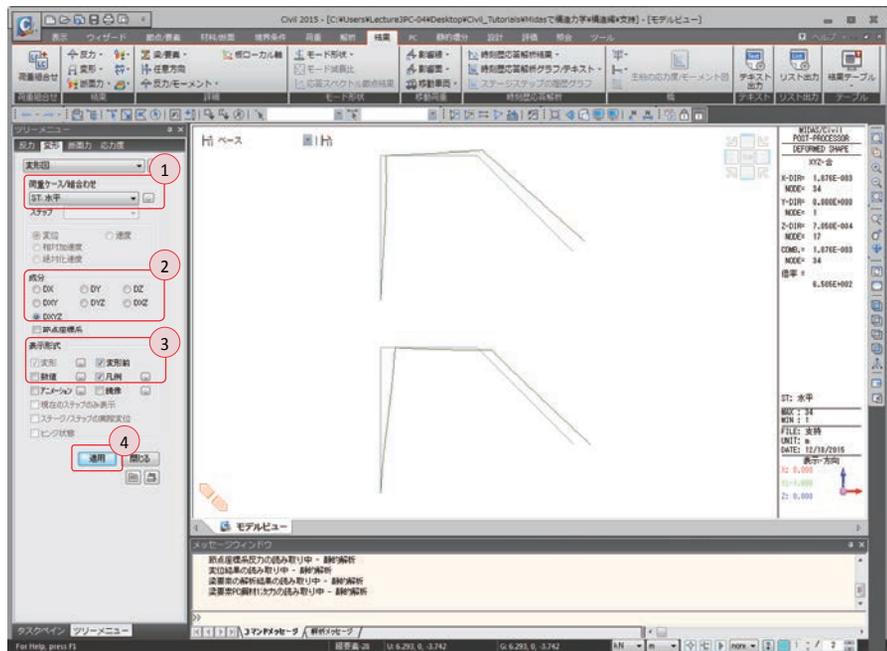
垂直荷重が作用する際、モデル1は傾斜支点により左側に傾き、モデル2は右側に傾くことが確認できる。

水平荷重による変位を確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変形図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 水平」 選択
2. 成分 > 「DXYZ」 選択
3. 表示形式 > 変形前, 凡例 (チェックオン)
4. [適用] クリック

▶ 図 7.21
水平荷重による変形図



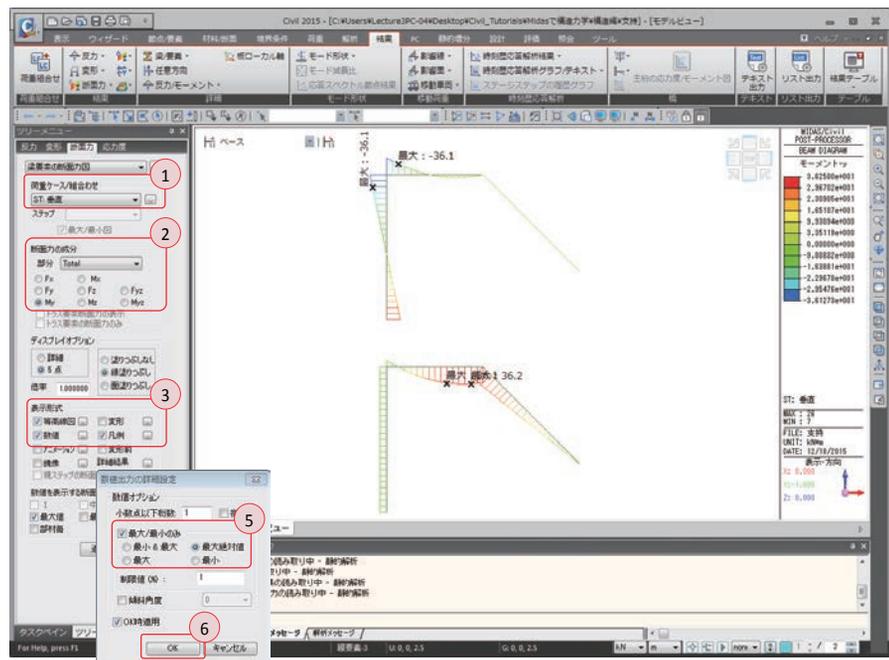
02.8.3 部材力

垂直荷重による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 『ST:垂直』 選択
2. 断面力の成分 > 『My』 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例 (チェックオン)
4. 数値の をクリック
5. 最大/最小のみ, 最大絶対値 (チェックオン)
6. [OK] クリック

▶ 図 7.22
垂直荷重による曲げモーメント



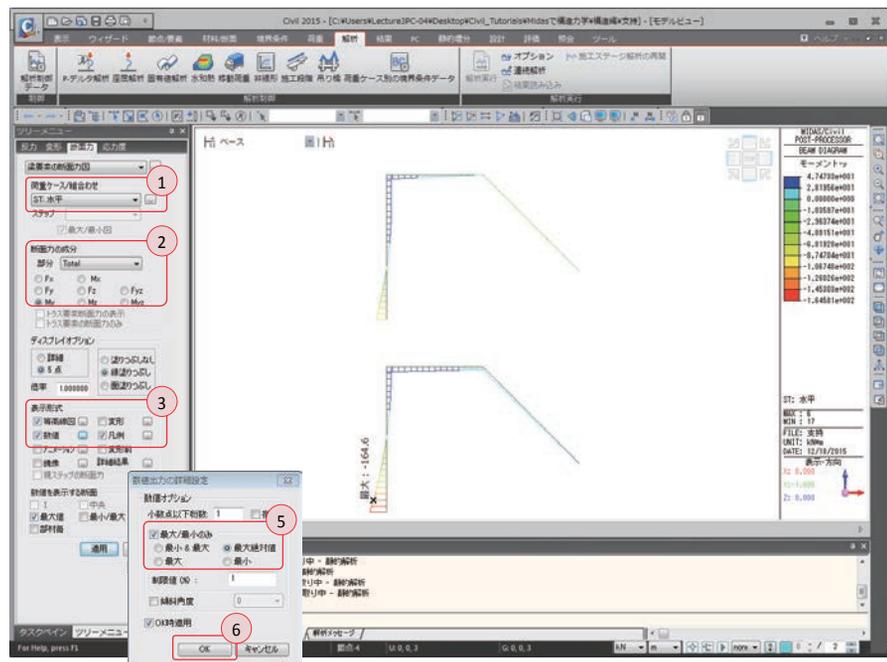
傾斜支点を持つモデル 1 の場合, 垂直荷重により発生する水平反力が柱に大きい曲げモーメントを発生させることが確認できる. 一方, 傾斜支点を持たないモデル 2 の場合では斜材に大きい曲げモーメントが発生している.

水平荷重による曲げモーメントを確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組合せ > 「ST:水平」 選択
2. 断面力の成分 > 「My」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例 (チェックオン)
4. 数値の  をクリック
5. 最大/最小のみ, 最大絶対値 (チェックオン)
6. [OK] クリック

▶ 図 7.23
水平荷重による曲げモーメント
図



水平荷重による曲げモーメントは両モデルともに似通った様相を示しているが、傾斜支点を持たないモデル 2 の場合、モデル 1 より固定端の曲げモーメントが多少大きく発生していることが確認できる。

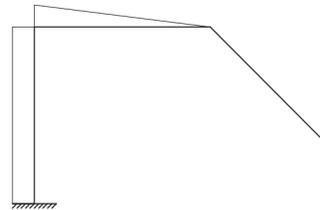
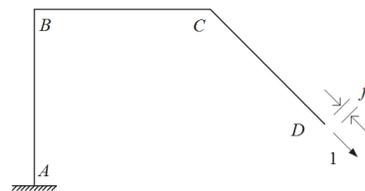
03. 構造計算 の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

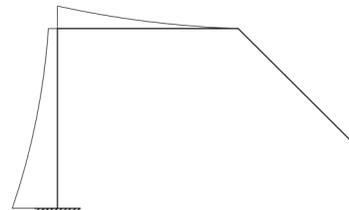
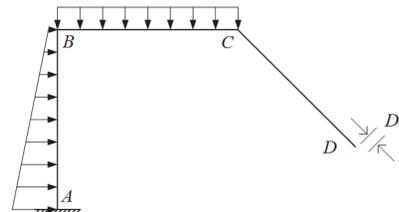
03.1.1 モデル1

モデル1はD点の反力（斜め方向）を未知数にし、変形法を適用する。

▶図 7.24
モデル1



{m}



{M}

A B 区間 : $m(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(x-10)$

B C 区間 : $m(x) = \frac{4}{\sqrt{2}}(\frac{x}{4}-1)$

A B 区間 : $M(x) = -290 + 75x - \frac{15}{2}x^2 + \frac{5}{36}x^3$

B C 区間 : $M(x) = -80 + 40x - 5x^2$

2 点の支持条件を解除した状態で、斜材におけるCD方向の単位荷重によるD点の変位を f ，部材ABと部材BCに作用する荷重による CD方向の変位を D とすると、次のような適合条件式が成り立つ。

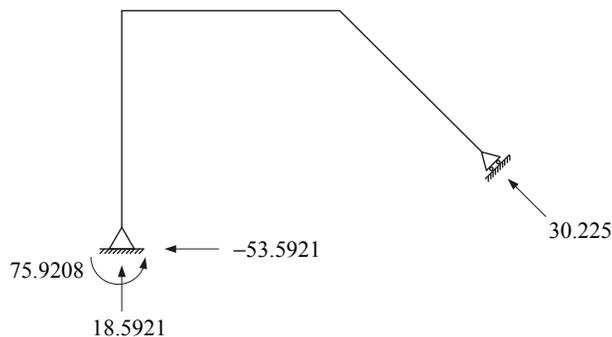
$$f \cdot X + D = 0$$

ここで、

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \{m(x)\}^2 dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^6 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(x-10) \right\}^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^4 \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) \right\}^2 dx \\ &= 166.667/EI \\ D &= \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \{m(x)\} \{M(x)\} dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^6 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(x-10) \right\} \left\{ -290 + 75x - \frac{15}{2}x^2 + \frac{5}{36}x^3 \right\} dx \\ &\quad + \frac{1}{EI} \int_0^4 \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) \right\} \left\{ -80 + 40x - 5x^2 \right\} dx \\ &= 5045.914/EI \\ X &= -\frac{D}{f} = -30.225 \end{aligned}$$

となる。従って、D 点の反力は 30.225 kN となり、その方向は単位荷重の方向に対し逆方向の上向きになる。

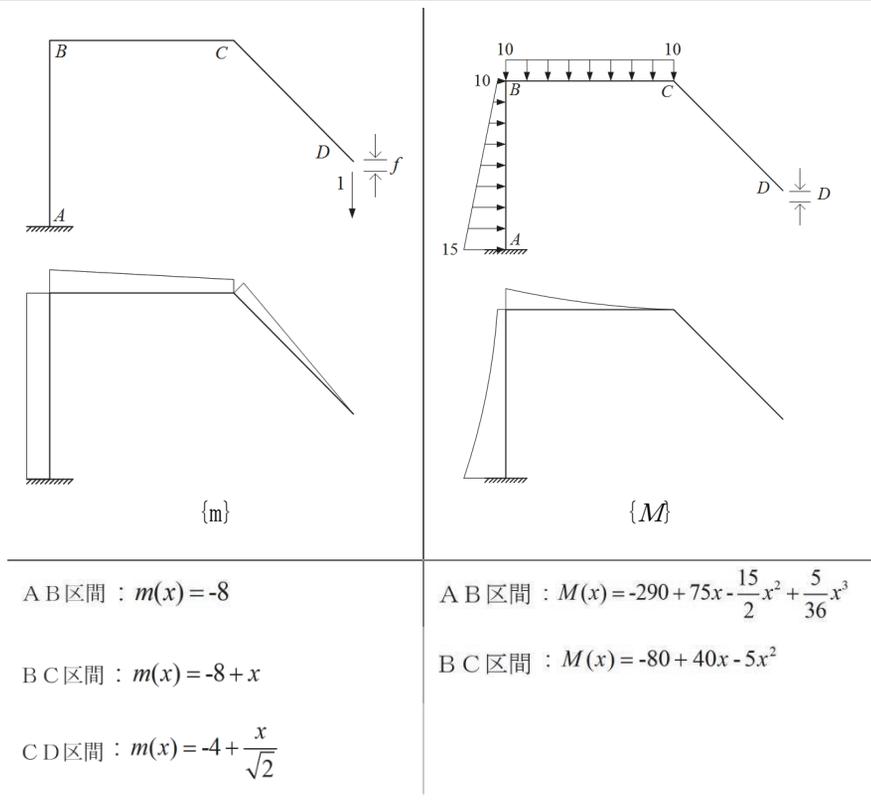
▶図 7.25
モデル1の計算結果



03.1.2 モデル 2

モデル 2 はD点の反力（垂直方向）を未知数にし、変形法を適用する。D点の支持条件（垂直方向）を解除した状態で、反力方向に単位荷重を加えた場合のモーメント $m(x)$ と、その状態で単位荷重の代わりに部材ABとBCに荷重を加えた場合のモーメント $M(x)$ は図7.26のとおりである。

▶図 7.26
モデル 2



単位荷重によるD点の垂直方向の変位を f 、部材ABと部材BCに作用する荷重による垂直方向の変位を D とすると、次のような適合条件式が成り立つ。

$$f \cdot X + D = 0$$

ここで、

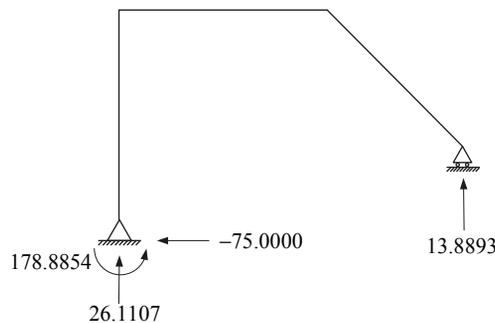
$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \{m(x)\}^2 dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^6 \{-8\}^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^4 \{-8+x\}^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^{4\sqrt{2}} \left\{ \frac{x}{\sqrt{2}} - 4 \right\}^2 dx \\ &= 563.5032/EI \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} \{m(x)\} \{M(x)\} dx \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^6 \{-8\} \left\{ -290 + 75x - \frac{15}{2}x^2 + \frac{5}{36}x^3 \right\} dx + \frac{1}{EI} \int_0^4 \{-8+x\} \{-80 + 40x - 5x^2\} dx \\ &= 7826.6667/EI \end{aligned}$$

$$X = -\frac{D}{f} = -13.8893$$

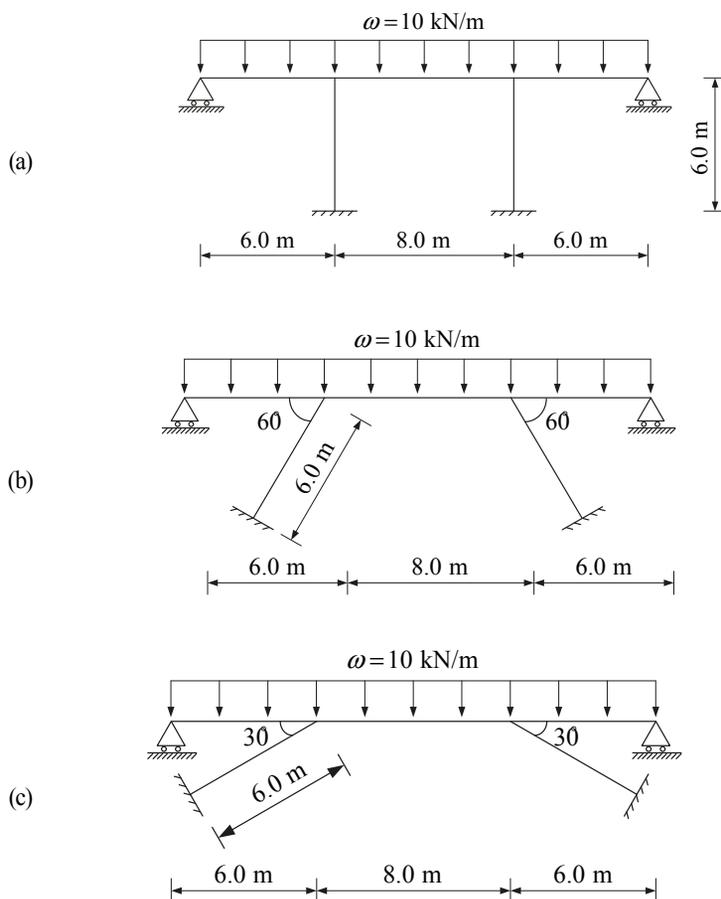
従って、D点の反力は 13.8893 kN（上向き）になる。

▶ 図 7.27
モデル 2 の計算結果



04. 練習問題

下図のようなπ型のラーメン構造で柱の傾斜角度の変化による部材力，変位，反力を比較しなさい。（材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様）



8.

バネの 解析

TABLE OF CONTENTS

01 概念の理解	
<hr/>	
01.1 バネ解析の概念	8-1
02 チュートリアル	
<hr/>	
02.1 モデルの概要	8-7
02.2 作業環境の設定	8-9
02.3 材料及び断面の定義	8-11
02.4 節点及び要素の生成	8-12
02.5 境界条件の入力	8-15
02.6 荷重の入力	8-17
02.7 構造解析の実行	8-25
02.8 解析結果の確認	8-26
03 構造計算の解説	
<hr/>	
03.1 力学的概念の理解及び 数値計算	8-29
04 練習問題	8-31
<hr/>	

01. 概念の理解

01.1 バネ解析の概念

01.1.1 一般事項

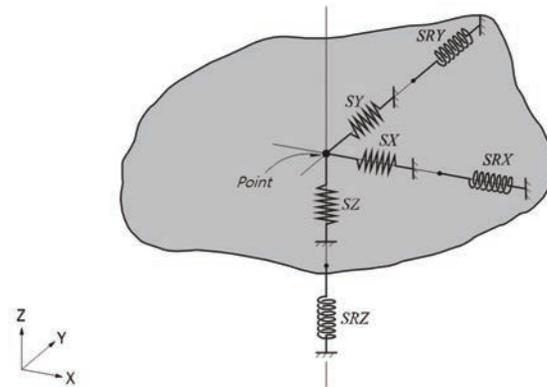
弾性境界要素やバネは、モデルの境界部分に位置する隣接構造物または地盤などの剛性を考慮する場合や自由度が足りない要素（トラス、平面応力、板要素など）が互いに接し合う場合に使用される。

弾性成分は任意の節点で6つの自由度（線方向の3つの成分、回転方向の3つの成分）に対して入力でき、線方向の弾性成分は単位長さ当たりの力の単位で入力し、回転方向の弾性成分は単位角度当たりのモーメントの単位で入力する。

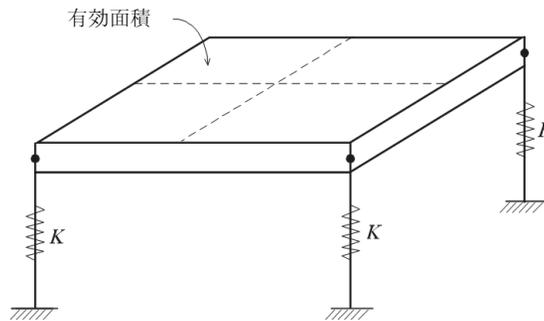
▶図 8.1

弾性境界要素の入力の例

(a) Civilの「節点バネ支持」機能で境界条件を入力



(b) Civilの「面分布バネ支持」機能で境界条件を入力



$K = \text{地盤力係数} \times \text{有効面積}$

線方向の弾性境界要素は構造物を支える柱や杭または、地盤剛性を反映する際に適用する。地盤をモデリングする際には地盤反力係数と当該節点の有効面積との積で得られる値が用いられる。この時、土質の特性は圧縮に対しては有効であるが、引張に対しては抵抗できないため注意しなければならない。

Civil では土質と接する面の境界条件が簡単に設定できるよう、「面分布バネ支持」機能を搭載している。メインメニューの「境界条件」>「バネ支持」>「面分布バネ支持」で節点バネを選択し、単位面積当たりの地盤反力係数を入力すると、節点が占める有効面積と地盤反力係数との積で剛性を計算し、節点バネの形で境界条件が設定される。また、圧縮力のみ支えられる地盤の特性を考慮した解析を行う場合には、「圧縮専用」のオプションを選択し地盤反力係数を入力することで、圧縮力だけ支えられる弾性連結要素として境界条件が設定できる。

対象の構造物と接する柱や杭の軸方向の剛性成分を考慮する際、弾性境界要素の剛性は EA/H で計算できる。ここで、 E は支持部材の弾性係数、 A は有効断面積、 H は有効長さである。

回転方向の弾性成分は解析の対象となる構造物隣接境界部分の回転剛性を表現するために主に使用され、隣接境界部分が柱である場合には $\alpha EI/H$ の計算で定まる。ここで、 α は柱の連結状態により定まる回転剛性成分係数で、 I は断面 2 次モーメント、 H は柱の有効長さである。

節点で使用する境界バネは一般的に各自由度の方向ごとに入力されるが、より精密な解析を行う場合には他の自由度と連成する剛性も考慮しなければならない。すなわち、移動変位が発生する際に同時に発生する回転変位などを考慮するためには連成する剛性を考慮したバネを入力する必要がある。例えば、構造物の基礎に使用される杭を境界バネとしてモデリングする場合、各方向における剛性以外に、連成する剛性を追加入力することより精密な解析が可能となる。

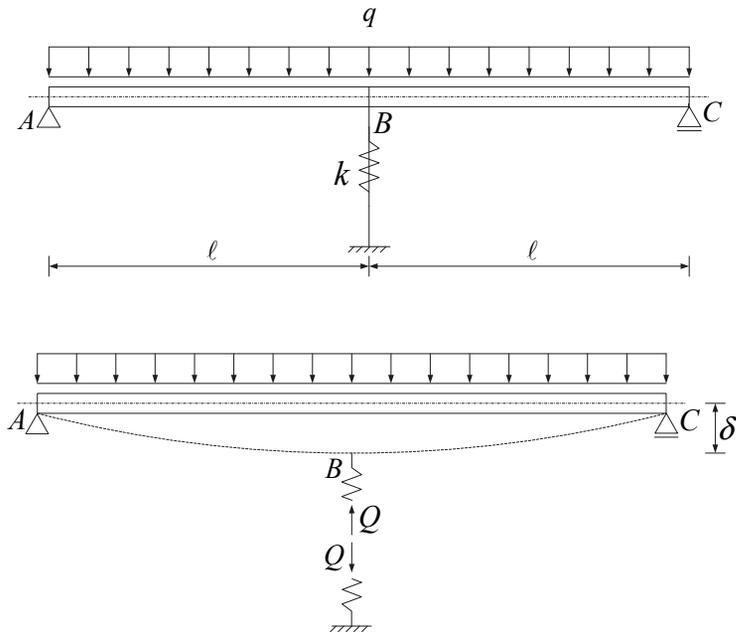
節点に入力される境界バネは一般的には全体座標系に従うが節点に節点座標系が入力されている場合には節点座標系に従う。

解析段階において、剛性行列を組合わせた後に特定自由度に対する剛性成分が存在しない場合にはエラーが発生することがあるため、微少な数値を設定し解析を行う。使用単位系により多少の差はあるが、一般的には $0.0001 \sim 0.001$ の値で設定する。

Civil はこのようなエラーを未然に防ぐために、解析結果にほとんど影響を及ぼさない程度の微少な剛性値が自動的に設定される機能が実装されている。

01.1.2 解析の概念 バネは支点と同じ概念であるが、変形が可能な支点として理解できる。図 8.2 は 2 スパン連続梁の中央がバネ支点である構造物である。従って、バネが受ける力 Q と同じ大きさの力が梁に上向き の力として作用する構造物として考えられる。

▶ 図 8.2
バネを持つ連続梁



$$E = 3 \times 10^7 \text{ kN/m}^2, \quad I = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$q = 10 \text{ kN/m}, \quad l = 4.5 \text{ m}$$

長さが $2l$ の単純梁に等分布荷重 q と集中荷重 Q が作用する場合のたわみがバネ長さの変化値となるため、これを方程式で表すと次のようになる。

$$\frac{5q(2l)^4}{384EI} - \frac{Q(2l)^3}{48EI} = \frac{Q}{k}$$

図 8.3 はバネの剛性 k に対する梁の曲げ剛性 EI/ℓ の割合の変化(横軸)と反力比(縦軸)との関係を表したグラフである。ここで反力比とは、B 点が支持点として拘束された場合の B 点反力に対するバネの反力の比を意味する。スパンが 2 つの連続梁の中央部における支点反力は $5q(2\ell)/8$ であるため、この値に対してバネに作用する力の比が縦軸となる。

▶ 図 8.3

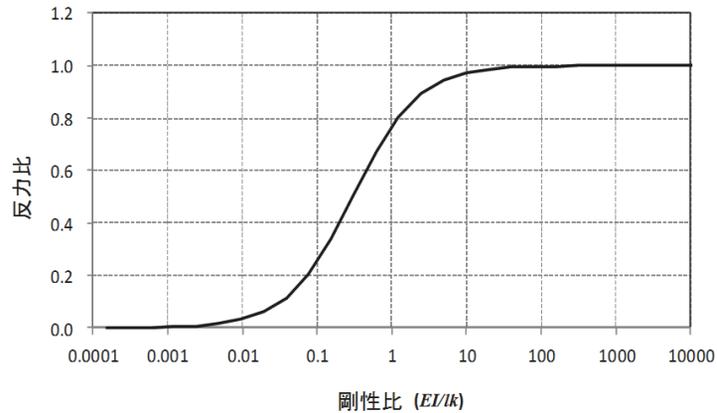


図 8.4 はバネの剛性比(横軸)に対するバネの変形比(縦軸)を表したグラフである。バネの変形比とはバネの変形をスパン長さで割った値である。

▶ 図 8.4

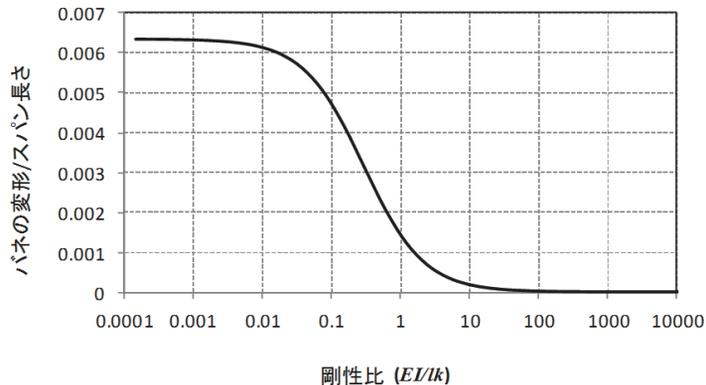


図 8.3 と図 8.4 で分かるように、バネの剛性が大きくなるほど反力は大きくなる反面、バネの変形は小さくなる。バネの剛性比が 10 を超えるとバネの変形は非常に小さくなり、変形が起きない支点とほとんど同じ挙動を見せる。一方、剛性比が 0.1~1.0 の間である場合には変化も大きく発生することが分かる。

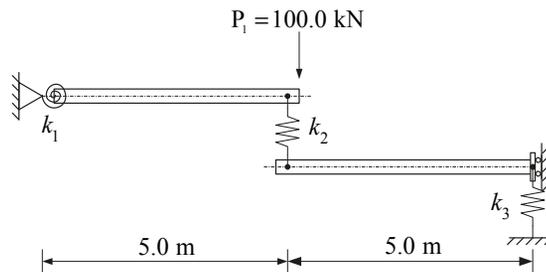
02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

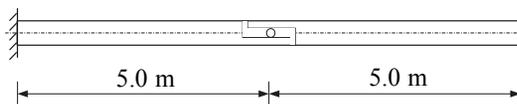
本チュートリアルでは部材の支持条件とバネ要素の剛性変化による構造物の反力，変位，部材力を比較する。

▶ 図 8.5
解析モデル

モデル 1, 2, 3 : バネ連結



モデル 4 : 内部ヒンジ連結



- **材料**
銅材の種類 : SM490
弾性係数 (E) : 2.00×10^8 kN/m²
- **断面**
断面積 : 1.0×10^{-2} m²
断面 2 次モーメント (I_{yy}) : 8.333×10^{-4} m⁴
- **荷重**
節点集中荷重 : 100.0 kN

➤ パネ定数

▶表 8.2
パネ定数

区分	k_1 (kN · m/radian)	k_2 (kN /m)	k_3 (kN /m)
モデル1	1,000,000	10	100,000
モデル2	100	100,000	100,000
モデル3	1,000,000	100,000	100,000

02.2 作業環境の設定

構造解析を始めるため新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  新規プロジェクト...

メインメニュー  >  保存

1. ファイル名：“パネ”と入力し，[保存]をクリック

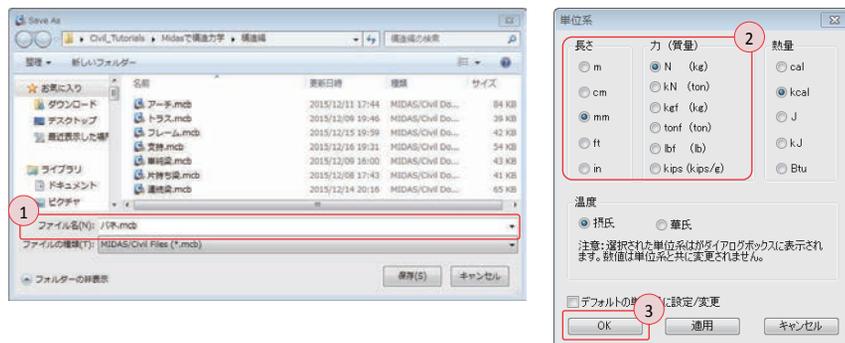
単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > [単位系]

2. 長さ > 「mm」，力 > 「N(kg)」を選択

3. [OK]をクリック

▶ 図 8.6
ファイルの保存
単位系の設定

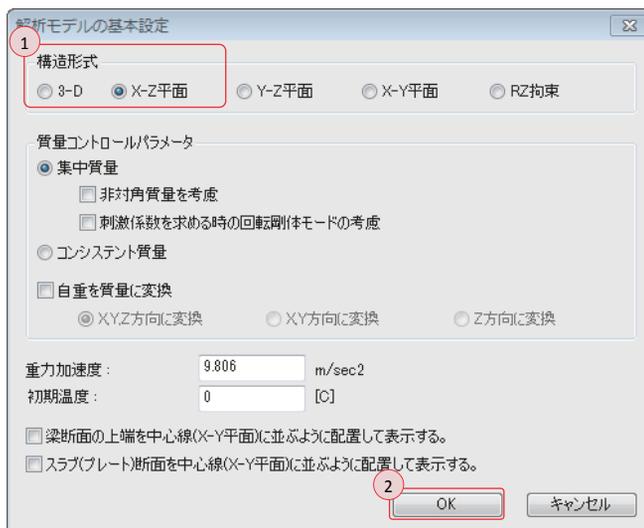


本チュートリアル解析モデルは平面(X-Z平面)構造であるため、構造形式をX-Z平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z平面」を選択
2. [OK]をクリック

▶ 図 8.7
作業平面の設定



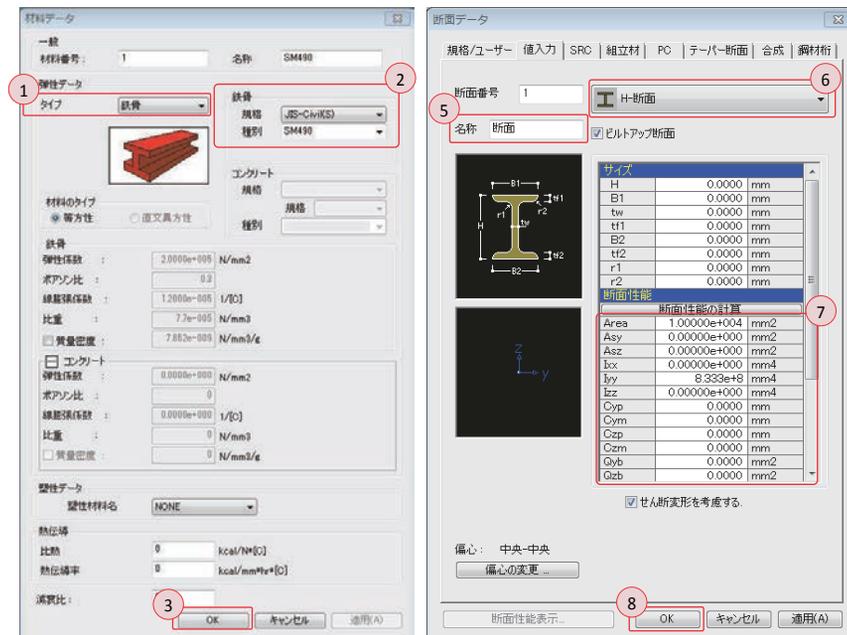
02.3 材料及び断面の定義

構造物の材料として鋼材 SM490 (JIS) を選択し、断面を定義する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]クリック, タイプ > 「鉄骨」選択
2. 規格 > 「JIS-C441(KS)」選択, 種別 > 「SM490」
3. [OK]クリック
4. 断面タブをクリック, [追加...]クリック
5. 値入力タブをクリック, 名称: “断面” 入力
6. 断面形状 > 「H-断面」選択
7. 断面性能の計算 > Area: “1e+4”, Iyy: “8.333e+8” 入力
8. [OK]クリック, [閉じる]クリック

▶ 図 8.8
材料の定義
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

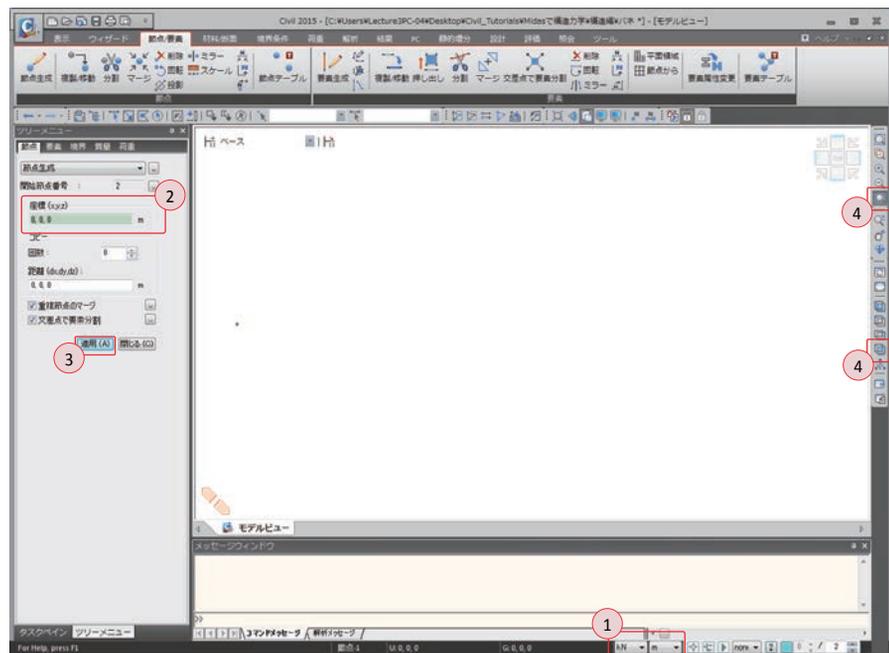
ステータスバーで単位系を[力: kN, 長さ: m]に変更し, モデル 1 の梁要素を生成する位置に節点を生成する.

1. ステータスバー > 力: 「kN」, 長さ: 「m」に変更

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [節点生成]

2. 座標(x, y, z) > “0, 0, 0” 入力
3. [適用] クリック
4. 自動フィット, 正面 (トグルオン)

▶ 図 8.9
節点の生成

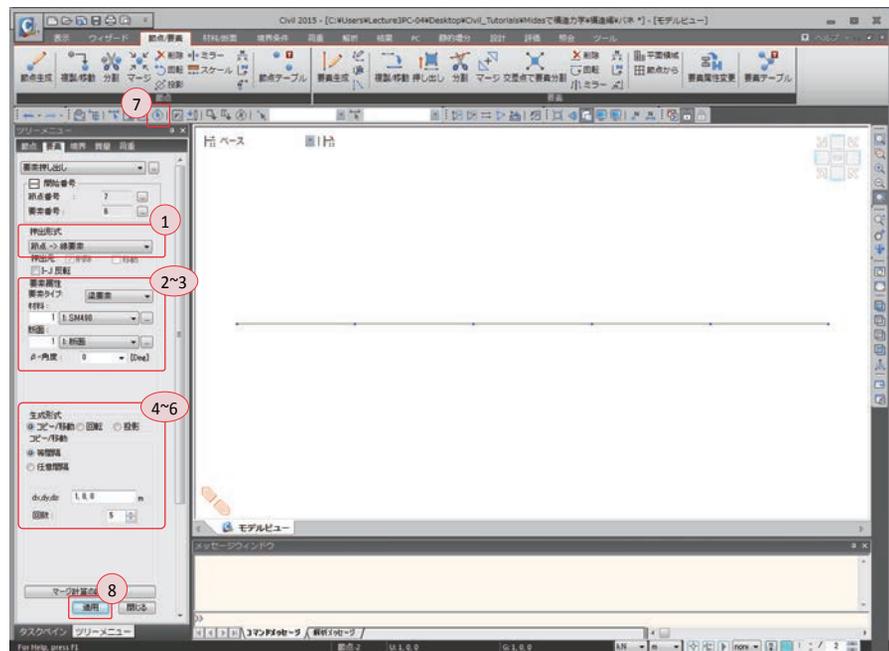


節点を線要素に拡張する押し出し機能で、モデル1の左部分の梁要素を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [押し出し]

1. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
2. 要素タイプ > 「梁要素」選択
3. 材料 > 「1:SM490」、断面 > 「1:断面」選択、 β 角度: “0” 入力
4. 生成形式 > 「コピー/移動」選択
5. コピー/移動 > 「等間隔」選択
6. dx, dy, dz > “1, 0, 0” 入力、回数 > “5” 入力
7.  全て選択クリック
8. [適用]クリック

▶ 図 8.10
梁要素の生成

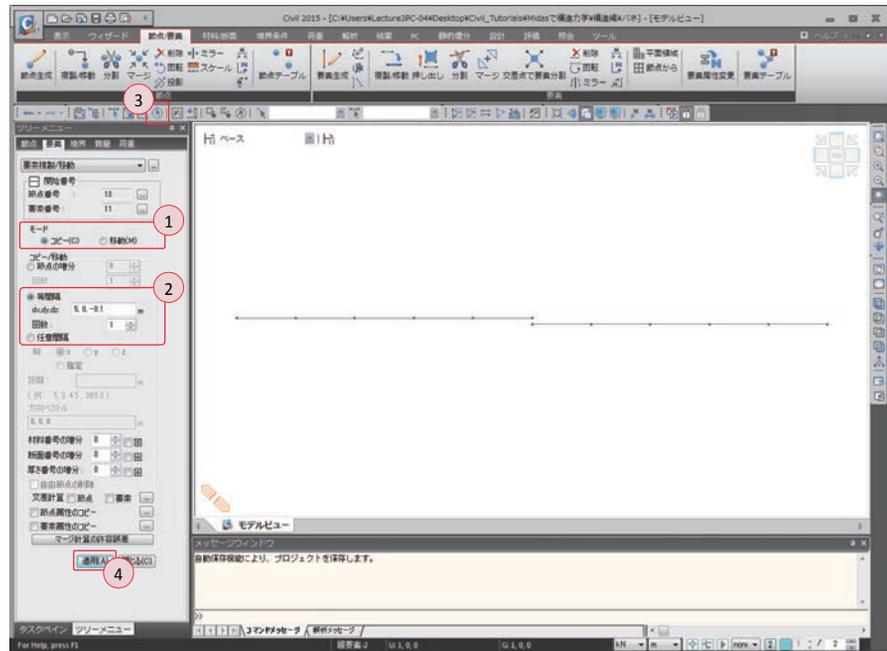


モデル1の梁要素をコピーし、右部分の梁要素を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [複製/移動]

1. モード > 「コピー」選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」選択 > dx, dy, dz : “5, 0, -0.1” 入力
回数 : “1” 入力
3.  全て選択クリック
4. [適用]クリック

▶ 図 8.11
梁要素の複製



02.5 境界条件の入力

梁の両端に境界条件を入力する。

1. 節点番号 (トグルオン)

メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

2. 支持形式 > **Dx, Dz** (チェックオン)

3. **単一選択**で**節点1**を選択

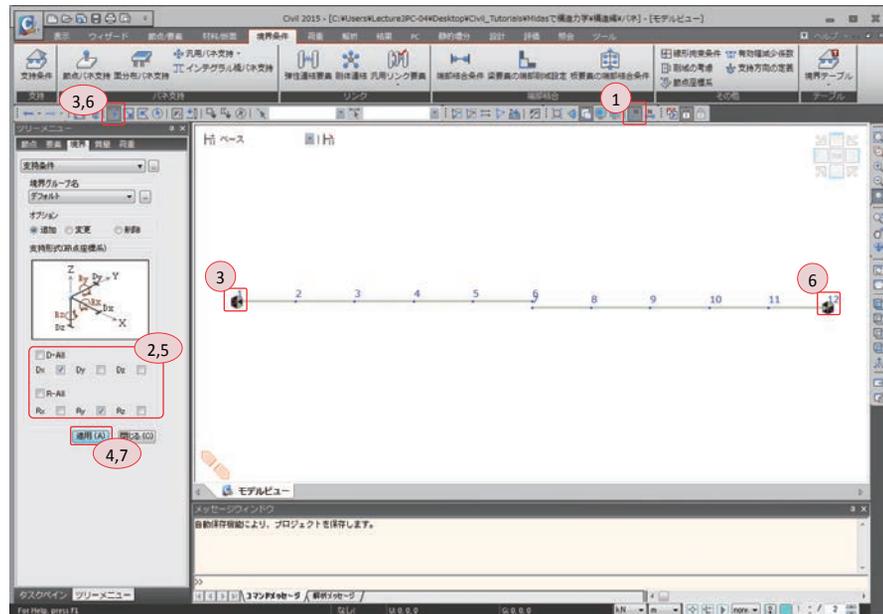
4. **[適用]**をクリック

5. 支持形式 > **Dz** (チェックオフ), **Dx, Ry** (チェックオン)

6. **単一選択**で**節点12**を選択

7. **[適用]**をクリック

▶ 図 8.12
支点条件の入力



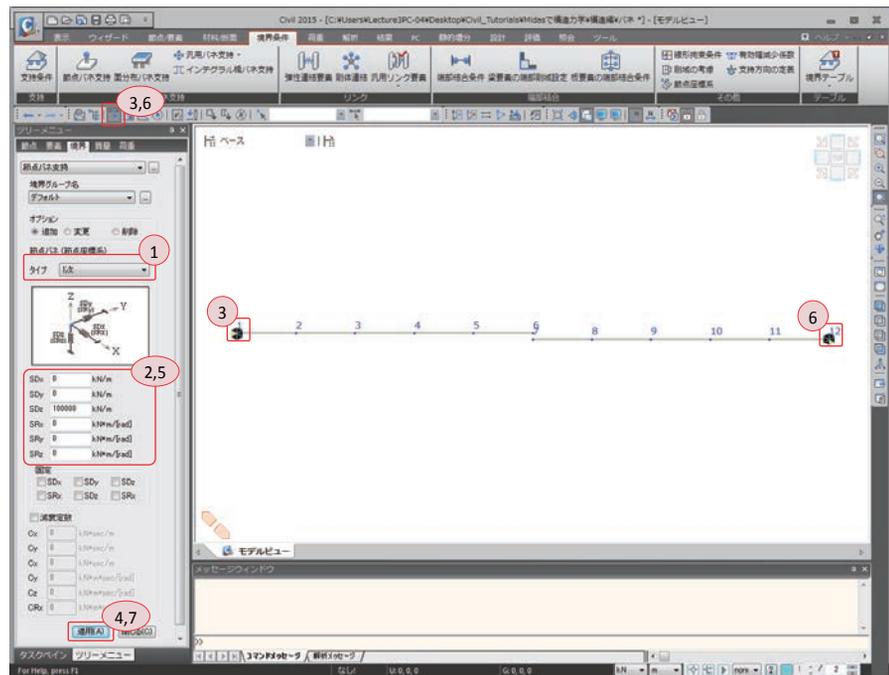
「節点パネ支持」機能を利用し梁に弾性支持条件を入力する。

弾性支持条件は節点の自由度を拘束する支持とは異なり、自由度別の弾性支持の剛性を持つ境界要素（パネ）を入力し、剛性による変形を許容しながら弾性境界要素の部材力を反力として出力する。

メインメニュー [境界条件] > [パネ支持] > **[節点パネ支持]**

1. 節点パネ > タイプ > 「1次」選択
2. > SRy : “1,000,000” 入力
3.  単一選択で節点1 選択
4. [適用] クリック
5. > SDz : “100,000” 入力, 他の項目: “0” 入力
6.  単一選択で節点12 選
7. [適用] クリック

▶ 図 8.13
弾性支持条件の入力



02.6 荷重の入力

02.6.1 荷重条件の 定義

荷重を入力するため荷重条件を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > [静的荷重ケース]

1. 名称 : “**節点荷重**” 入力
2. タイプ > 「**ユーザー定義荷重(USER)**」 選択
3. [追加] クリック
4. [閉じる] クリック

▶ 図 8.14
荷重条件の定義



02.6.2 節点荷重の 入力

節点6に集中荷重100 kNを入力する。

メインメニュー [表示] > [ディスプレイ] > [ディスプレイ]

1. 荷重タブで、荷重値 (チェックオン)

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [構造物荷重/質量] > [節点荷重]

2. 荷重ケース名「節点荷重」選択

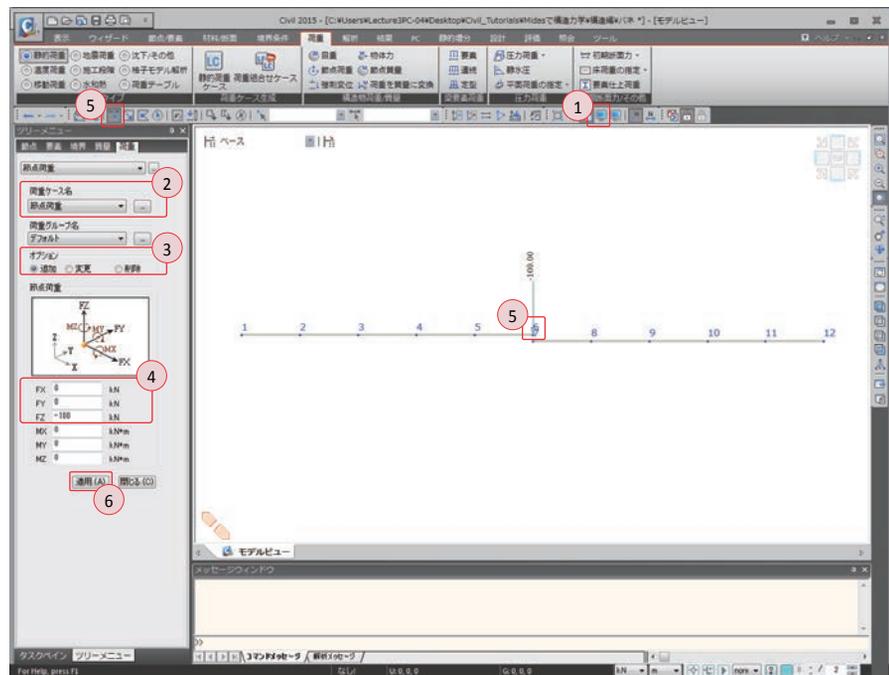
3. オプション「追加」選択

4. 節点荷重「FZ」: “-100”入力

5. 単一選択で節点6を選択

6. [適用]クリック

▶ 図 8.15
節点荷重の入力

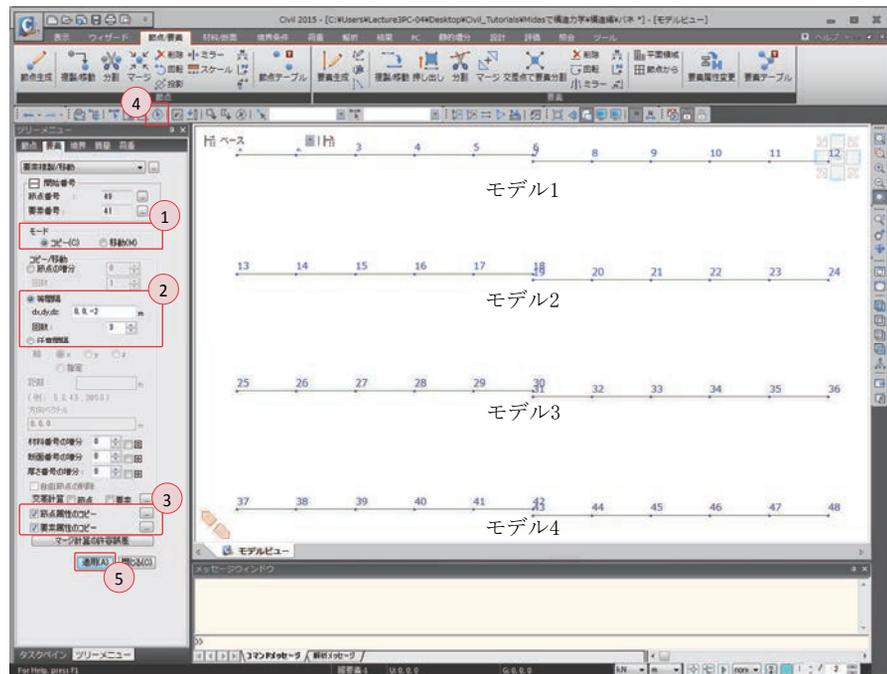


02.6.3 要素の複製 モデル 2~4 をモデル 1 を複製し生成する. この時モデル 1 に入力されている節点荷重及び境界条件を同時に複製する.

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [移動/複製]

1. モード > 「コピー」選択
2. コピー/移動 > 「等間隔」選択 > dx, dy, dz : “0, 0, -2” 入力
回数 : “3” 入力
3. 節点属性のコピー, 要素属性のコピー (チェックオン)
4.  全て選択 クリック
5. [適用] クリック

▶ 図 8.16
要素の複製



モデル 4 は右側の節点を Z 軸方向に 0.1 m 移動し、左側と連続になるようにする。また、節点の移動により同一位置に重複された節点は「重複節点のマージ」機能で削除する。

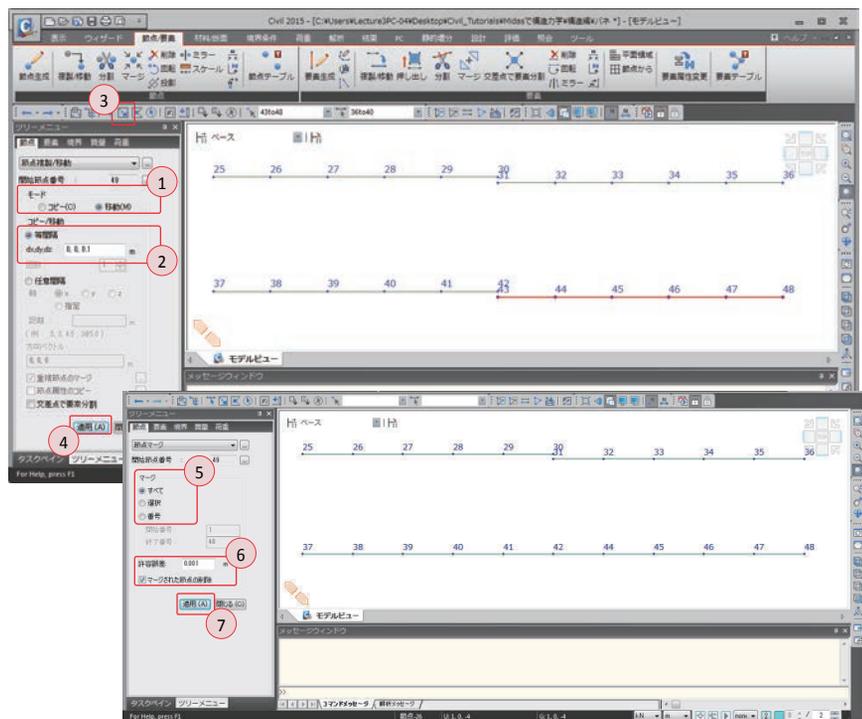
メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [移動/複製]

1. モードで「**移動**」選択
2. コピー/移動で「**等間隔**」選択 > dx, dy, dz : “**0, 0, 0.1**” 入力
3. **ウインドウで選択**で、**節点 43~節点 48** を選択
4. **[適用]** クリック

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > [マージ]

5. マージ > 「**すべて**」選択
6. 許容誤差 : “**0.001**” 入力
マージされた節点の削除 (チェックオン)
7. **[適用]** クリック

▶ 図 8.17
モデル 4 の座標修正



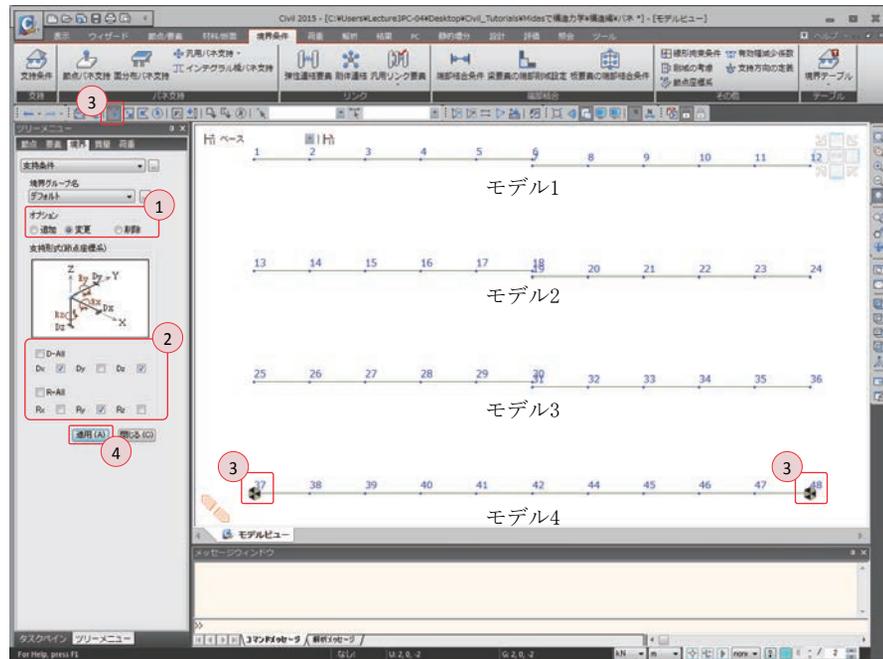
02.6.4 境界条件の
修正

モデル4の両端部の境界条件を固定端に変更する。

メインメニュー [境界条件] > [支持] > [支持条件]

1. オプション > [変更] 選択
2. 支持形式 > Dx, Dz, Ry (チェックオン)
3. 単一選択で節点37, 節点48を選択
4. [適用]クリック

▶ 図8.18
境界条件の修正

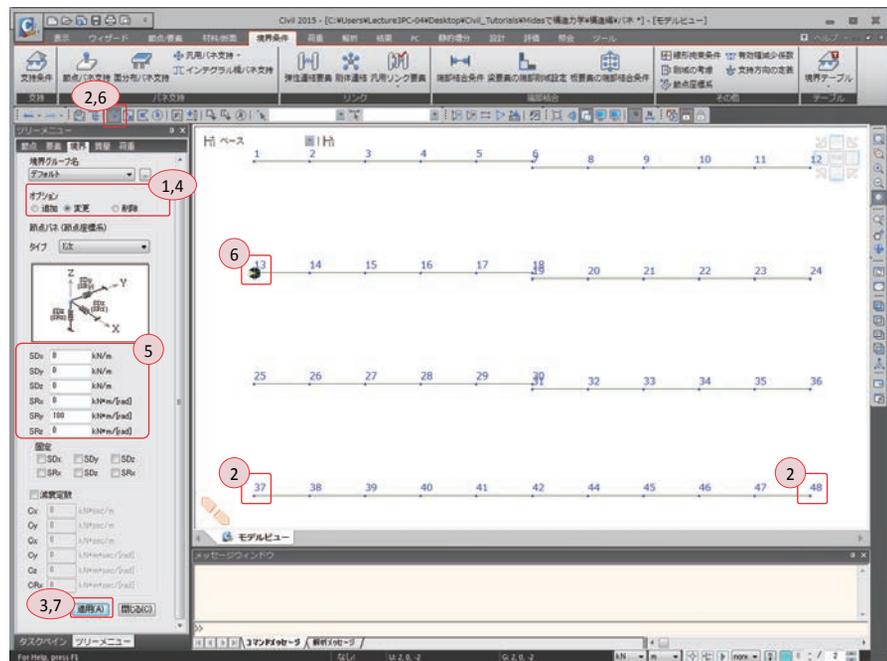


モデル 4 の弾性支持条件を削除し、モデル 2 の弾性支持点に入力されている弾性支持剛性を修正する。

メインメニュー [境界条件] > [バネ支持] > [節点バネ支持]

1. オプション > 「削除」 選択
2.  単一選択で節点 37, 節点 48 選択
3. [適用] クリック
4. オプション > 「変更」 選択
5. SRy : “100” 入力, その他の項目 : “0” 入力
6.  単一選択で節点 13 選択
7. [適用] クリック

▶ 図 8.19
バネ条件の修正



モデル 1, 2, 3 の両側の梁の間に弾性連結要素を入力する。弾性連結要素の剛性は要素座標系を基準にして入力する。

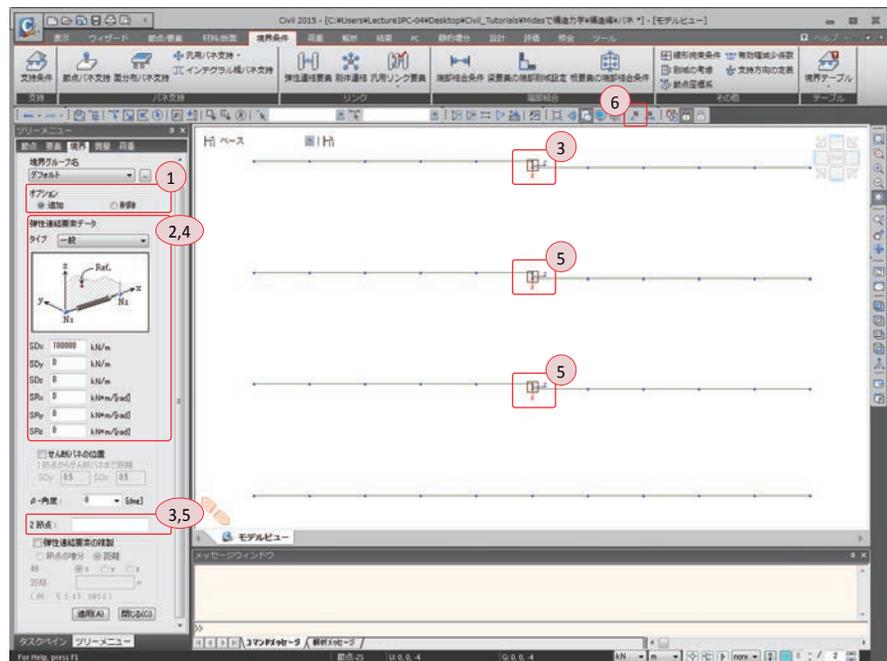
メインメニュー [境界条件] > [リンク] > [弾性連結要素]

1. オプション > 「追加」 選択
2. 弾性連結要素 > 「一般」 選択, SDx: “10” 入力, その他の項目: “0” 入力
3. 2 節点の入力欄をクリックし, モデルビューで節点 6, 7 を順番にクリック
4. 弾性連結要素 > 「一般」 選択, SDx: “100,000” 入力, その他の項目: “0” 入力
5. 2 節点の入力欄をクリックし, モデルビューで節点 18, 19 を順番にクリック, 続いて節点 30, 31 をクリック
6. 節点番号 (トグルオフ)

▶ 図 8.20
弾性連結要素の入力



Tip
タイプの「引張専用」は引張力に、「圧縮専用」は圧縮力にのみ抵抗するパネ要素で、解析過程において反復解析により収斂値を求める。



モデル4の中央に内部ヒンジを入力する。

1. 要素番号 (トグルオン)

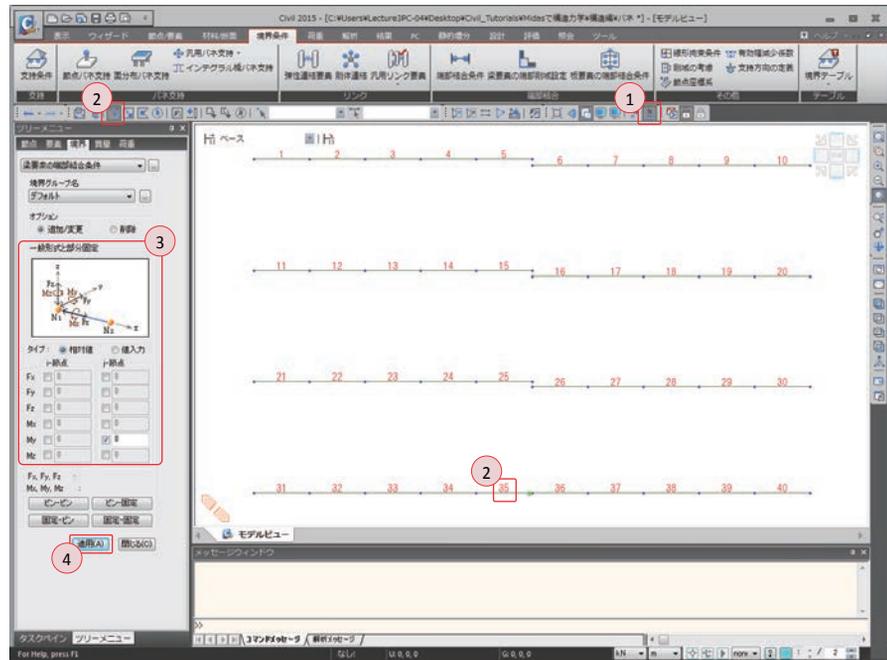
メインメニュー [境界条件] > [端部結合] > [端部結合条件]

2. 単一選択で要素35を選択

3. 一般形式と部分固定 > j-節点 > My (チェックオン), その他は全てチェックオフ

4. [適用]クリック

▶ 図 8.21
内部ヒンジの入力



02.7 構造解析の実行

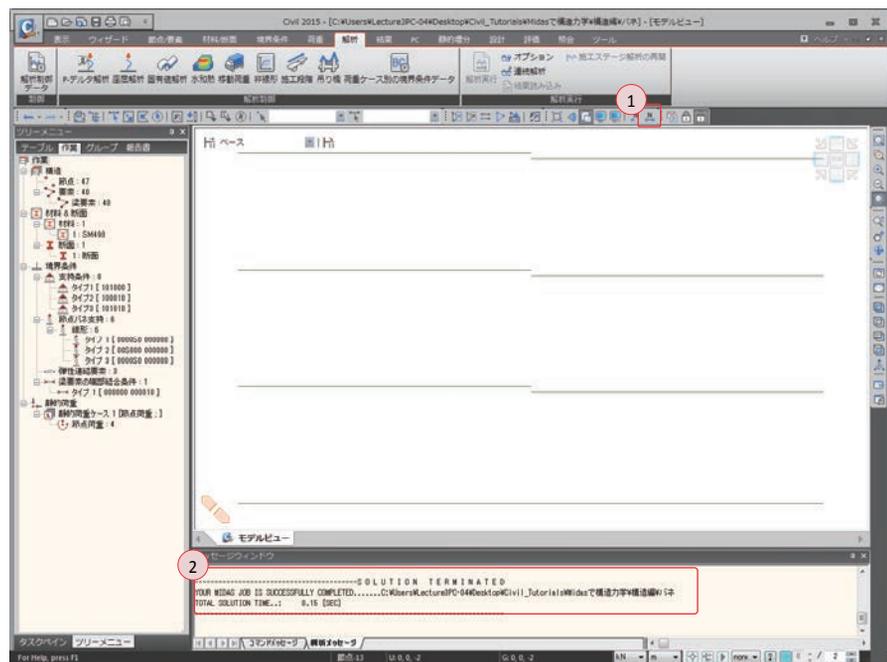
解析モデルの荷重及び境界条件を入力した後、構造解析を実行する。

1. 要素番号 (トグルオフ)

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

2. メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認

▶図 8.22
解析の正常終了メッセージ



メッセージウィンドウで正常終了メッセージが出力されない場合は入力内容を確認してから再び解析を実行する。

02.8 解析結果の確認

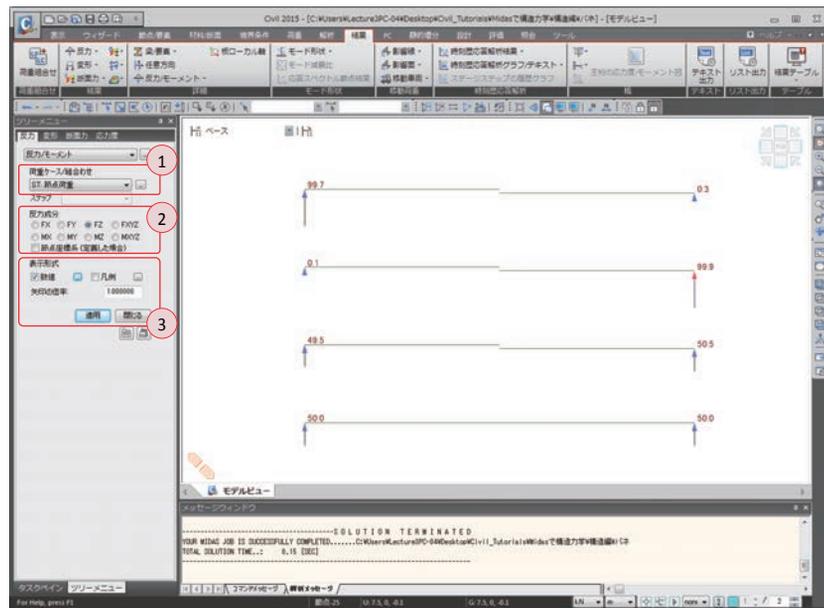
02.8.1 反力

反力を確認し、各モデルの特徴を比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [反力] > [反力/モーメント]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST:節点荷重」選択
2. 反力成分 > 「FZ」選択
3. 表示形式 > 数値 (チェックオン), [適用]クリック

▶図 8.23
節点荷重による反力



モデル 1: 弾性連結要素の剛性が微弱であるため、左と右の梁の連結部分 (節点 6) に
 搭載された荷重を左側の梁が負担することが分かる。

モデル 2: 左側の部材の支点の回転剛性が弱く、連結部分の剛性が大きいいため、集中荷
 重が右側の部材に伝達されていることが分かる。

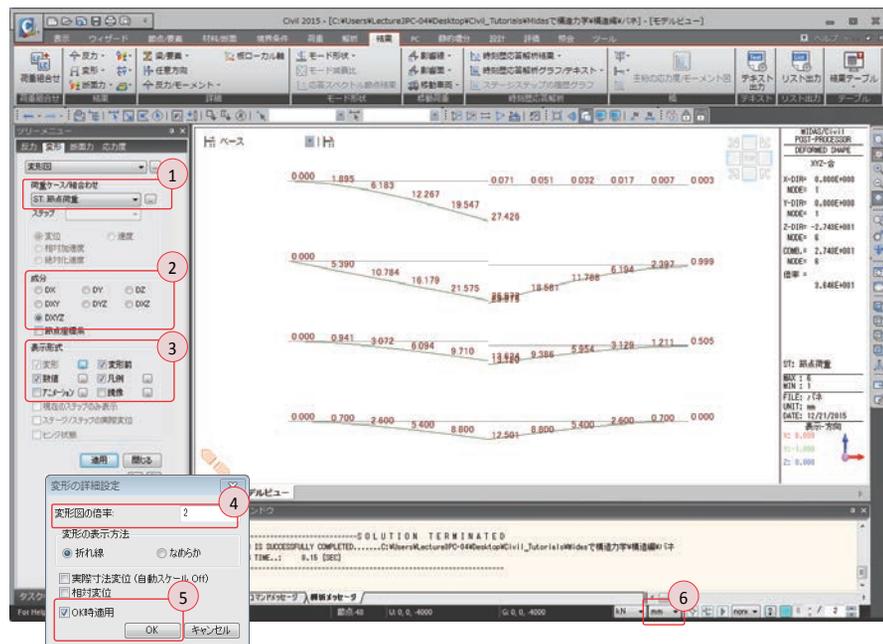
モデル 3: 支点部の剛性と弾性連結要素の剛性が両方とも大きくなる場合、両端が固定
 で内部ヒンジを持つモデル 4 に近い結果になることが分かる。

02.8.2 変位及び変形 各モデルの変形図の結果を比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形] > [変形図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 節点荷重」 選択
2. 成分 > 「DXZ」 選択
3. 表示形式 > 変形前, 凡例, 数値 (チェックオン)
4. 変形の  をクリック, 変形図の倍率: “2” 入力
5. OK時適用 (チェックオン), [OK] クリック
6. ステータスバーで, 長さ単位を「mm」に変更

▶ 図 8.24
節点荷重による変形



モデル1 では左側の部材のたわみが右側の部材に影響を及ぼさないが, モデル2 及びモデル3 ではほとんど同じたわみが発生する。

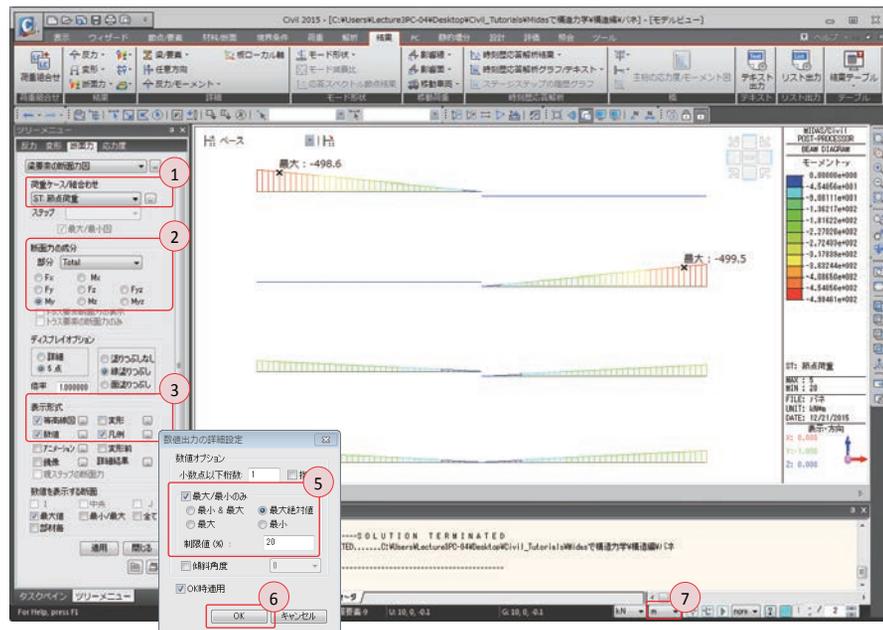
02.8.3 部材力

各モデルの部材力の結果を比較する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST: 節点荷重」 選択
2. 断面力の成分 > 「My」 選択
3. 表示形式 > 等高線図, 数値, 凡例 (チェックオン)
4. 数値の... をクリック
5. 最大/最小のみ, 制限値(%): "20" 入力
6. [OK] クリック
7. ステータスバーで, 長さの単位を「m」に変更

▶ 図 8.25
節点荷重による曲げモーメント



弾性支持点の剛性が増加するにつれ梁の力学的挙動が端部固定の場合に近くなることを確認できる。構造解析において、弾性支持条件や弾性連結要素は支点または要素の剛性を直接調節する場合に適用され、節点と要素ではモデルに適用しにくい構造部材や支点の剛性及び偏心を反映する際に用いられる。

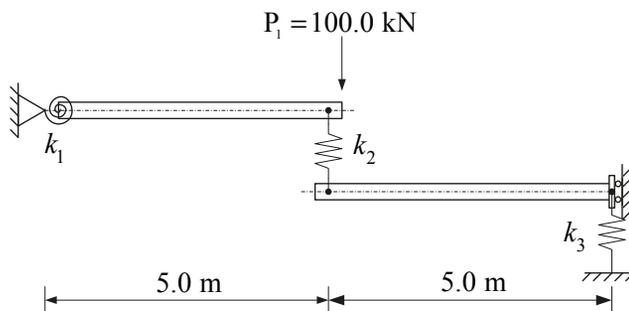
03. 構造計算 の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

図 8.26 に示す構造物は左右側の部材がバネで連結されている構造をしている。中央のバネを除去すると 2 つの静定構造物になる、1 次不静定構造物である。左側の構造物の変形 δ_1 と右側の変形 δ_2 の差がバネの変形量になるため、バネの変形を適合条件とした方程式が追加的に得られる。

左側の構造物は支点において完全固定ではなく、バネ定数 k_1 で回転拘束されている。右側の構造物は支点の回転は拘束されているが、垂直方向の変位はバネ定数 k_3 で垂直方向に拘束されている。

▶図 8.26



荷重 100 kN が作用する場合、左側の部材が受ける力を Q とすると、バネと右側の部材が受ける力は $100-Q$ となる。従って、次のような適合条件を適用することで左側が受ける力 Q が算定できる。

$$\delta_1 = \frac{Q\ell^3}{3EI} + \frac{Q\ell}{k_1}, \quad \delta_2 = \frac{(100-Q)\ell^3}{3EI} + \frac{100-Q}{k_3}$$

$$\delta_1 - \delta_2 = \frac{100-Q}{k_2}$$

$$\left[\frac{Q\ell^3}{3EI} + \frac{Q\ell^2}{k_1} \right] - \left[\frac{(100-Q)\ell^3}{3EI} + \frac{100-Q}{k_3} \right] = \frac{100-Q}{k_2}$$

$$Q = \frac{100 \left(\frac{\ell^3}{3EI} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right)}{\frac{2\ell^3}{3EI} + \frac{\ell^2}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}}$$

<計算結果> (Civilによる結果と一致, 単位: kN, m)

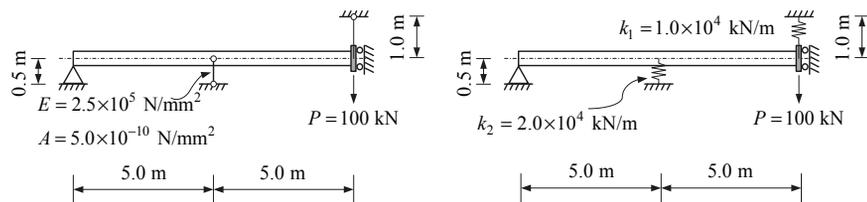
▶表 8.3

モデル	k_1	k_2	k_3	Q	100-Q	δ_1	δ_2
1	1.0×10^{12}	1.0×10^7	1.0×10^{11}	99.7325	0.26750	2.682×10^{-2}	0.7×10^{-4}
2	1.0×10^8	1.0×10^{11}	1.0×10^{11}	0.10535	99.89465	2.636×10^{-2}	0.3×10^{-4}
3	1.0×10^{12}	1.0×10^{11}	1.0×10^{11}	49.53079	50.46921	1.332×10^{-2}	-1.258×10^{-2}

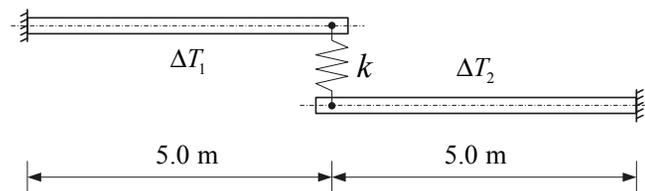
ここで, $E=2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$, $I=8.333 \times 10^{-4} \text{ m}^4$

04. 練習問題

1. 下図のように境界条件が異なる 2 種類の構造における反力とたわみ、部材力を比較しなさい。(材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様)



2. 引張専用のバネ要素と圧縮専用のバネ要素の利用状況がそれぞれ異なる 2 種類の構造物に温度差荷重が作用する場合、各構造物の挙動の違いを比較しなさい。(材料及び断面はチュートリアルで扱ったモデルと同様)



モデル	バネ剛性 (kN・m)		荷重条件1		荷重条件2	
	引張	圧縮	T1	T2	T1	T2
1	10,000	-	-5°	+5°	+5°	-5°
2	-	10,000	-5°	+5°	+5°	-5°
3	10,000	10,000	-5°	+5°	+5°	-5°

9.

強制変位 による 解析

TABLE OF CONTENTS

01	概念の理解	
01.1	強制変位解析の概念	9-1
02	チュートリアル	
02.1	モデルの概要	9-4
02.2	作業環境の設定	9-5
02.3	材料び断面の定義	9-7
02.4	節点及び要素の生成	9-8
02.5	境界条件の入力	9-10
02.6	荷重の入力	9-11
02.7	構造解析の実行	9-14
02.8	解析結果の確認	9-15
03	構造計算の解説	
03.1	力学的概念の理解及び 数値計算	9-21
04	練習問題	9-24

01. 概念の理解

01.1 強制変位による解析の概念

01.1 一般事項

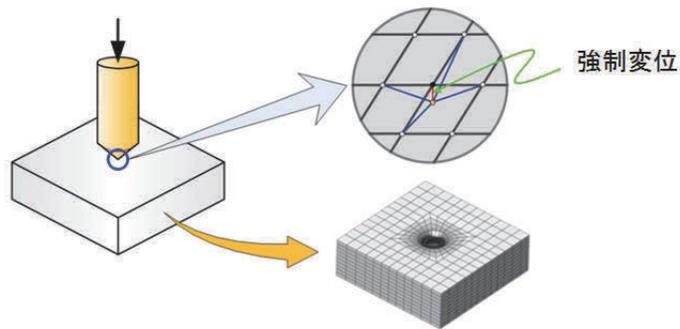
強制変位 (Specified Displacements) は特定の点において、ある自由度方向の変位量を知っている場合、当該変位条件での構造的挙動を分析する際に使用される。

一般的に次のような場合に強制変位による解析が適用される。

- 既存の構造物に変形が発生し、精密な安全診断が要求される場合。
- 特定部位の挙動に対し、詳細モデルを利用した精密分析を行う際に、構造物の全体モデルに対する解析から得られた変位値を詳細モデルの境界条件として用いる場合。
- 既存の構造物に支点沈下が発生し、これを考慮した解析を行う場合。
- 橋梁構造物の支点沈下を考慮した解析を行う場合。

▶図 9.1

強制変位

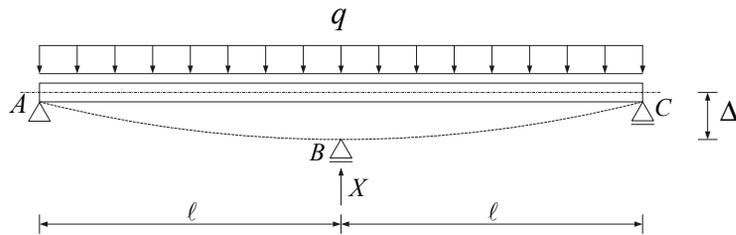


01.2 解析の概念

強制変位とは特定の節点を強制的に移動させることを意味するため、変位荷重を加えることと同じ概念として理解できる。すなわち、荷重を加える代わりに特定の値の変位を発生させ、これに相応する荷重値を算定することである。図 9.2 は 2 スパン連続梁の中央の支点到沈下（強制変位）が発生する場合を示したものである。ここで、荷重と沈下は下向きを正(+)とし、反力は上向きを正(+)とする。

▶ 図 9.2

強制変位を持つ連続梁



$$E = 3 \times 10^7 \text{ kN/m}^2, \quad I = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$q = 10, 0, -10 \text{ kN/m}, \quad l = 4.5 \text{ m}$$

上図により、強制変位 Δ から垂直荷重 q の影響を除くと、反力（集中荷重） X が残るという概念から、次の式が成り立つ。

$$\Delta - \frac{5q(2\ell)^4}{384EI} = \frac{X(2\ell)^3}{48EI}$$

つまり強制変位 Δ の値が与えられれば、支点反力 X が求められることになる。図 9.3 は支点 B の沈下量比に対する反力比をグラフに表したものである。ここで、沈下比は沈下量をスパン長さで除したもので、反力比は支点沈下がない場合に X を反力値で除した値である。

▶ 図 9.3
沈下比-反力比の関係

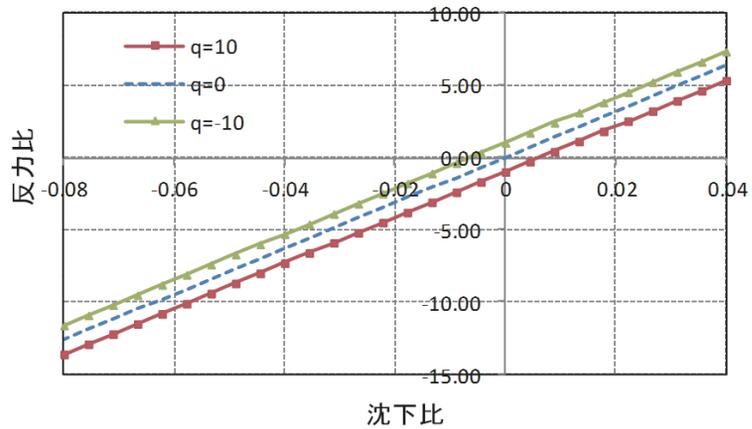


図 9.3 は 3 種類の垂直荷重 q (10 kN/m, 0 kN/m, -10 kN/m) における沈下比-反力比の関係を表したものである。垂直荷重 q が下向き (10 kN/m) である場合に X 値が小さいのは、荷重が下向きの場合 B 点の反力が小さくなることを意味する。また、荷重の方向が上向き (-10 kN/m) の場合に X 値が大きいのは、荷重を相殺しながら沈下を発生させるためである。

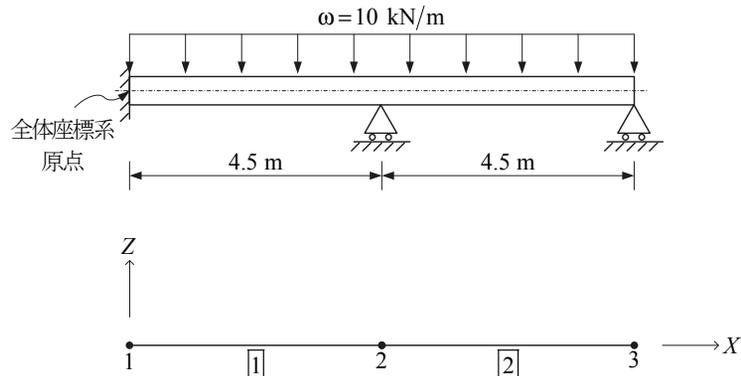
02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

本チュートリアルでは 2 スパン連続梁において、梁要素（要素 1, 2）には等分布荷重が載荷され、2 つの支点（節点 2, 3）には支点沈下が発生する際の支点反力、変形図、部材力を確認する。

特に、構造解析後の結果の分析において、支点沈下が発生する前と後の支点反力や各種の部材力の変化様相を確認する。

▶ 図 9.4
解析モデル



➤ 材料

弾性係数 : 30,000 N/mm²

➤ 断面

断面 2 次モーメント (I_{yy}) : 1.0 × 10⁹ mm⁴

➤ 荷重

1. 等分布荷重 : 10 kN/m

2. 支点 2 に支点沈下 40 mm, 支点 3 に支点沈下 25 mm 発生

02.2 作業環境の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  **新規プロジェクト...**

メインメニュー  >  **保存**

1. ファイル名：“**強制変位**”と入力し[保存]をクリック

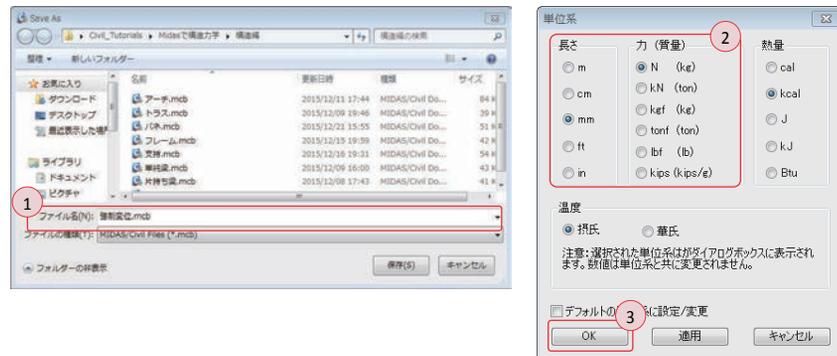
単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

2. 長さ > 「**mm**」、力 > 「**N(kg)**」を選択

3. **[OK]**をクリック

▶ 図 9.5
ファイルの保存
単位系の節点



X-Z 平面の構造物を簡単にモデリングするため、X-Z 平面をユーザー座標系(UCS) x-y 平面に定義する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z 平面」を選択
2. [OK]をクリック

▶ 図 9.6
作業平面の設定



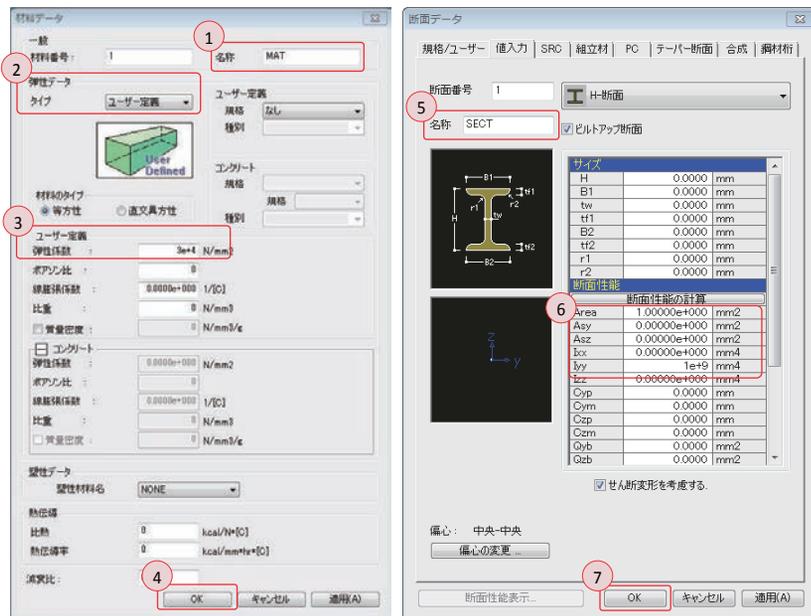
02.3 材料及び断面の定義

構造部材の材料及び断面を定義する。材料及び断面は、ユーザーが直接値を入力する「ユーザー定義」と「値入力」を選択し入力する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]クリック, 名称: “MAT” 選択
2. タイプ > 「ユーザー定義」選択
3. ユーザー定義: 弾性係数 “ $3e+4$ ” 入力
4. [OK]クリック
5. 断面タブで, [追加...]クリック, 値入力タブをクリック, 名称: “SECT” 入力
6. 断面性能 > Area: “1”, Iyy: “ $1e+9$ ” 入力
7. [OK]クリック, [閉じる]クリック

▶ 図 9.7
材料の定義
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

ここからは入力単位系を変更し節点を生成する。

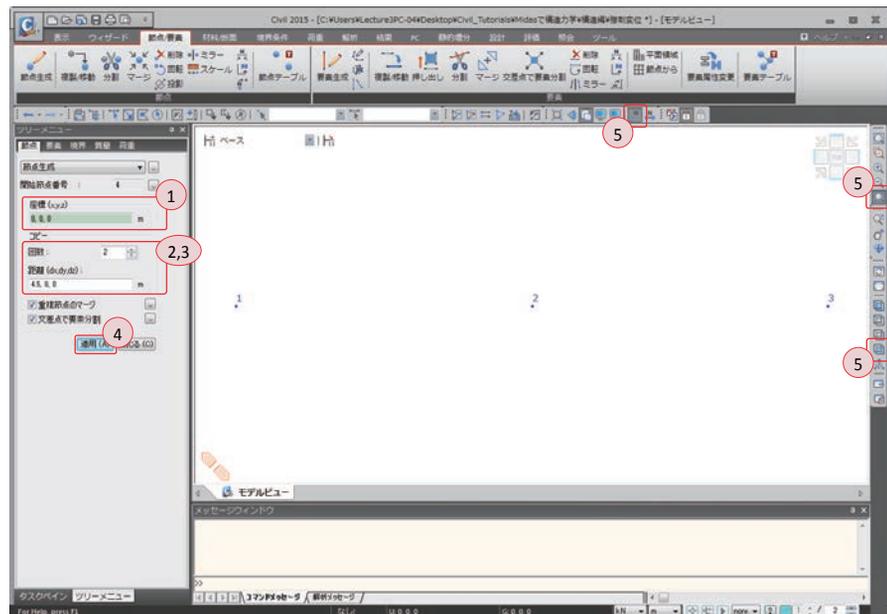
02.4.1 節点の生成

1. ステータスバーで、力：「**kN**」、長さ：「**m**」に変更

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > **[節点生成]**

1. 座標 (x, y, z) : “**0, 0, 0**” 入力
2. コピー → 回数 : “**2**” 入力
3. 距離 (dx, dy, dz) : “**4.5, 0, 0**” 入力
4. **[適用]** クリック
5. 節点番号, 自動フィット, 正面 (トグルオン)

▶ 図 9.8
節点の生成



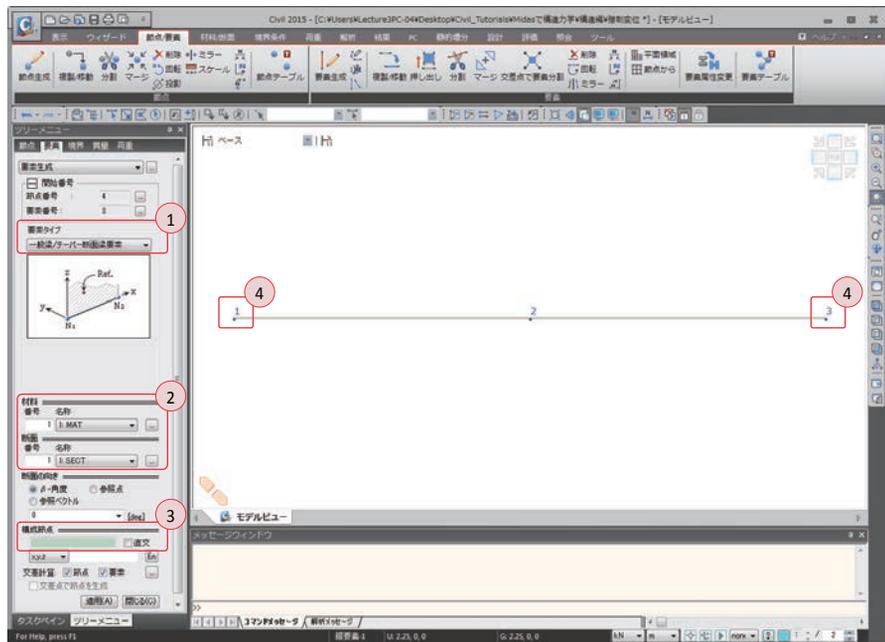
02.4.2 要素の生成

節点を連結し、梁要素を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > **[要素生成]**

1. 要素タイプ > 「**一般梁/テーパ断面梁要素**」選択
2. 材料 > 「**1:MAT**」選択, 断面 > 「**1:SECT**」選択
3. **構成節点**の入力ボックスをクリックした後,
4. モデルビューで**節点1**と**節点3**を順番にクリック

▶ 図 9.9
梁要素の生成



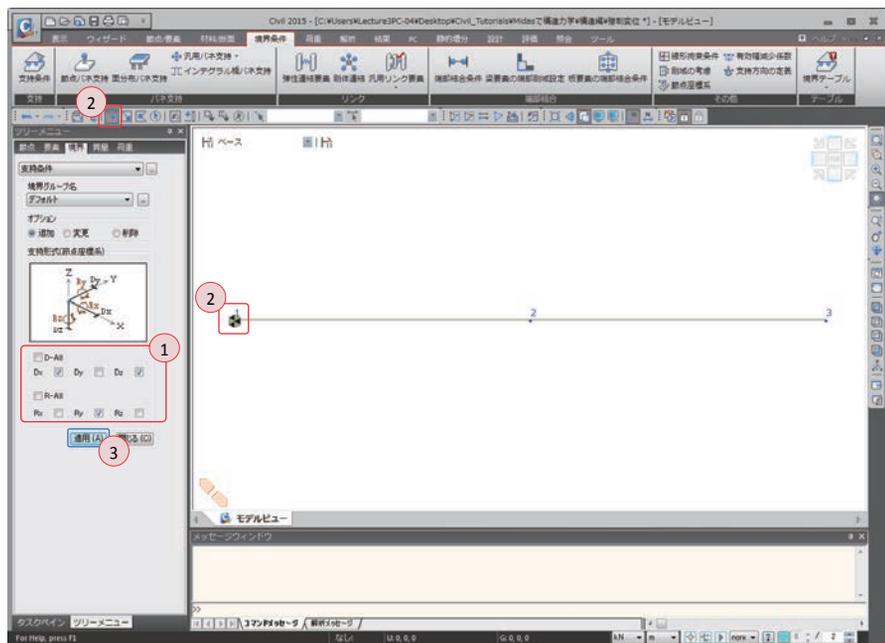
02.5 境界条件の入力

構造物の各支点に境界条件を入力する。節点 1 は固定端 (D_x, D_z, R_y 固定), 節点 2 と節点 3 はローラー (D_z 固定) である。しかし, 節点 2 と節点 3 では支点沈下を考慮するための強制変位を入力する際に D_z が自動的に拘束されるため, ここでは節点 1 での境界条件のみを入力する。

メインメニュー [境界条件] > [支持] > **[支持条件]**

1. 支持形式 > D_x, D_z, R_y (チェックオン)
2.  単一選択で節点 1 を選択
3. **[適用]** クリック

▶ 図 9.10
支点条件の入力



02.6 荷重の入力

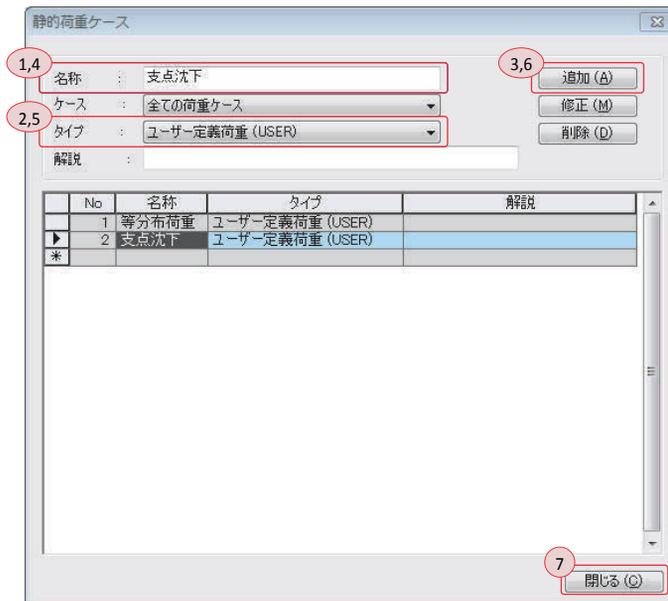
02.6.1 荷重条件の定義

等分布荷重と支点沈下による強制変位を入力するため、まず荷重条件を定義する。

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [荷重ケースの生成] > **[静的荷重ケース]**

1. 名称 : “等分布荷重” 入力
2. タイプ > 「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択
3. [追加] クリック
4. 名称 : “支点沈下” 入力
5. タイプ > 「ユーザー定義荷重 (USER)」 選択
6. [追加] クリック
7. [閉じる] クリック

▶ 図 9.11
荷重条件の定義



02.6.2 等分布荷重の 入力

梁要素に重力方向の等分布荷重 10 kN/m を載荷する。

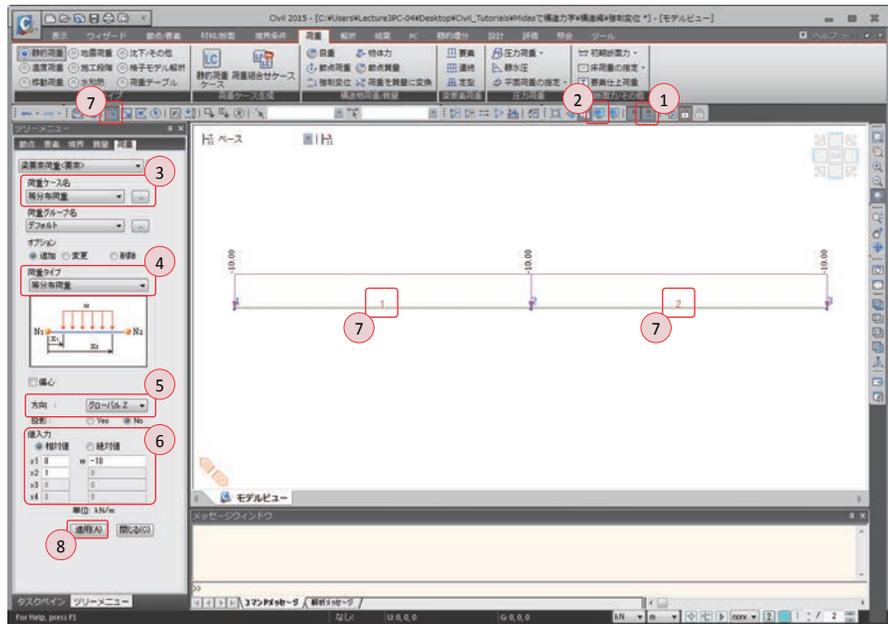
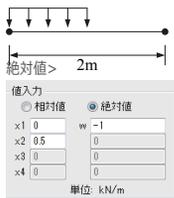
1. 要素番号 (トグルオン)
2. ディスプレイ > 荷重タブで, 荷重値 (チェックオン), [OK] クリック

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [梁要素荷重] > [要素]

3. 荷重ケース名 > 「等分布荷重」 選択
4. 荷重タイプ > 「等分布荷重」 選択
5. 方向 > 「グローバルZ」 選択
6. 値入力 > 「相対値」 選択 > x1: “0”, w: “-10”, x2: “1” 入力
7. 単一選択で要素1と要素2を選択
8. [適用] クリック

▶ 図 9.12
等分布荷重の入力

Tip
相対値と絶対値の違い



02.6.3 支点沈下の入力

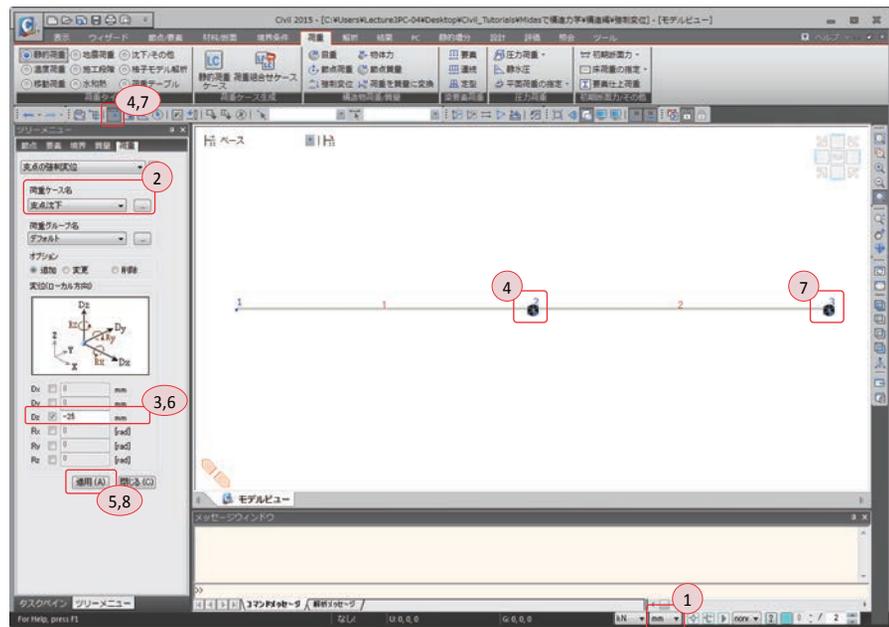
「強制変位」機能で支点沈下量を入力する。節点に特定の変位を強制的に与える強制変位機能によりモデルに支点沈下が適用できる。

1. ステータスバーで、長さ：「mm」に変更

メインメニュー [荷重/静的荷重] > [構造物荷重/質量] > [強制変位]

2. 荷重ケース名 > 「支点沈下」選択
3. 変位 (ローカル方向) > Dz (チェックオン) : “-40” 入力
4.  単一選択で節点2 選択
5. [適用] クリック
6. 変位 (ローカル方向) > Dz : “-25” 入力
7.  単一選択で節点3 選択
8. [適用] クリック

▶ 図 9.13
強制変位の入力



02.7 構造解析の実行

解析モデルの部材の生成と荷重及び境界条件の入力が終わったら構造解析を実行する。

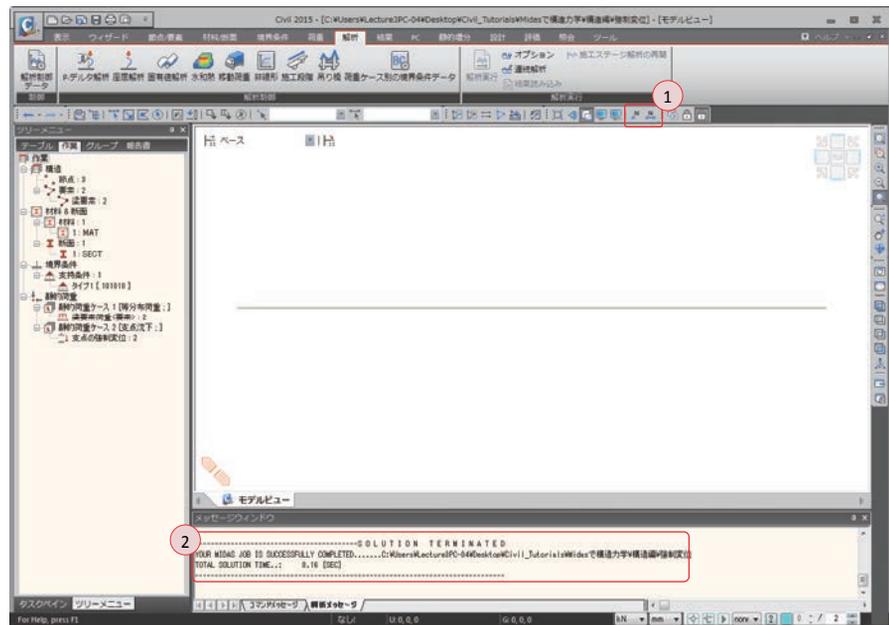
1. 節点番号, 要素番号 (トグルオフ)

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

2. メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認

▶ 9.14

解析の正常終了のメッセージ



メッセージウィンドウに正常終了のメッセージが出力されずに、エラーや警告のメッセージが出力される場合には内容を確認した後、入力したデータに誤りがないか検討及び修正も一度解析を実行する。

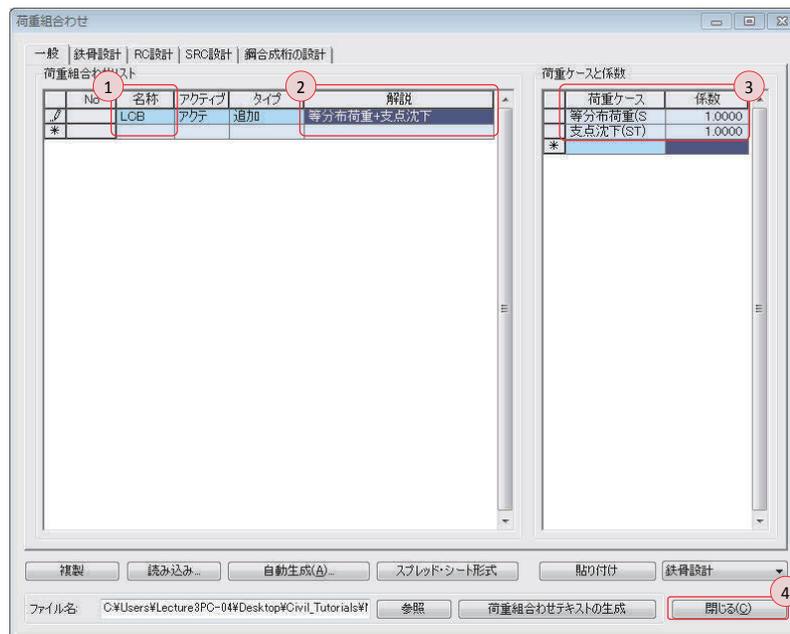
02.8 解析結果の確認

- 02.8.1 荷重組合せ 入力された単位荷重条件を利用し荷重組合せを生成する。
荷重組合せ：1.0 等分布荷重 + 1.0 支点沈下

メインメニュー [結果] > [荷重組合せ] > **[荷重組合せ]**

1. 荷重組合せリスト > 名称：“LCB” 入力
2. 解説：“等分布荷重+支点沈下” 入力
3. 荷重ケースと係数 > 荷重ケース > 「等分布荷重」選択, 係数：“1.0” 入力
「支点沈下」選択, 係数：“1.0” 入力
4. [閉じる]クリック

▶ 図 9.15
荷重組合せ

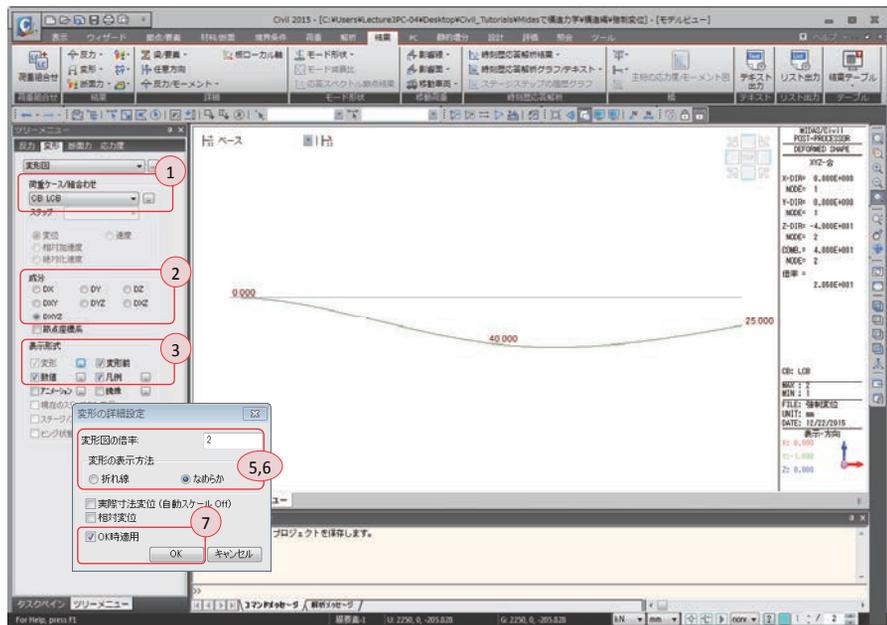


02.8.2 変位及び変形 構造物の変形図を確認する。

メインメニュー [結果] > [結果] > [変形▼] > [変形図]

1. 荷重ケース/組み合わせ > 「CB : LCB」 選択
2. 成分 > 「DXZ」 選択
3. 表示形式 > 変形前, 凡例, 数値 (チェックオン)
4. 変形の をクリック
5. 変形図の倍率: 「2」 入力
6. 変形の表示方法 > 「なめらか」 選択
7. OK時適用 (チェックオン), [OK]クリック

▶ 図 9.16
強制変位による変形



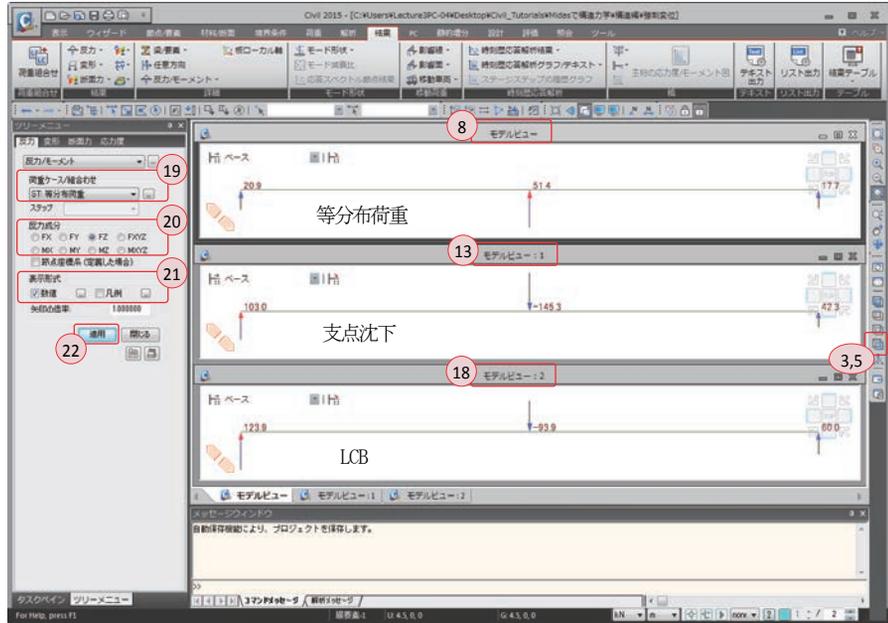
強制変位が与えられた節点2と節点3でそれぞれ40mmと25mmの変位が確認できる。

02.8.3 反力

支点沈下が発生する前（等分布荷重，支点沈下）と後（LCB）の反力の変化を確認する。

1. ステータスバー > 長さ単位：「m」に変更
 2. メインメニュー [表示] > [ウィンドウ] > **[新規ウィンドウ]** ↓
 3. **正面** (トグルオン)
 4. メインメニュー [表示] > [ウィンドウ] > **[新規ウィンドウ]** ↓
 5. **正面** (トグルオン)
 6. メインメニュー [表示] > [ウィンドウ表示] > **[水平に並べて表示]** ↓
 7. 上から順番に「モデルビュー」, 「モデルビュー:1」, 「モデルビュー:」2になるようにウィンドウをドラッグして移動
-
8. **モデルビュー**クリック
メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > **[反力/モーメント]**
 9. 荷重ケース/組み合わせ > 「**ST : 等分布荷重**」選択
 10. 反力成分 > 「**FZ**」選択
 11. 表示形式 > **数値** (チェックオン)
 12. **[適用]**クリック
-
13. **モデルビュー:1** クリック
メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > **[反力/モーメント]**
 14. 荷重ケース/組み合わせ > 「**ST : 支点沈下**」選択
 15. 反力成分 > 「**FZ**」選択
 16. 表示形式 > **数値** (チェックオン)
 17. **[適用]**クリック
-
18. **モデルビュー:2** クリック
メインメニュー [結果] > [結果] > [反力▼] > **[反力/モーメント]**
 19. 荷重ケース/組み合わせ > 「**CB : LCB**」選択
 20. 反力成分 > 「**FZ**」選択
 21. 表示形式 > **数値** (チェックオン)
 22. **[適用]**クリック

▶ 図 9.17
各荷重条件の反力の比較



等分布荷重条件による結果をみると、連続端（節点 2）で分担荷重より大きい反力が発生している。支点沈下の荷重条件では、沈下量が最も大きい節点 2 で負の反力が発生し、荷重組み合わせ（LCB）による結果では、それぞれの荷重条件により発生した反力の合計が出力されることが確認できる。

02.8.4 部材力

各荷重条件によるモーメントを比較する。

1. モデルビューをクリック

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

2. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 等分布荷重」選択

3. 断面力成分 > 「My」選択

4. 表示形式 > 等高線図, 数値 (チェックオン)

5. 数値を表示する断面 > 「全て」選択

6. [適用]をクリック

7. モデルビュー:1 クリック

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

8. 荷重ケース/組み合わせ > 「ST : 支点沈下」選択

9. 断面力成分 > 「My」選択

10. 表示形式 > 等高線図, 数値 (チェックオン)

11. 数値を表示する断面 > 「全て」選択

12. [適用]をクリック

13. モデルビュー:2 クリック

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力▼] > [梁要素の断面力図]

14. 荷重ケース/組み合わせ > 「CB : LCB」選択

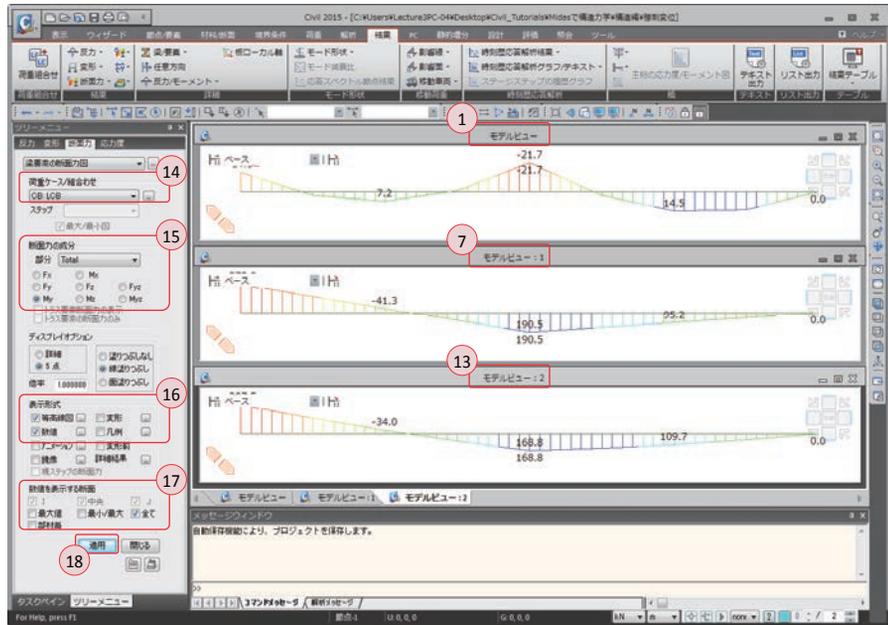
15. 断面力成分 > 「My」選択

16. 表示形式 > 等高線図, 数値 (チェックオン)

17. 数値を表示する断面 > 「全て」選択

18. [適用]をクリック

▶ 図 9.18
各荷重条件によるモーメントの比較



強制変位による解析はこのように支点に発生した沈下の影響を分析する場合に適用できる。また、構造物の特定部分の挙動や応力を把握するための局部詳細解析を行う場合、全体構造物のモデルの荷重や変形を詳細モデルに反映させる場合にも適用できる。



03. 構造計算 の解説

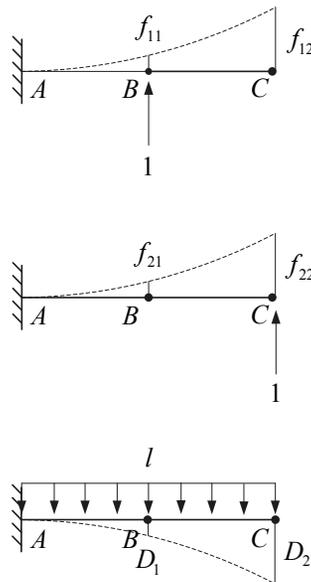
03.1 力学的概念の理解及び数値計算

支点沈下が発生した場合は、たわみ性法や変形法を適用し、次のような式として表せる。

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{FX} + \mathbf{D} = \Delta \\
 & \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} \quad \text{または,} \quad \begin{cases} f_{11}X_1 + f_{12}X_2 + D_1 = \Delta_1 \\ f_{21}X_1 + f_{22}X_2 + D_2 = \Delta_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

図9.19で f_{11} と f_{12} はB点に単位荷重が作用する際のB点とC点での変位で、 f_{21} と f_{22} はC点に単位荷重が作用する際のB点とC点での変位である。また、 D_1 と D_2 はB点とC点での支持条件が消除された状態で荷重が作用する場合のB点とC点での変位である。

▶ 図 9.19



$$f_{11} = \frac{\ell^3}{3EI} = 1.013 \text{ mm}, \quad f_{12} = f_{21} = \frac{5\ell^3}{3EI} = 2.531 \text{ mm}, \quad f_{22} = \frac{8\ell^3}{3EI} = 8.100 \text{ mm}$$

$$D_1 = -\frac{17\ell^4}{24EI} = -96.820 \text{ mm}, \quad D_2 = -\frac{2\ell^4}{EI} = -273.375 \text{ mm},$$

以上の結果を利用し、荷重と支点沈下が同時に発生する場合には次のような式として表せる。

$$\begin{bmatrix} 1.013 & 2.531 \\ 2.531 & 8.100 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -96.820 \\ -273.375 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -40 \\ -25 \end{Bmatrix}$$

左側の最初の項は未知数である支点反力(\mathbf{X})が作用する際、支点の位置での上向きの変位を意味し、次の項は実際の荷重により発生する際、支点の位置での下向きの変位(\mathbf{D})を意味する。従って、左項は荷重による変位(\mathbf{D})と反力による変位(\mathbf{FX})の合計を意味するため、支点沈下がないと右項はゼロになる。しかし、支点沈下発生すると右項は支点で実際発生した変位($\mathbf{\Delta}$)になる。すなわち、ここで与えられた条件に対する解答は次のようになり、解析結果と一致する結果が得られることが分かる。

1) 荷重のみ作用し、支点沈下はない場合

$$\begin{bmatrix} 1.013 & 2.531 \\ 2.531 & 8.100 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -96.820 \\ -273.375 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$X_1 = 51.429 \text{ kN}$$

$$X_2 = 17.679 \text{ kN}$$

2) 支点沈下のみ発生し、荷重はない場合.

$$\begin{bmatrix} 1.013 & 2.531 \\ 2.531 & 8.100 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -40 \\ -25 \end{Bmatrix}$$

$$X_1 = -145.326 \text{ kN}$$

$$X_2 = 42.428 \text{ kN}$$

3) 荷重と支点沈下が同時に発生する場合

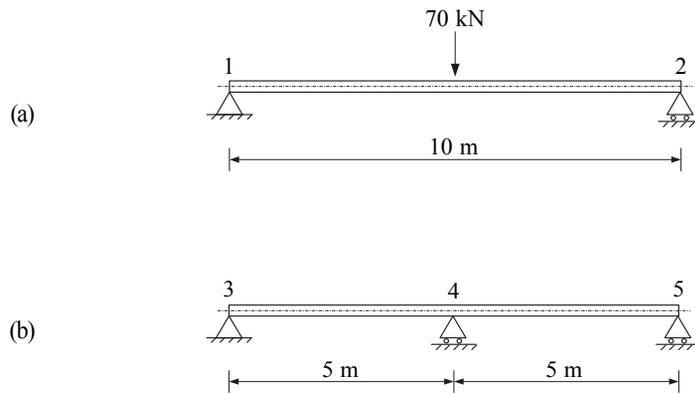
$$X_1 = 51.429 - 145.326 = -93.898 \text{ kN}$$

$$X_2 = 17.679 + 42.428 = 60.007 \text{ kN}$$

以上の計算結果により、Civil の解析結果と一致する結果が得られることが確認できた。
(計算はエクセルにより行い、小数点以下4桁で四捨五入した値である。)

04. 練習問題

1. 次の梁モデルにおける曲げモーメントを比較しなさい。



➤ **材料**

鋼材：SM490 (弾性係数 $E = 2.00 \times 10^8$ kN/m²)

➤ **断面**

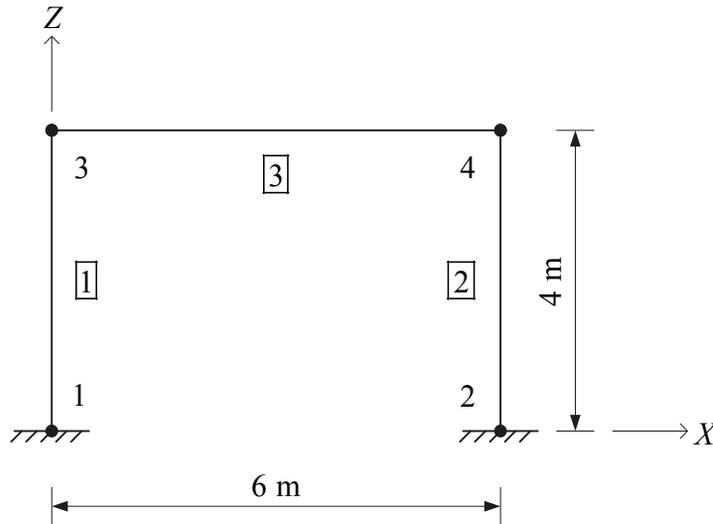
$B \times H$: 400 mm \times 600 mm (Area = 2.4×10^{-1} m², $I_{yy} = 7.2 \times 10^{-3}$ m⁴)

➤ **荷重**

(a) モデル 1 : 梁の中央に重力方向の荷重 70 kN

(b) モデル 2 : 節点 4 で支点沈下 10 mm 発生

2. 下図のような骨組みにおいて、右柱の下端で沈下が発生した場合のせん断力及び曲げモーメントを求めなさい。



➤ **材料**

鋼材：SM490 (弾性係数 $E = 2.00 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$)

➤ **断面**

H形鋼：400×400×13×21 mm (Area= $2.187 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, $I_{yy} = 6.66 \times 10^{-4} \text{ m}^4$)

➤ **荷重**

右柱の下端（節点2）で10mmの支点沈下発生

10.

移動荷重の 解析

TABLE OF CONTENTS

01	概念の理解	
01.1	移動荷重解析の概念	10-1
02	チュートリアル	
02.1	モデルの概要	10-6
02.2	作業環境の設定	10-7
02.3	材料及び断面の定義	10-9
02.4	節点及び要素の生成	10-10
02.5	境界条件の入力	10-12
02.6	荷重の入力	10-13
02.7	構造解析の実行	10-18
02.8	解析結果の確認	10-19
03	構造計算の解説	
03.1	力学的概念の理解及び 数値計算	10-23
04	練習問題	10-24

01. 概念の理解

01.1 移動荷重解析の概念

01.1.1 一般事項

Civil による移動荷重の解析は活荷重や車両の移動荷重 (static vehicle moving load) 条件を反映する際に使用できる。また、結果としては次のような解析結果が得られる。

- 移動荷重によるたわみ、耐力、反力などに対する影響線 (influence line) 及び影響面 (influence surface) の算出
- 算出された影響線と影響面を利用し、与えられた車両の移動荷重条件に対する最大・最小節点変位、耐力、支点反力の算出

移動荷重解析は活荷重や車両荷重が移動する際に発生する荷重に対する解析で、移動の経路全体に対する解析を行い、最大・最小値を計算する。この時、影響線または影響面を利用すると繰り返し解析を行うことなく部材力が最も大きく発生する位置を探することができるため便利である。

車両荷重の場合、載荷する車両荷重の車線や車線面などを定義した上で、車線や車線面に単位荷重を載荷し計算する。

ここで影響線とは、構造物に沿って単位荷重を載荷して静的解析を行い、各成分の解析結果を構造物の線上に表したものである。影響面とは、構造物の面内に位置する板要素の節点に単位荷重を載荷して解析を行った結果を荷重の作用点に表したものである。

影響線や影響面を用いた移動荷重の解析過程は次のようにまとめられる。

ステップ 1 : 車両荷重, 車両荷重の載荷方法, 車線または車線面の定義

ステップ 2 : 単位荷重条件を設定し, 各単位荷重に対する静的解析を行うことで各成分の影響線や影響面を計算

ステップ 3 : 移動荷重の載荷方法により影響線または影響面を用い荷重の移動による解析結果を算出

このような手順により得られる解析結果は, ひとつの移動荷重条件に対し最大と最小の 2 つの結果を持つようになり, また, 他の荷重条件との組み合わせも可能である. 移動荷重条件は最大と最小の 2 つの解析結果を持つため, 荷重組み合わせの結果も当然最大と最小の 2 つの解析結果を持つようになる. 解析結果としては, 節点変位, 支点反力, トラス・梁・板要素の部材耐力などが出力される.

移動荷重の解析で使用する影響線または影響面の単位荷重は全体座標系の Z 方向に作用する. また, 移動荷重の解析条件は制限なく使用可能である.

Müller-Breslau の原理によると, 影響線は構造物での反力あるいは断面力を除去し, その代わりそれに相応する単位変形を与えた場合における構造物の変形形状であるとされている. そして, 構造物の反力あるいは断面力などは影響線の形状から確認できる.

図 10.1 は単純梁及び 2 スパン連続梁に対する影響線を表したものである.

▶ 図 10.1
影響線

(左)

単純梁の影響線

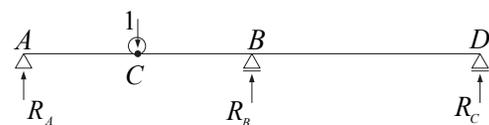
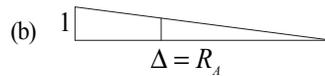
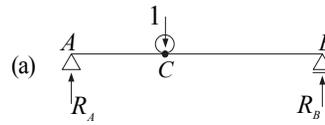
(a) 移動荷重の解析モデル

(b) 反力(R_A)の影響線

(c) 反力(R_B)の影響線

(d) せん断力(V_C)の影響線

(e) 曲げモーメント(M_C)の影響線



(右)

2スパン連続梁の影響線

(a) 移動荷重の解析モデル

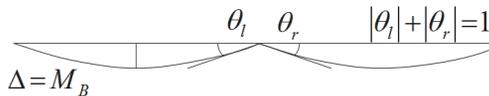
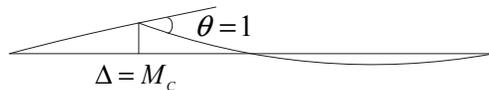
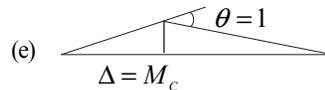
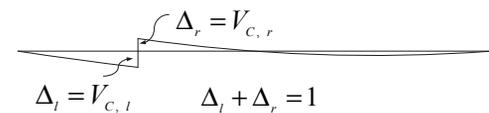
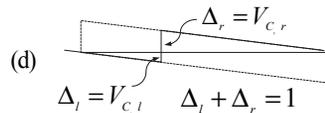
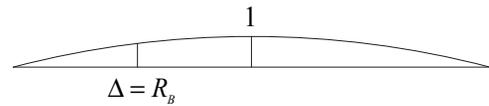
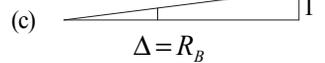
(b) 反力(R_A)の影響線

(c) 反力(R_B)の影響線

(d) せん断力(V_C)の影響線

(e) 曲げモーメント(M_C)の影響線

(f) 曲げモーメント(M_B)の影響線



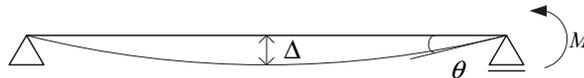
単純梁の場合は A 点と B 点の反力, 任意の位置でのせん断力とモーメントに対する影響線を表している. 連続梁では A 点, B 点, そして D 点の反力とともに, B 点と C 点のせん断力とモーメントに対する影響線を表している. 静定構造物である単純梁の影響線は直線であるが, 不静定構造物である連続梁の影響線は曲線であることが確認できる. 影響

線において荷重の作用点の位置に Δ と記した値を算定すると、その値が当該位置に荷重が作用する際の反力または断面力の値となる。

影響線を用いた移動荷重による断面力の算定方法を説明するため、2 スパン連続梁の中央のモーメント M_B (図 10.1(f 右)を計算してみよう。モーメントに対する影響線であるため B 点にヒンジを挿入しモーメントを解除した後、その位置に単位回転角が発生するようモーメントを加えると、この時の変形形状が影響線となる。この時、AB スパンの中央での Δ の値が、その位置に移動荷重が載荷される際の M_B の値となる。また、B 点を中心に対称であるため、単純梁である片方にモーメント M を加えた場合の構造物を対象に Δ が求められる。B 点の回転角は図 10.2 のようになるため、B 点で回転角 1 が発生するようにするためには B 点の左右に次のようなモーメントを加えなければならない。

▶図 10.2

B 点の回転角及びモーメント



$$\theta = \frac{M\ell}{3EI} \quad \Delta = \frac{M\ell^2}{16EI}$$

$$\frac{M\ell}{3EI} \times 2 = 1 \quad \text{または} \quad M = \frac{3EI}{2\ell}$$

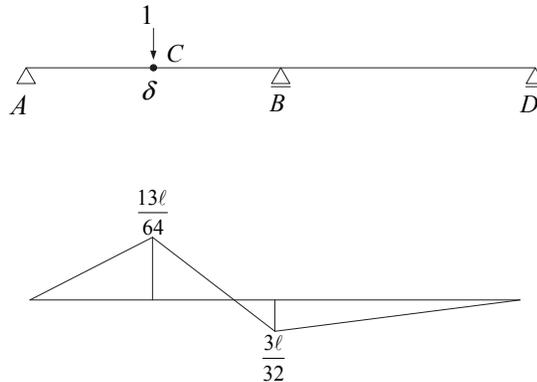
▶式 10.1

上のようなモーメントが作用する際に発生する変形形状が影響線であるため、図 10.2 で示す中央のたわみは次のように算定できる

$$\Delta = M_B = \frac{M\ell^2}{16EI} = \frac{3EI}{2\ell} \times \frac{\ell^2}{16EI} = \frac{3\ell}{32}$$

2 スパン連続梁で C 点で単位荷重が作用する場合のモーメント図は図 10.3 のようになるため、AB スパンの中央に単位荷重が作用する際の影響線の値が B 点の負モーメントと同じであることが分かる。

▶図 10.3
2スパン連続梁のモーメント図



影響線の問題は仮想仕事の原理から説明できる。図 10.1 (b 左) は単純梁に集中荷重が作用する際の A 点の反力 R_A に関する影響線である。ここで仮想仕事の原理を適用すると、図 10.1 (a 左) での力 R_A と 1 が図 10.1 (b 左) で働いた仕事は次のようになる。

▶式 10.2

$$W_E = R_A \times 1 - 1 \times \Delta = 0$$

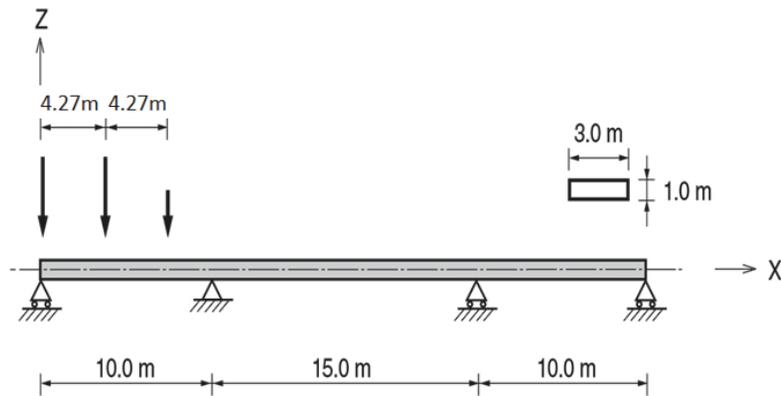
この式で、外力が働いた仕事 W_E はゼロとなる。これは、梁に変形が発生しなかったため内力が働いた仕事 W_I がゼロとなるためである。従って、反力 R_A の大きさが変形 Δ の値になる。

02. チュートリアル

02.1 モデルの概要

3 スパン連続梁に移動荷重（標準トラック荷重）を載荷する際の、影響線を用いた部材位置ごとの最大断面力を算定し、最大断面力を発生させる移動荷重の位置を確認する。

▶図 10.4
解析モデル



➤ **材料**

コンクリート 27 MPa (弾性係数 $E = 2.6500 \times 10^7$ kN/m²)

➤ **断面**

形状：長方形 $B \times H = 3.0 \text{ m} \times 1.0 \text{ m}$

➤ **荷重**

1. 標準トラック荷重：AASHTO 規準荷重 HS-25
2. 支点沈下：10 mm

02.2 作業環境の設定

構造解析のモデリングを開始するため、新しいプロジェクトを開きファイルを保存する。

メインメニュー  >  **新規プロジェクト...**

メインメニュー  >  **保存**

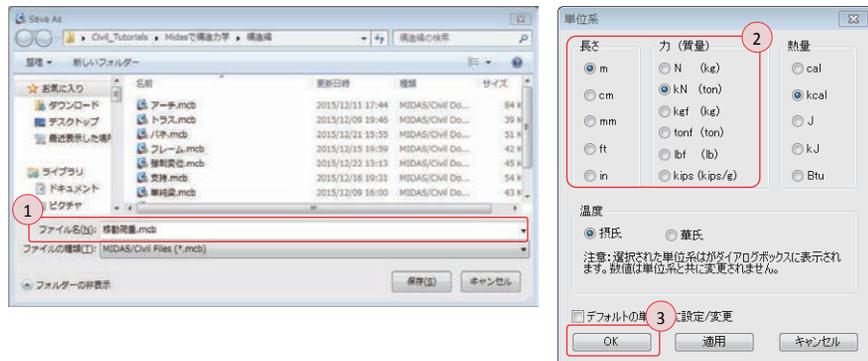
1. ファイル名：“**移動荷重**”と入力し，**[保存]**をクリック

モデリングで使用する単位系を設定する。

メインメニュー [ツール] > [セッティング] > **[単位系]**

2. 長さ > 「**m**」，力 > 「**kN(ton)**」を選択
3. **[OK]**をクリック

▶ 図 10.5
ファイルの保存
単位系の設定



本チュートリアル¹の解析モデルは平面(X-Z 平面)構造であるため、構造形式を X-Z 平面内で挙動するように指定する。

メインメニュー [ウィザード] > [基本設定] > **[基本設定]**

1. 構造形式 > 「X-Z 平面」を選択
2. [OK] をクリック

▶ 図 10.6
作業平面の設定



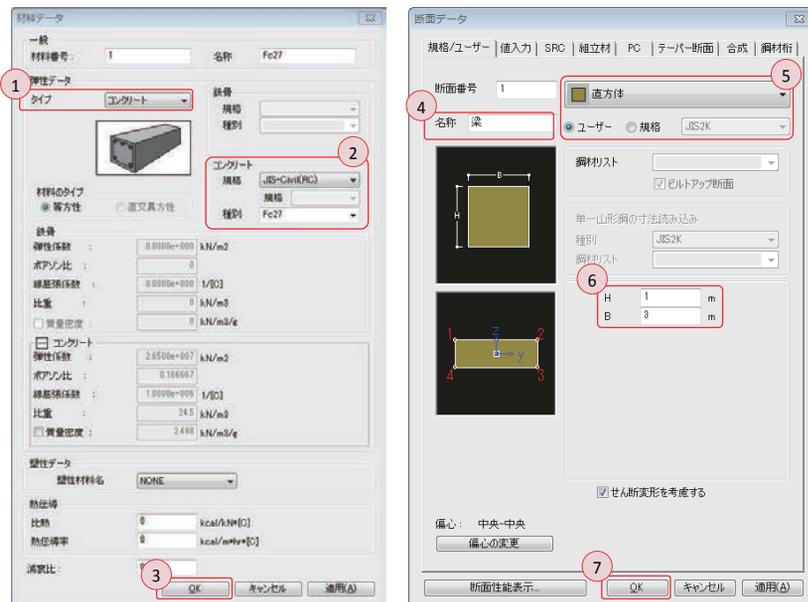
02.3 材料及び断面の定義

連続梁の材料としてコンクリート（設計規準による圧縮強度 27MPa）を選択し、断面寸法を入力する。

メインメニュー [材料/断面] > [材料] > [材料特性]

1. [追加...]クリック, タイプ>「コンクリート」選択
2. コンクリート>規格>「JIS-Civil(RC)」選択, 種別>「Fc27」選択
3. [OK]クリック
4. 断面タブをクリック, [追加...]クリック, 名称: “梁” 入力
5. 断面形状>「直方体」選択, 断面定義の方法>「ユーザー」選択
6. H: “1”, B: “3” 入力
7. [OK]クリック, [閉じる]クリック

▶ 図 10.7
材料の定義
断面の定義



02.4 節点及び要素の生成

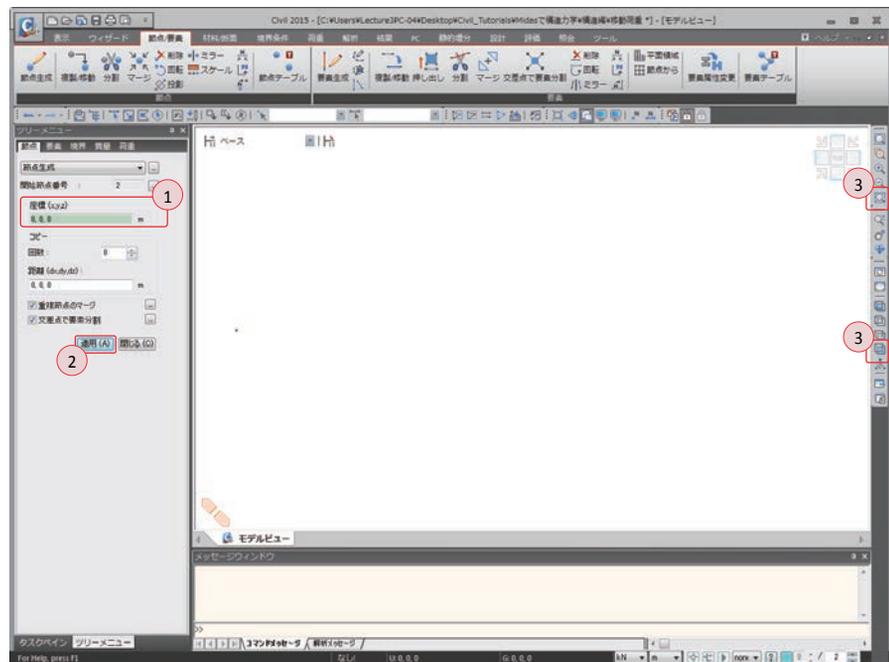
02.4.1 節点の生成

連続梁を生成するため節点を入力する。
 節点は要素の開始点と終了点及び荷重や境界条件などを入力する位置、または解析結果を確認する位置など、構造物の幾何形状や属性を定義する位置に生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [節点] > **[節点生成]**

1. 座標(x, y, z) > “0, 0, 0” 入力
2. **[適用]** クリック
3. **自動フィット, 正面** (トグルオン)

▶ 図 10.8
 節点の生成



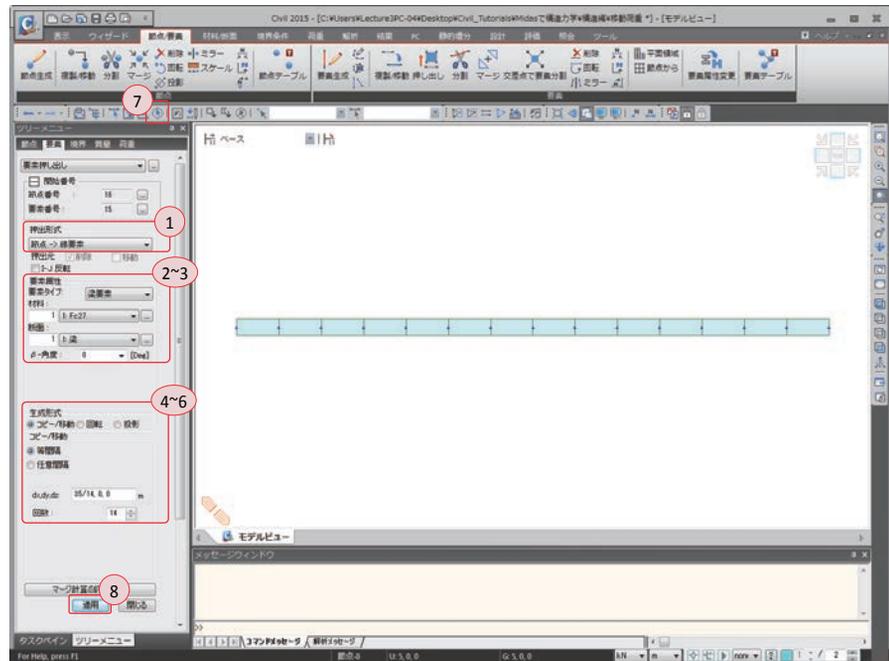
02.4.2 要素の生成

節点を線要素に拡張する押し出し機能で連続梁を生成する。

メインメニュー [節点/要素] > [要素] > [押し出し]

1. 押出形式 > 「節点→線要素」選択
2. 要素タイプ > 「梁要素」選択
3. 材料 > 「1:Fc27」、断面 > 「1:梁」選択、 β 角度: “0” 入力
4. 生成形式 > 「コピー/移動」選択
5. コピー/移動 > 「等間隔」選択
6. dx, dy, dz > “35/14, 0, 0” 入力, 回数 > “14” 入力
7.  全て選択クリック
8. [適用]クリック

▶ 図 10.9
梁要素の生成



02.5 境界条件の入力

連続梁の支持条件を入力する。ピン支点は D_x , D_z の自由度を拘束し、ローラー支点は D_z の自由度のみ拘束する。

1. 節点番号 (トグルオン)

メインメニュー [境界条件] > [支持] > [支持条件]

2. オプション > 「追加」 選択

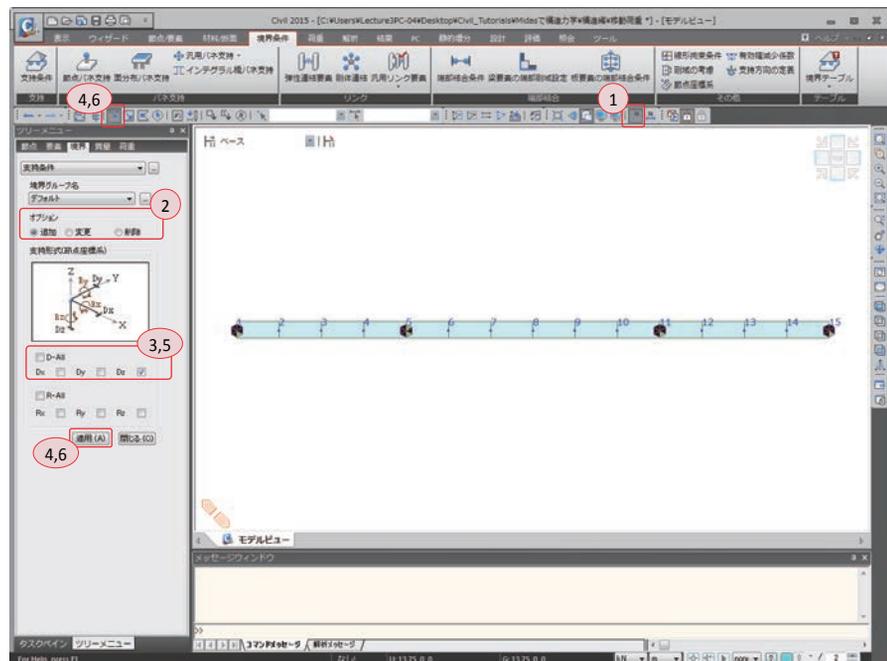
3. 支持形式 > D_x , D_z (チェックオン)

4.  単一選択で節点5を選択し、[適用] クリック

5. 支持形式 > D_x (チェックオフ)

6.  単一選択で節点1, 11, 15を選択し、[適用] クリック

▣ 10.10
支持条件の入力



02.6 荷重の入力

02.6.1 車線の定義 移動荷重による部材力を計算するためには先に影響線を算出する必要がある。影響線を算出するために、まず車線を入力する。スパン長さ(L)による次の式で算定される衝撃係数(impact factor)を車線を定義する際に入力する。スパン長さが異なる連続梁であるため、各スパンごとにそれぞれの衝撃係数を入力する。

▶式 10.3

$$i = \frac{15}{40 + L} \quad i = \text{衝撃係数}, \quad L = \text{スパン長さ}$$

1. メインメニュー [荷重/移動荷重] > [移動荷重規準▼] > [AASHTO 規準] 選択

メインメニュー [荷重/移動荷重] > [移動荷重解析データ] > [交通線車線]

2. [追加] クリック

3. 車線名 : “L1” 入力

4. 偏心 : “0” 入力, 車輪間隔: “0” 入力

5. 衝撃係数: “15/(40+10)” 入力

6. 選択 > [2点] 選択, モデルビューで節点1と節点5を順番にクリック

7. 衝撃係数: “15/(40+15)” 入力

8. 選択 > [2点] 選択, モデルビューで節点5と節点11を順番にクリック

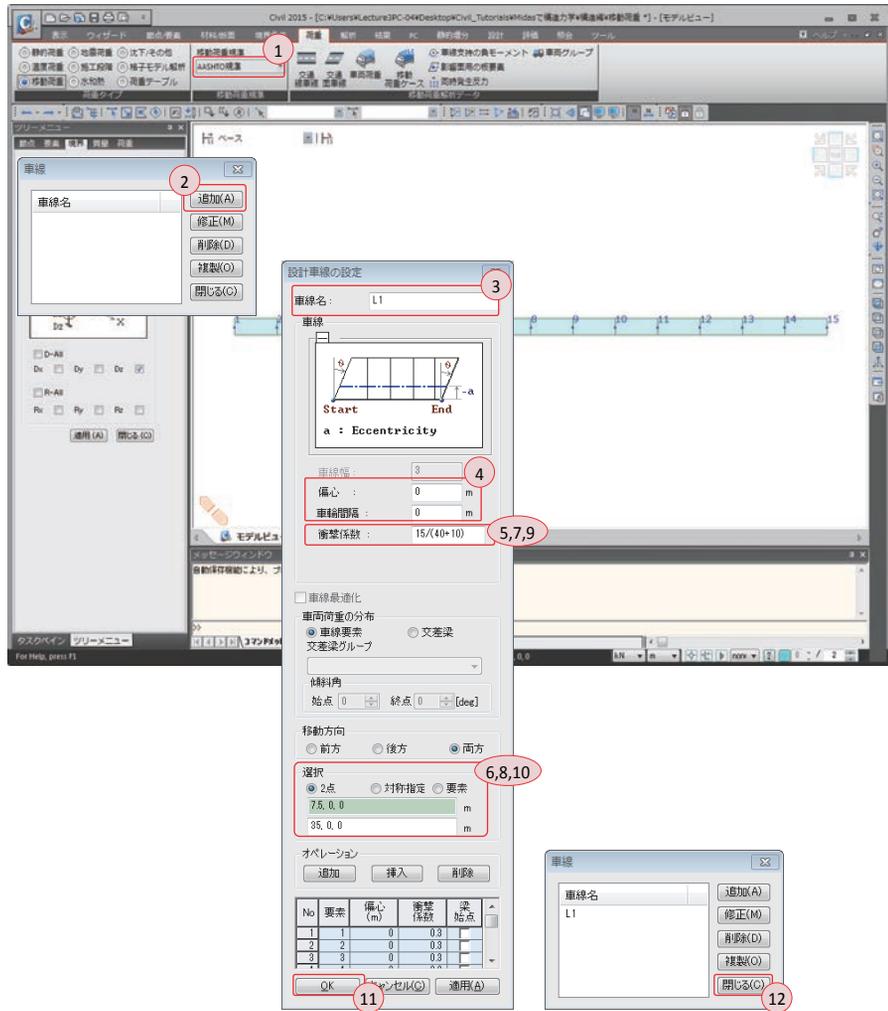
9. 衝撃係数: “15/(40+10)” 入力

10. 選択 > [2点] 選択, モデルビューで節点11と節点15を順番にクリック

11. [OK] クリック

12. [閉じる] クリック

▶ 図 10.11
車線の定義



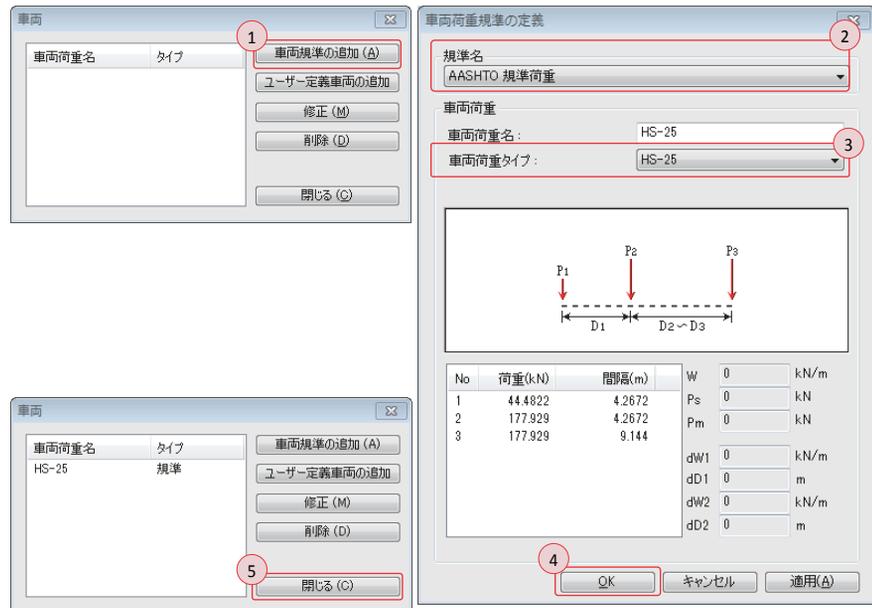
02.6.2 移動荷重の定義

移動荷重（標準トラック荷重；DB24）はプログラムに搭載されているデータベースを利用します。

メインメニュー [荷重/移動荷重] > [移動荷重解析データ] > **[車両荷重]**

1. **[車両規準の追加]** クリック
2. 規準名 > 「**AASHTO 規準荷重**」 選択
3. 車両荷重タイプ > 「**HS-25**」 選択
4. **[OK]** クリック
5. **[閉じる]** クリック

▶ 図 10.12
移動荷重の定義



02.6.3 車両荷重グループの定義

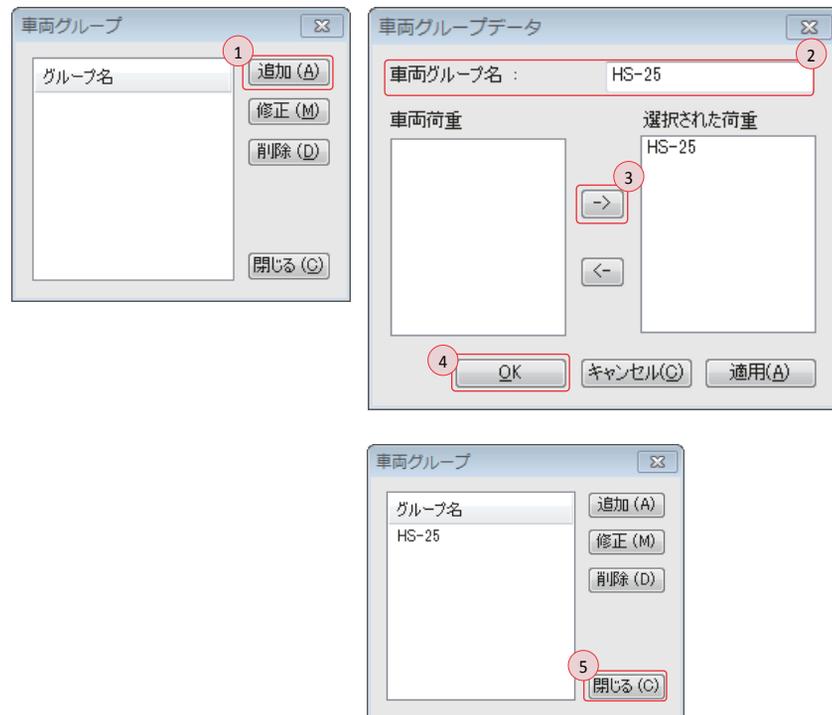
移動荷重解析に使用される車両荷重グループを定義します。

グループの定義

メインメニュー [荷重/移動荷重] > [移動荷重解析データ] > [車両グループ]

1. [追加] クリック
2. 車両グループ名: “HS-25” 入力
3. 車両荷重リストから HS-25 を選択し, [->] クリック
4. [OK] クリック
5. [閉じる] クリック

▶ 図 10.13
車両荷重グループの定義



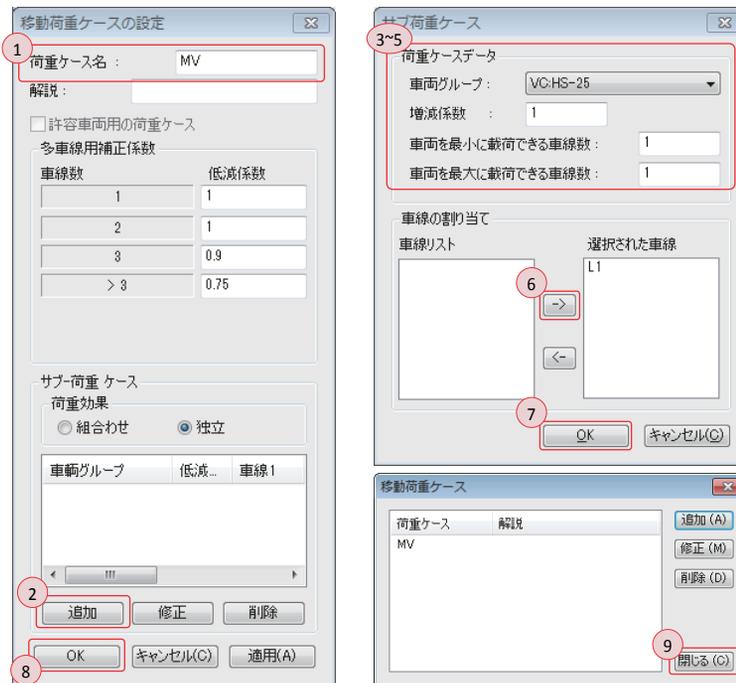
02.6.4 移動荷重条件 の入力

影響線を利用し部材力を算出するための移動荷重を定義する。

メインメニュー [荷重/移動荷重] > [移動荷重解析データ] > [移動荷重ケース]

1. [追加] クリック, 荷重ケース名: “MV” 入力
2. サブ-荷重ケース > [追加] クリック
3. 荷重ケースデータ > 荷重グループ > 「VC:HS-25」 選択
4. 増減係数 > “1” 入力
5. 車両を最小 (最大) に載荷できる車線数 > それぞれ “1” 入力
6. 車線リストで 「L1」 を選択し, [->] クリック
7. [OK] クリック
8. サブ-荷重ケースの車両グループで 「VC:HS-25」 を確認し, [OK] クリック
9. [閉じる] クリック

▶ 図 10.14
移動荷重条件の入力



02.7 構造解析の実行

部材のモデリング及び車両の移動荷重条件を入力したら、構造解析を実行する。

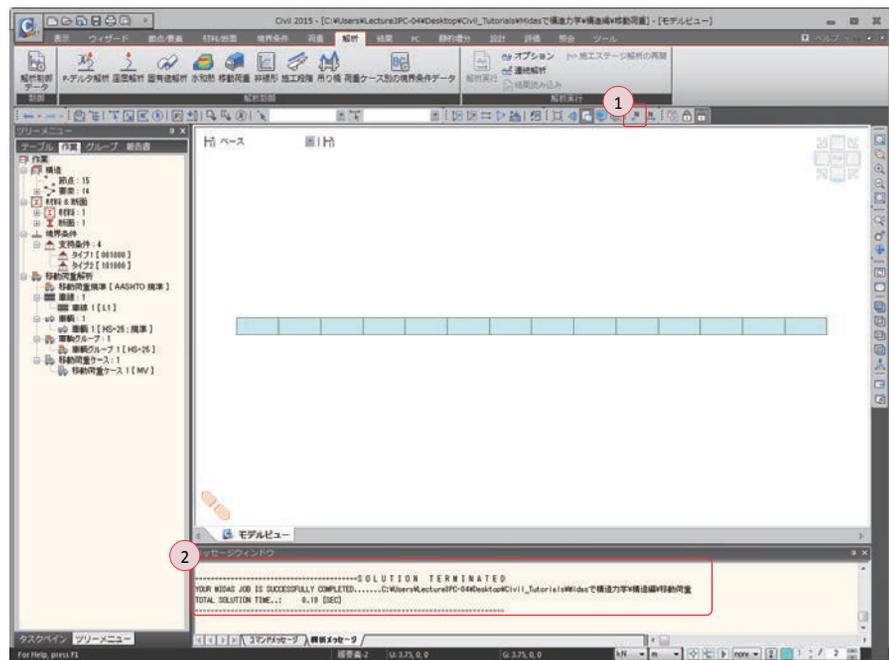
1. 節点番号 (トグルオフ)

メインメニュー [解析] > [解析実行] > **[解析実行]**

2. メッセージウィンドウで解析正常終了のメッセージを確認

▶ 図 10.15

解析の正常終了のメッセージ



メッセージウィンドウで正常終了メッセージが出力されない場合は入力内容を確認してから再び解析を実行する。

02.8 解析結果の確認

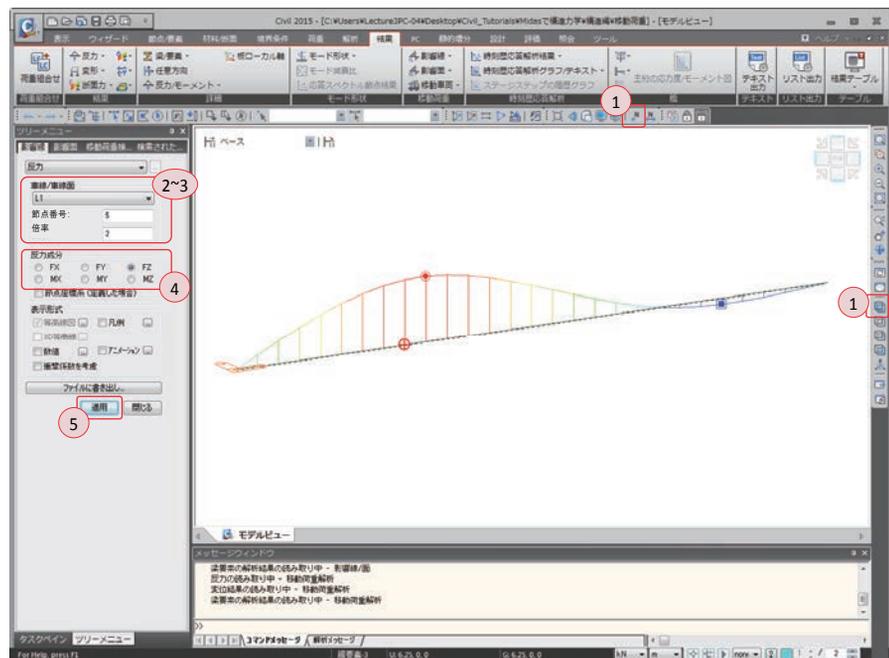
02.8.1 影響線の確認 2番目の支点（節点5）での反力に対する影響線を確認する。

1. 隠線除去表示（トグルオフ）、アイソメ図（トグルオン）

メインメニュー [結果] > [移動荷重] > [影響線] > [反力]

2. 車線/車線面 > 「L1」選択
3. 節点番号 : “5” 入力, 倍率: “2” 入力
4. 反力成分 > 「FZ」選択
5. [適用]クリック

▶ 図 10.16
節点5での反力による影響線
図



要素4のj端のモーメントに対する影響線を確認する。

1. 要素番号 (トグルオン)

メインメニュー [結果] > [移動荷重] > [影響線] > [梁要素の断面力/モーメント]

2. 車線/車線面 > 「L1」選択, 要素番号: “4” 入力, 倍率: “2” 入力

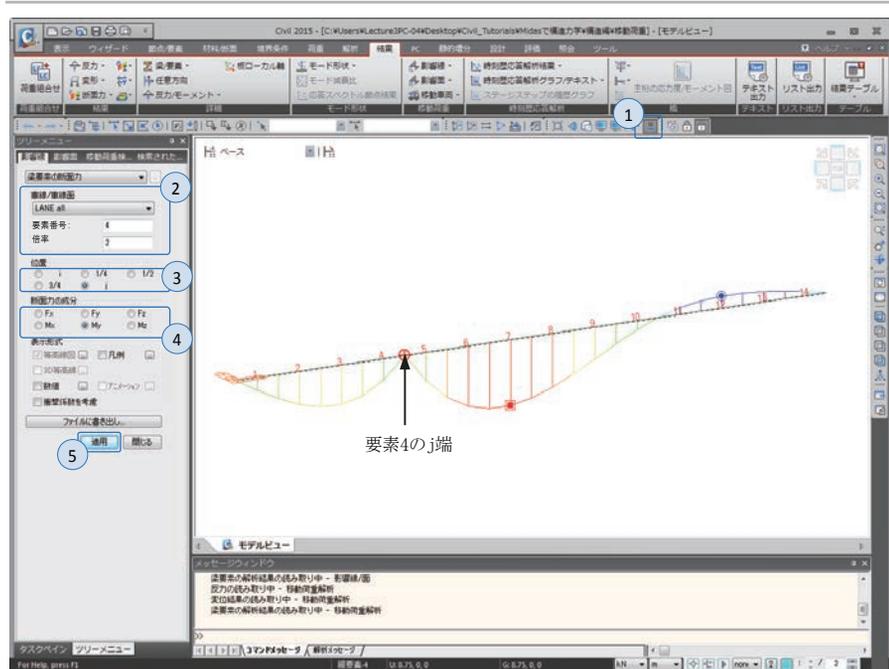
3. 位置 > 「j」選択

4. 断面力の成分 > 「My」選択

5. [適用]クリック

▶ 図 10.17

要素4のj端におけるモーメントに対する影響線図



02.8.2 移動荷重による部材力

移動荷重による連続梁の負のモーメントを確認する。

1. 要素番号 (トグルオフ) , 正面 (トグルオン)

メインメニュー [結果] > [結果] > [断面力] > [梁要素の断面力図]

2. 荷重ケース/組み合わせ > 「Mvmin: MV」 選択

3. 成分 > 「My」 選択

4. ディスプレイオプション > 「5点」 選択

5. 表示形式 > 等高線図, 数値 (チェックオン)

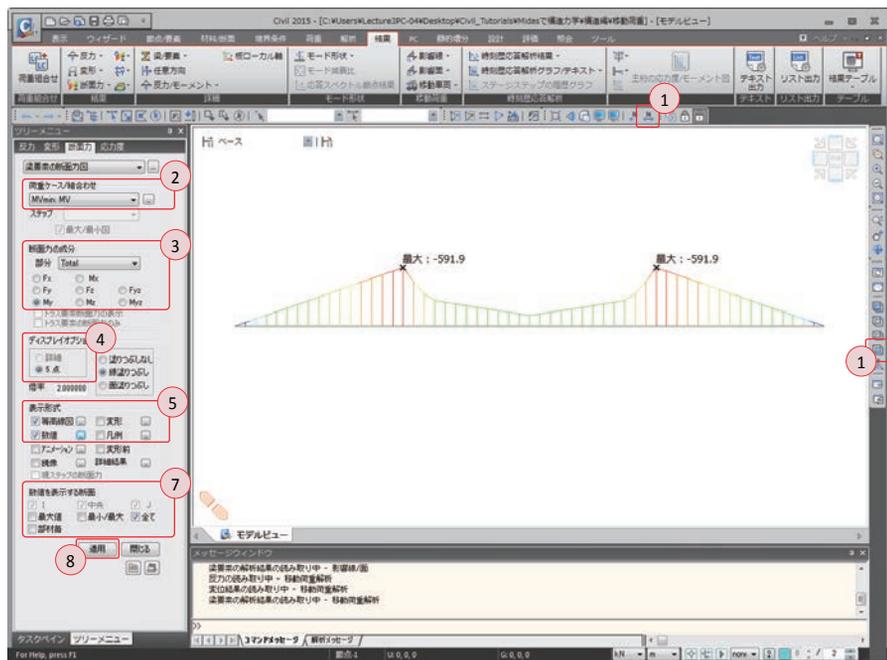
6. 数値の [] をクリック > 最大/最小のみ, 最大絶対値 (チェックオン)
OK時適用 (チェックオフ) , [OK] クリック

7. 数値を表示する断面 > 「全て」 選択

8. [適用] クリック

▶ 図 10.18

移動荷重による負モーメント図



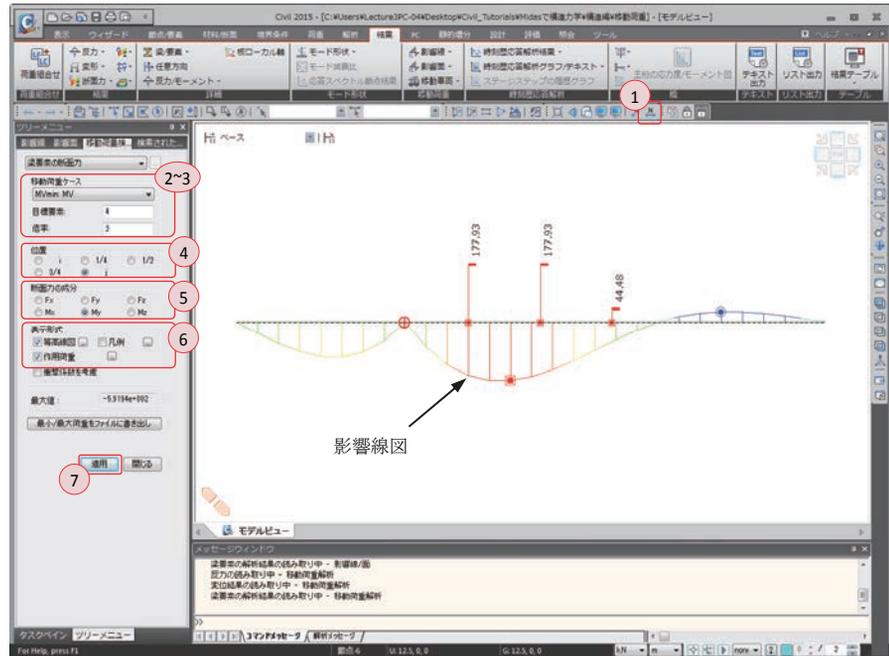
以上の結果から、移動荷重により要素 4 の j 端（節点 5）で最大の負のモーメントが発生することが確認できた。この時における移動荷重の載荷位置を確認する。移動荷重の載荷位置は影響線により決定される。

1. 要素番号（トグルオン）

メインメニュー [結果] > [移動荷重] > [移動車両] > [梁要素の断面力/モーメント]

2. 移動荷重ケース > 「M_{Vmin} : MV」 選択
3. 目標要素 : “4” 入力, 倍率: “2” 入力
4. 位置 > 「j」 選択
5. 断面力の成分 > 「My」 選択
6. 表示形式 > 等高線図, 作用荷重 (チェックオン)
7. [適用] クリック

▶ 図 10.19
要素 4 の j 端で最大負モーメントが発生する際の移動荷重の位置



上図からモーメントによる影響線上で最大の負のモーメントを誘発する移動荷重の位置が確認できる。

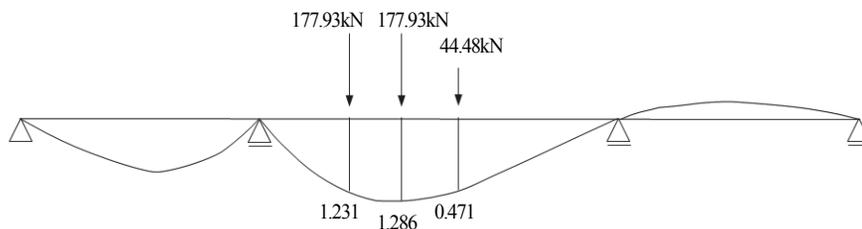
03. 構造計算 の解説

03.1 力学的概念の理解及び数値計算

HS-25 の移動荷重に対する車輪荷重は 177.93kN, 177.93kN, 44.48kN で、衝撃係数は中央部で 0.273 である。下図は Civil の影響線解析により求められた、B 点で最大負のモーメントを発生させるトラックの位置及びその時の影響線図を表したものである。プログラムでは影響線の正確な値は出力されないため、図における影響線での値は解析で得られた値から直線補間により算定されたものである。従って、B 点の最大負のモーメントは次のように計算できる。

$$M_{B_{max}} = (177.93 \times 1.231 + 177.93 \times 1.286 + 44.48 \times 0.471) \times (1 + 0.273) = 596.78 \text{ kN}$$

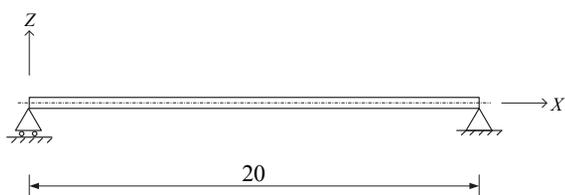
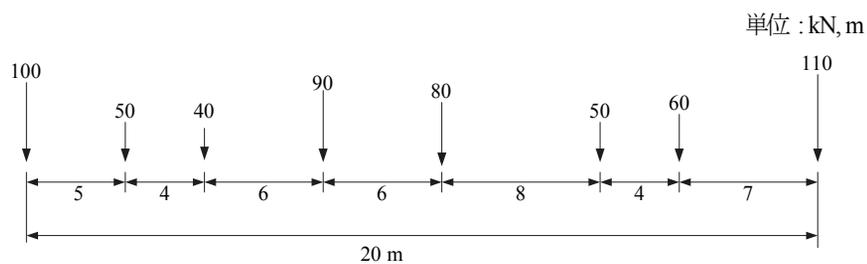
▶ 図 10.20
影響線の計算結果



以上のことから、プログラムによる計算結果と近い結果が得られることが確認できる。

04. 練習問題

1. 下図のようにスパン長さより長い載荷長さを持つ移動荷重が作用する場合、単純梁に発生する最大曲げモーメント，せん断力，反力を確認し，その時の移動荷重の位置を確認しなさい。（材料及び断面をチュートリアルで扱ったモデルと同様）



Structural Analysis

midas Civilで学ぶ構造力学 | 構造編 |

