

**MIDAS
CONSTRUCTION
TECHNICAL
DOCUMENT
COLLECTION**

動解析・液状化分野 15



MIDAS CONSTRUCTION TECHNICAL DOCUMENT COLLECTION

動解析・液状化分野

15.

粘性流体モデルに基づく2次元
及び3次元問題を対象とした
液状化地盤の流動変形解析法

日本大学 小林 義和 教授



粘性流体モデルに基づく 2次元及び 3次元問題を対象とした 液状化地盤の流動変形解析法

小林 義和

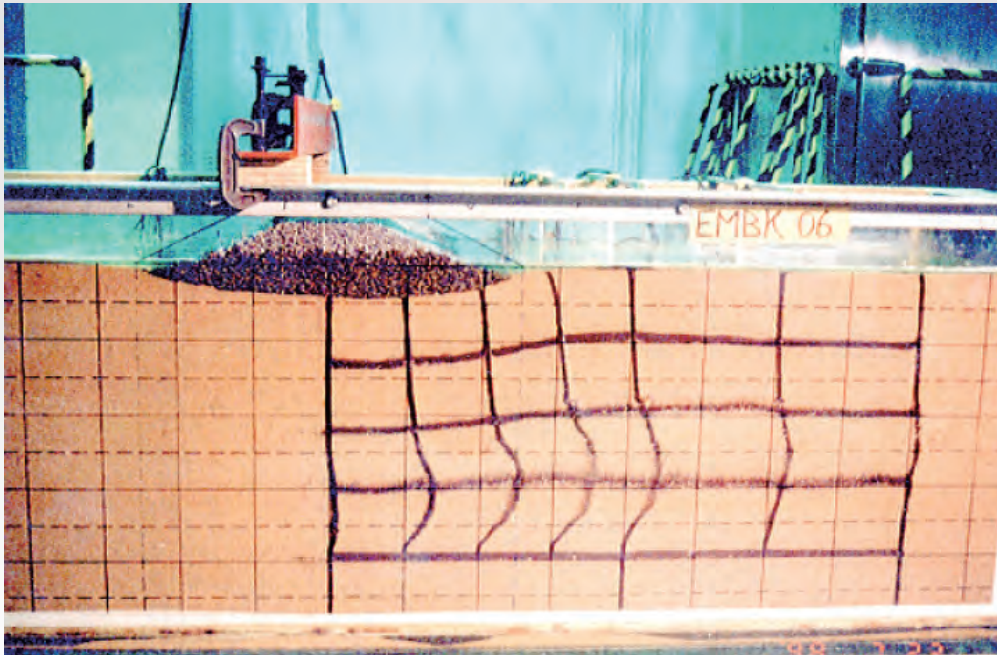
日本大学理工学部土木工学科

2016年12月19日 於 地盤工学会

液状化地盤の流動はなぜ停止するのか？

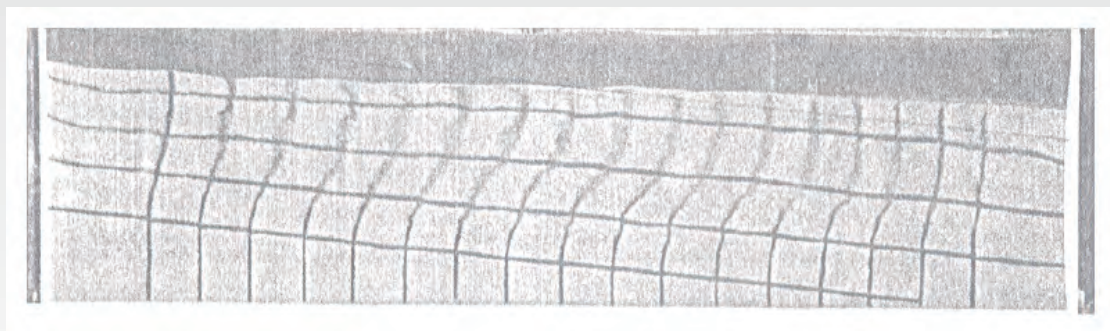
- 一般的な微小変形理論に基づく解析
 - 大ひずみによる体積膨張に伴う有効応力の回復と、それによる剛性回復

液状化地盤の流動はなぜ停止するのか？



振動台模型実験の結果 (盛土沈下)

液状化地盤の流動はなぜ停止するのか？



振動台模型実験の結果 (斜面流動)

液状化地盤の流動はなぜ停止するのか?

- ひょっとしたら, 地盤の剛性及び強度が失なわれている完全液状化の状態では, 異なるメカニズムで流動が停止するのではないか???
- ポテンシャルエネルギー (剛性が 0 であることを想定しているため, ひずみエネルギーは除く) の最小点で流動が停止しているのでは?(エネルギー原理)
- ↓
- 幾何学的非線形性の考慮の必要性

大変形問題 (幾何学的非線形性) を考慮した数値解析手法

- アダプティブ有限要素法 (R Adaptivity, H Adaptivity)
- 粒子法 (SPH, MPS, MPM, その他)

液状化地盤の流動はなぜ停止するのか?

- ひょっとしたら、地盤の剛性及び強度が失なわれている完全液状化の状態では、異なるメカニズムで流動が停止するのではないか???
- ポテンシャルエネルギー (剛性が 0 であることを想定しているため、ひずみエネルギーは除く) の最小点で流動が停止しているのでは?(エネルギー原理)
- ↓
- 幾何学的非線形性の考慮の必要性
- ↓
- 幾何学的非線形性を考慮した解析手法の計算コストの上昇
- ↓
- 粘性流体モデルに基づく液状化地盤の流動解析法 (Towhata, 1996)

Ikuo Towhata, Roland P. Orense, and Hirofumi Toyota. Mathematical principles in prediction of lateral ground displacement induced by seismic liquefaction. Soils and Foundations, 1996.

粘性流体モデルによる液状化地盤の流動解析の目的

- 二次元及び三次元問題を対象として、幾何学的非線形性を考慮しつつ、液状化地盤の流動変形を少ない計算コストで、エネルギー原理に基づいて推定する
 - 精度はものすごく高くなくてよいので、簡略に、使えそうな仮定は使って計算コストの低減を図る。
 - 液状化地盤の水平流動変位の深さ方向の分布を、Sin 関数の重ね合わせで近似する。
 - 液状化地盤の水平流動の水平方向の分布については、有限要素法によって離散化する。
 - 液状化砂を粘性流体としてモデル化する。(完全液状化後の、液状化砂の剛性と強度が 0 である状態の変形の推定を対象とする)
 - ラグランジェの運動方程式により、エネルギー原理に基づいて液状化地盤の挙動を推定する。

二次元モデルを対象とした粘性流体モデルによる液状化地盤の流動変形解析

支配方程式

ラグランジェの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = - \frac{1}{2} \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}$$

ただし、

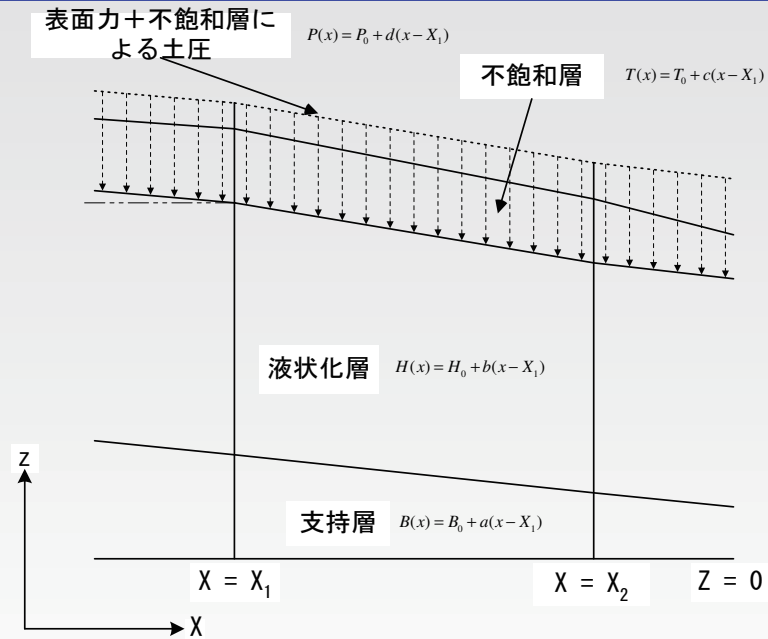
$$L = K - P$$

であり、 K , P , D はそれぞれシステム全体における運動エネルギー、ポテンシャルエネルギー、消散エネルギーである。また、 q_i は一般化された変位である。

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 二次元粘性流体モデルによる解析手法

二次元解析モデル



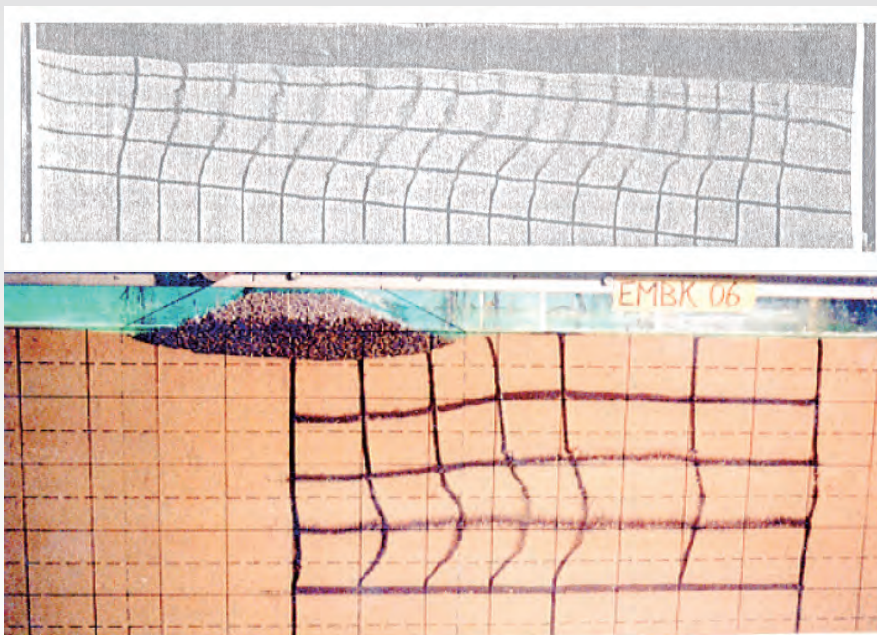
$$B(x) = B_0 + a(x - X_1), H(x) = H_0 + b(x - X_1)$$

$$T(x) = T_0 + c(x - X_1), P(x) = P_0 + d(x - X_1)$$

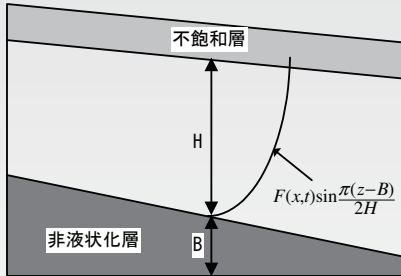
粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 二次元粘性流体モデルによる解析手法

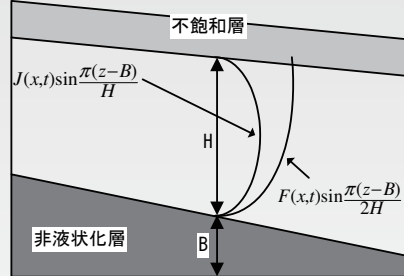
水平変位の深さ方向分布



水平変位の深さ方向分布



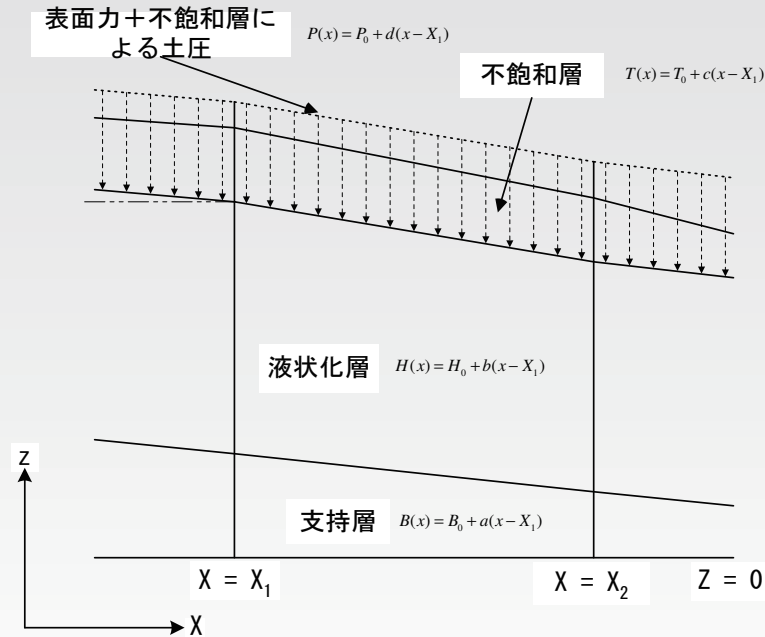
元の変位の定義



新しい変位の定義

$$u(x, z, t) = F(x, t) \sin \frac{\pi(z - B)}{2H} + J(x, t) \sin \frac{\pi(z - B)}{H}$$

水平変位の水平方向の離散化



$$F(x, t) = \sum_{i=1}^n N(x)_i F(t)_i \quad J(x, t) = \sum_{i=1}^n N(x)_i J(t)_i$$

水平変位の水平方向の離散化

以降, F と J を, 以下のように記述する.

$$F(x, t) = [N] \{F\} = [F] \{N\}$$

$$J(x, t) = [N] \{J\} = [J] \{N\}$$

ただし,

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_1(x) \\ N_2(x) \\ \vdots \\ N_n(x) \end{Bmatrix} \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{Bmatrix} \quad \{J\} = \begin{Bmatrix} J_1(t) \\ J_2(t) \\ \vdots \\ J_n(t) \end{Bmatrix}$$

$$[N] = \{N\}^T$$

$$[F] = \{F\}^T$$

$$[J] = \{J\}^T$$

液状化層の鉛直変位

流動変形中の非圧縮性を仮定

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

二次元問題では, 平面ひずみ状態を想定しているため,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

この非圧縮性条件式に, 水平変位式

$$u(x, z, t) = F(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + J(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{H}$$

を代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial u}{\partial x} \\ &= -\frac{\partial F}{\partial x} \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + \frac{\pi}{2H^2} F \{aH + (z-B)b\} \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} \\ &\quad - \frac{\partial J}{\partial x} \sin \frac{\pi(z-B)}{H} + \frac{\pi}{H^2} J \{aH + (z-B)b\} \cos \frac{\pi(z-B)}{H} \end{aligned}$$

液状化層の鉛直変位

先程の微分方程式を解くと、

$$\begin{aligned}
 w = & \frac{2H}{\pi} \frac{\partial F}{\partial x} \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} \\
 & + \frac{\pi}{2H^2} F \left[\frac{2H}{\pi} \{aH + (z-B)b\} \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + \frac{4H^2b}{\pi^2} \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} \right] \\
 & + \frac{H}{\pi} \frac{\partial J}{\partial x} \cos \frac{\pi(z-B)}{H} \\
 & + \frac{\pi}{H^2} J \left[\frac{H}{\pi} \{aH + (z-B)b\} \sin \frac{\pi(z-B)}{H} + \frac{H^2b}{\pi^2} \cos \frac{\pi(z-B)}{H} \right] + C
 \end{aligned}$$

ここで、液状化層底面における液状化砂の鉛直変位はあきらかに 0 であるため、

$$\begin{aligned}
 w|_{z=B} &= 0 \\
 &= -\frac{2H}{\pi} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{2b}{\pi} F + \frac{H}{\pi} \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{b}{\pi} J + C \\
 C &= \frac{2H}{\pi} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{2b}{\pi} F - \frac{H}{\pi} \frac{\partial J}{\partial x} - \frac{b}{\pi} J
 \end{aligned}$$

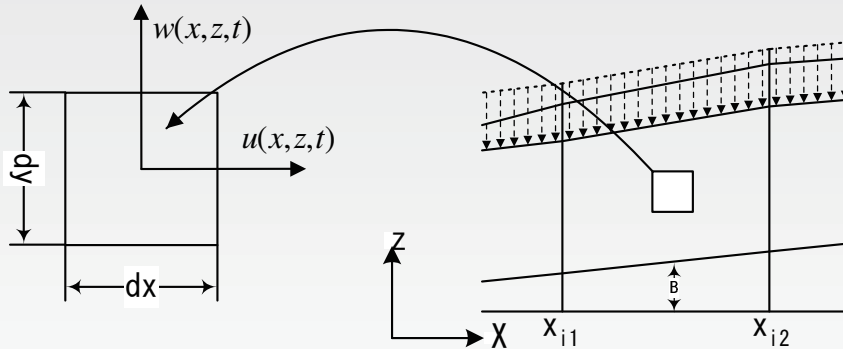
液状化層の鉛直変位

結果として、液状化砂の任意点における鉛直変位は、

$$\begin{aligned}
 w = & \frac{2}{\pi} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} \left\{ H \frac{\partial F}{\partial x} + bF \right\} \\
 & + \frac{1}{\pi} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} \left\{ H \frac{\partial J}{\partial x} + bJ \right\} \\
 & + \frac{aH + (z-B)b}{H} \left\{ F \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + J \sin \frac{\pi(z-B)}{H} \right\}
 \end{aligned}$$

液状化層の運動エネルギー

$$K_l = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \int_B^{H+B} \rho_l (u^2 + w^2) dz dx$$



液状化層の運動エネルギー

液状化地盤中の微小要素 $dx dz$ における運動エネルギー

$$dK_l = \frac{1}{2} \rho_l (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx dz$$

液状化地盤全体の運動エネルギー

$$K_l = \int \int \frac{1}{2} \rho_l (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx dz = \sum_{i=1}^N \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_B^{H+B} \frac{1}{2} \rho_{li} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx dz$$

ここに、 u と w の時間微分である

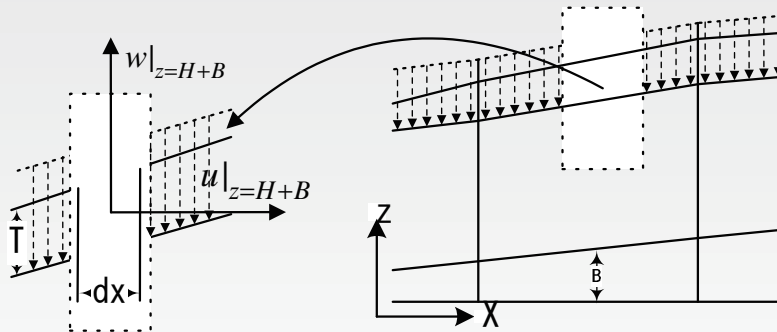
$$\dot{u}(x, z, t) = \dot{F}(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + \dot{J}(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{H}$$

$$\begin{aligned} \dot{w}(x, z, t) = & \frac{2}{\pi} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} \left\{ H \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} + b \dot{F} \right\} \\ & + \frac{1}{\pi} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} \left\{ H \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + b \dot{J} \right\} \\ & + \frac{aH + (z-B)b}{H} \left\{ \dot{F} \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + \dot{J} \sin \frac{\pi(z-B)}{H} \right\} \end{aligned}$$

を代入する。このエネルギーの計算において、鉛直方向には解析的な積分が可能である。

不飽和層の運動エネルギー

$$K_s = \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \int_B^{H+B} \rho_{us} T \left(u|_{z=H+B}^2 + w|_{z=H+B}^2 \right) dz dx$$



不飽和層の運動エネルギー

不飽和層中の微小要素 $dx dz$ における運動エネルギー

$$K_{us} = \int \int_0^T \frac{1}{2} \rho_{usi} (\dot{u}_{us}^2 + \dot{w}_{us}^2) dz dx = \sum_{i=1}^N \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_0^T \frac{1}{2} \rho_{usi} (\dot{u}_{us}^2 + \dot{w}_{us}^2) dz dx$$

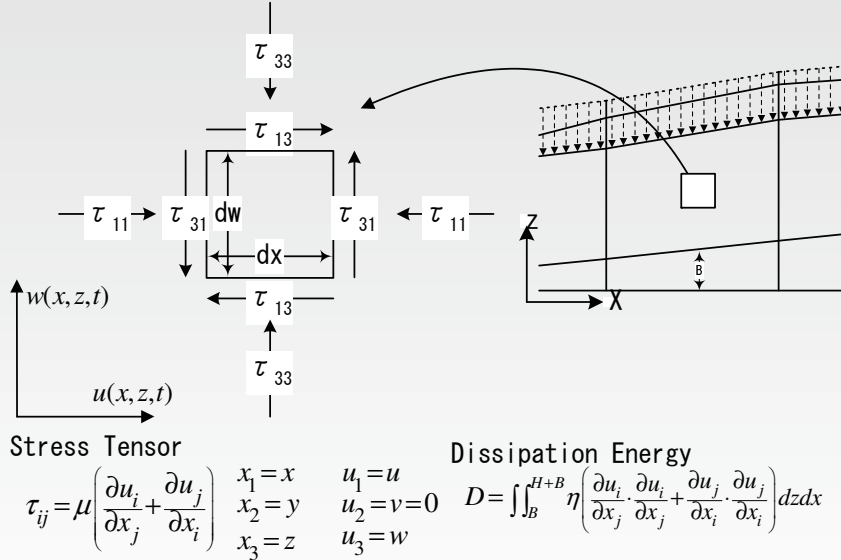
地表の不飽和層が、液状化層の上面と一体化して動くことを仮定すると、

$$\dot{u}_{us} = \dot{u}(x, z, t)|_{z=H+B} = \dot{F}$$

$$\dot{w}_{us} = \dot{w}(x, z, t)|_{z=H+B} = -\frac{2}{\pi} \left\{ H \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} + b \dot{F} \right\} - \frac{2}{\pi} \left\{ H \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + b \dot{J} \right\} + (a+b) \dot{F}$$

となるので、これらを不飽和層の運動エネルギー式に代入する。

液状化層の消散エネルギー



液状化層の消散エネルギー

液状化砂はニュートン流体としてモデル化されているため、液状化層の微小要素 $dx dz$ における消散エネルギーは、

$$\begin{aligned} \tau_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dz dx &= \mu \left\{ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right\} \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right\} dz dx \\ &= \mu \left[2 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 \right] dz dx \end{aligned}$$

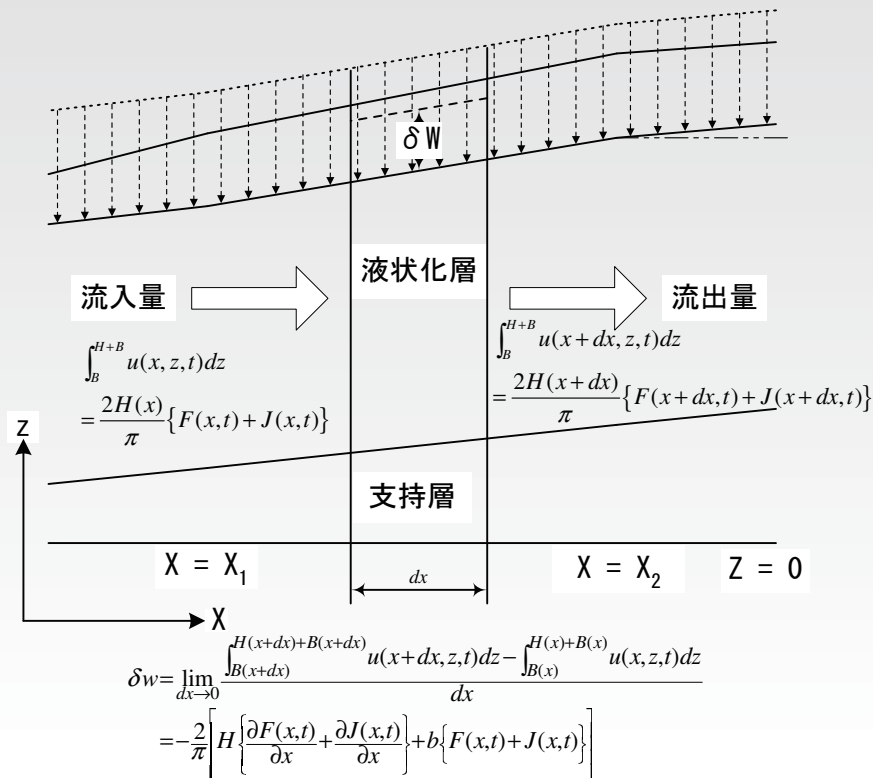
ただし、 $\frac{\partial \dot{w}}{\partial x}$ による項については、鉛直変位自体が小さいため、影響が小さいと考え、無視した。これを、解析対象範囲内で積分すると、液状化層における消散エネルギーが次のように求められる。

$$\begin{aligned} D_L &= \int \int_B^{H+B} \mu \left[2 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 \right] dz dx \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_B^{H+B} \left[2 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 \right] dz dx \end{aligned}$$

ここで、等体積条件より、 $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial z}$ であることから、

$$D_L = \sum_{i=1}^N \mu_i \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_B^{H+B} \left[4 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 \right] dz dx$$

液状化層のポテンシャルエネルギー



液状化層のポテンシャルエネルギー

$$\begin{aligned}
 F_{inflow} &= \int_B^{H+B} u(x, z, t) dz \\
 &= \int_B^{H+B} F(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + J(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{H} dz \\
 &= \frac{2H}{\pi} \{ F(x, t) + J(x, t) \} \\
 F_{outflow} &= \int_B^{H+B} u(x+dx, z, t) dz \\
 &= \int_B^{H+B} F(x+dx, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} + J(x+dx, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{H} dz \\
 &= \frac{2H}{\pi} \{ F(x+dx, t) + J(x+dx, t) \}
 \end{aligned}$$

液状化層のポテンシャルエネルギー

$$\delta w = - \frac{F_{outflow} - F_{inflow}}{dx}$$

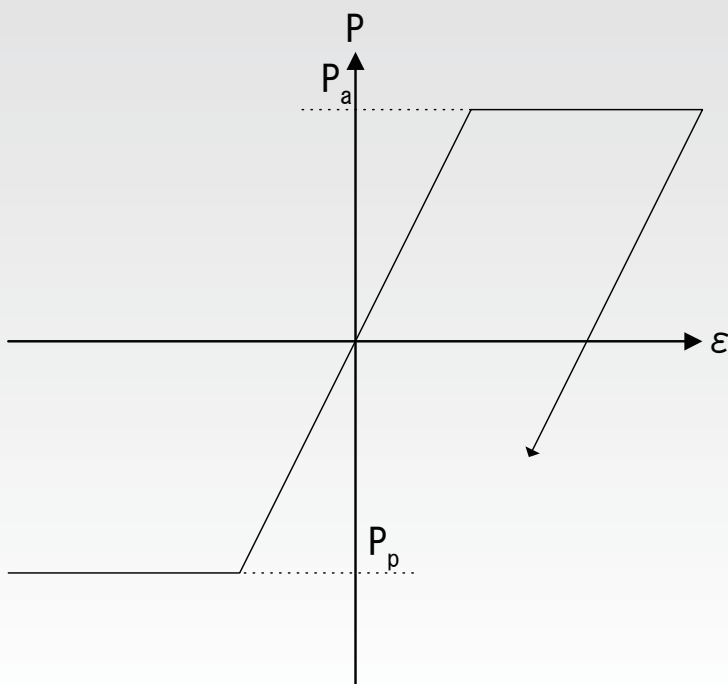
微小要素の長さ dx を無限小にとると、

$$\begin{aligned} \delta w(x, z, t) &= - \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{F_{outflow} - F_{inflow}}{dx} \\ &= - \frac{\partial \frac{2H}{\pi} \{F + J\}}{\partial x} \\ &= - \frac{2}{\pi} \left[H \left\{ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right\} + b \{F + J\} \right] \end{aligned}$$

$$P_l = \int \int_B^{H+B+\delta w} \rho_l g z dz dx$$

$$\begin{aligned} P_l &= \int \int_B^{H+B+\delta w} \rho_l g z dz dx - \int \int_B^{H+B} \rho_l g z dz dx \\ &= \int \int_{H+B}^{H+B+\delta w} \rho_l g z dz dx = \sum_{i=1}^n \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \int_{H+B}^{H+B+\delta w} \rho_{li} g z dz dx \end{aligned}$$

不飽和層のひずみエネルギー



不飽和層のひずみエネルギー

不飽和層を線形弾性体とし、不飽和層が液状化層上面と一体となって挙動することを仮定すると、不飽和層の軸力によるひずみエネルギーは、

$$E_{ns} = \int \int_0^T \int_0^{\epsilon_{xx}} E \epsilon_{xx} d\epsilon dz dx = \sum_{i=1}^N \int \frac{1}{2} T E_i \epsilon_{xx}^2 dx$$

となる。ここで、地表面の水平変位は、

$$u(x, z, t)|_{z=H+B} = F$$

より、不飽和層における軸歪みエネルギーは、

$$E_{ns} = \sum_{i=1}^N \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \frac{1}{2} T E_i \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 dx$$

不飽和層のひずみエネルギー

不飽和層を線形弾性体とし、不飽和層が液状化層上面と一体となって挙動することを仮定すると、不飽和層のせん断力によるひずみエネルギーは、

$$E_{ss} = \int \int_0^T \frac{1}{2} G (\epsilon_{zx}|_{z=H+B})^2 dz dx = \sum_{i=0}^N \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \frac{1}{2} T G_i (\epsilon_{zx}|_{z=H+B})^2 dx$$

ここで、地表面において、

$$\frac{\partial w}{\partial x} |_{z=H+B} = -\frac{2}{\pi} \left\{ H \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right) + 2b \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right) \right\}$$

であることから、

$$\begin{aligned} E_{ssi} &= \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} \frac{1}{2} G_i T \left[-\frac{2}{\pi} \left\{ H \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right) + 2b \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right) \right\} \right]^2 dx \\ &= \frac{2}{\pi^2} G_i \int_{x_{i1}}^{x_{i2}} T \left\{ H^2 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ &\quad + 4bH \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right) \\ &\quad \left. + 4b^2 \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right)^2 \right\} dx \end{aligned}$$

支配方程式

ラグランジェの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{1}{2} \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}$$

において、 q_i を F_i, J_i とし、それぞれで微分したものを並べると、

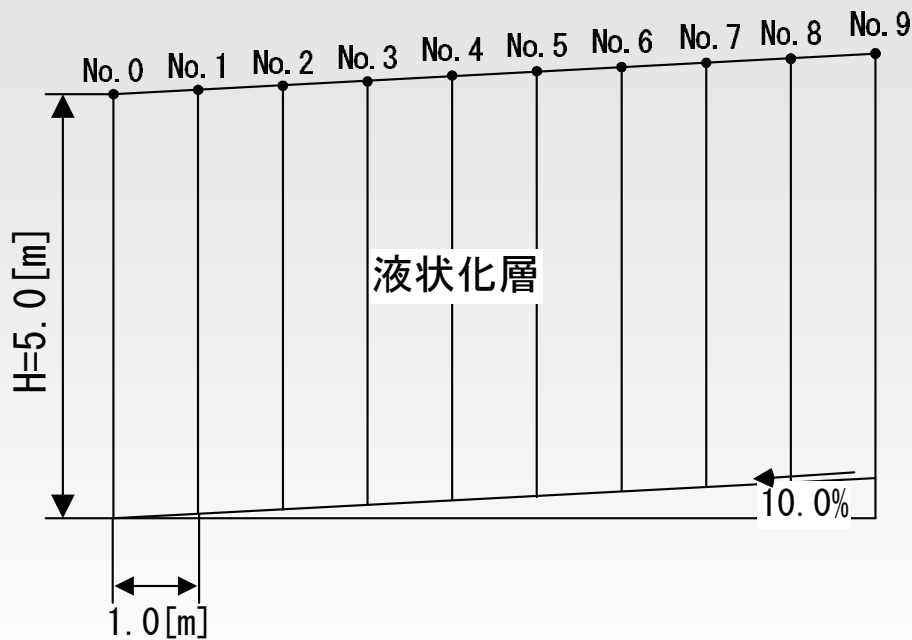
$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{F}_i \\ \ddot{J}_i \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{F}_i \\ \dot{J}_i \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} F_i \\ J_i \end{Bmatrix} = \{F\}$$

となり、一般的な時間積分法を使うことによって対象地盤の挙動を時間領域で求めることができる。

粘性流体モデルによる液状化地盤の流動解析の特徴

- 利点
 - 幾何学的非線形性 (大変形) を限定的にはあるが、考慮している。
 - 質量行列や剛性行列を作成する際には、鉛直方向については、解析的な積分が可能であるため、通常の 2 次元問題より各種行列の大きさが小さくなる。→解析コストが安い。
 - 完全液状化後の変形のみを対象としており、液状化砂を粘性流体としてモデル化しているため、複雑な構成方程式がなく、解析コストが安い。
- 欠点 (?)
 - 液状化砂の残留強度や剛性等を考慮していない。→発生しうる最大の変位が算出されるため、安全側の推定になっていると考えている。

二次元解析モデルの特徴



解析対象モデル (液状化層厚の変化なし)

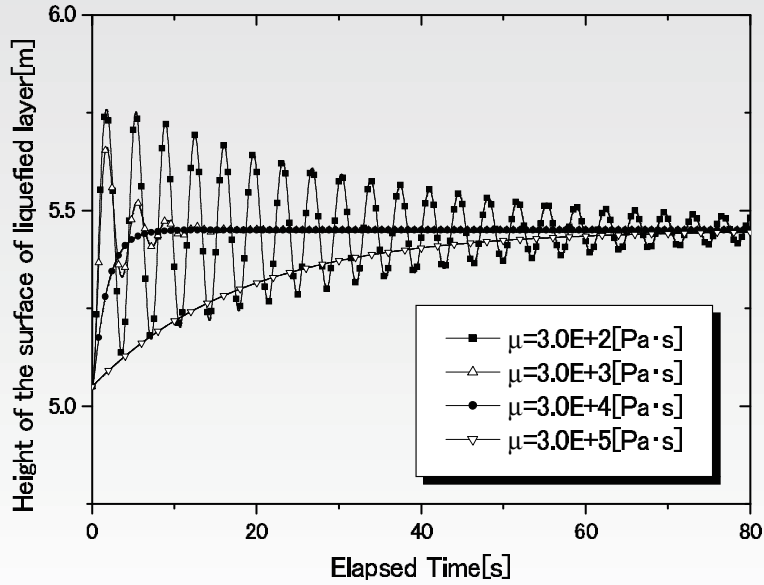
粘性の影響

解析ケース	液状化砂の質量密度 [kg/m^3]	液状化砂の粘性係数 [$Pa \cdot s$]
Case1	1.9E+3	3.0E+2
Case2	1.9E+3	3.0E+3
Case3	1.9E+3	3.0E+4
Case4	1.9E+3	3.0E+5

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

粘性の影響

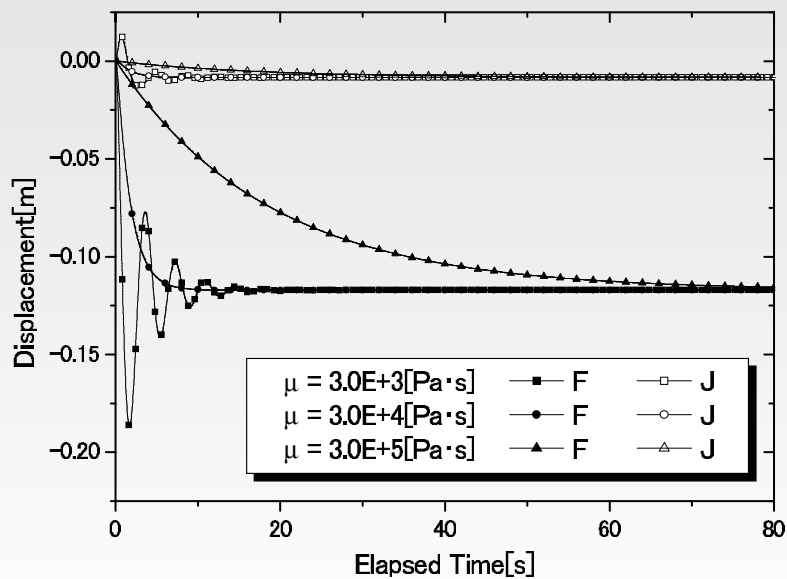


左端要素中央における流動による地表高の変化

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

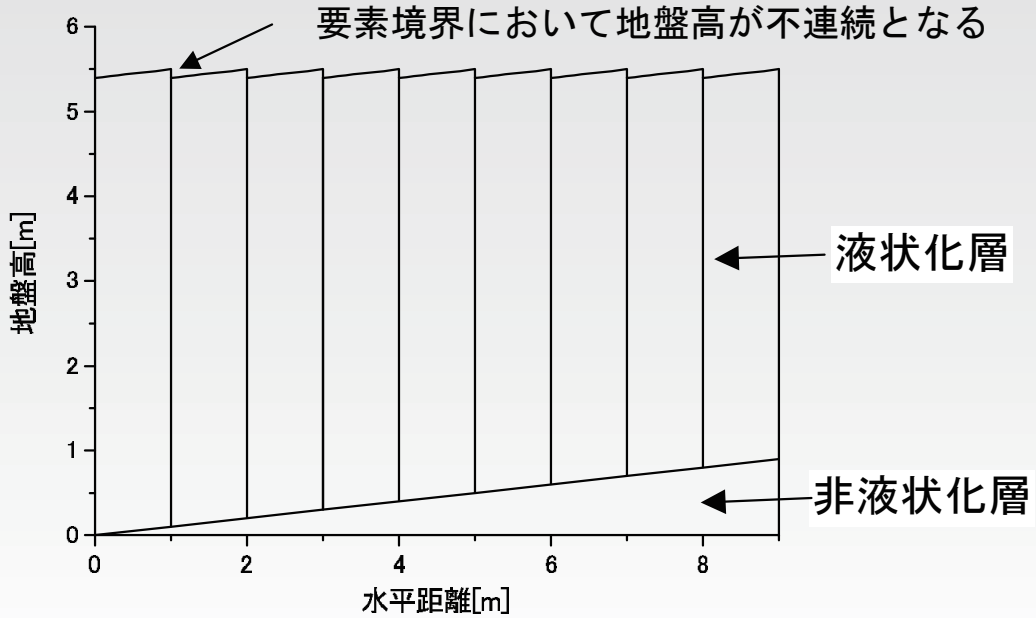
↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

粘性の影響



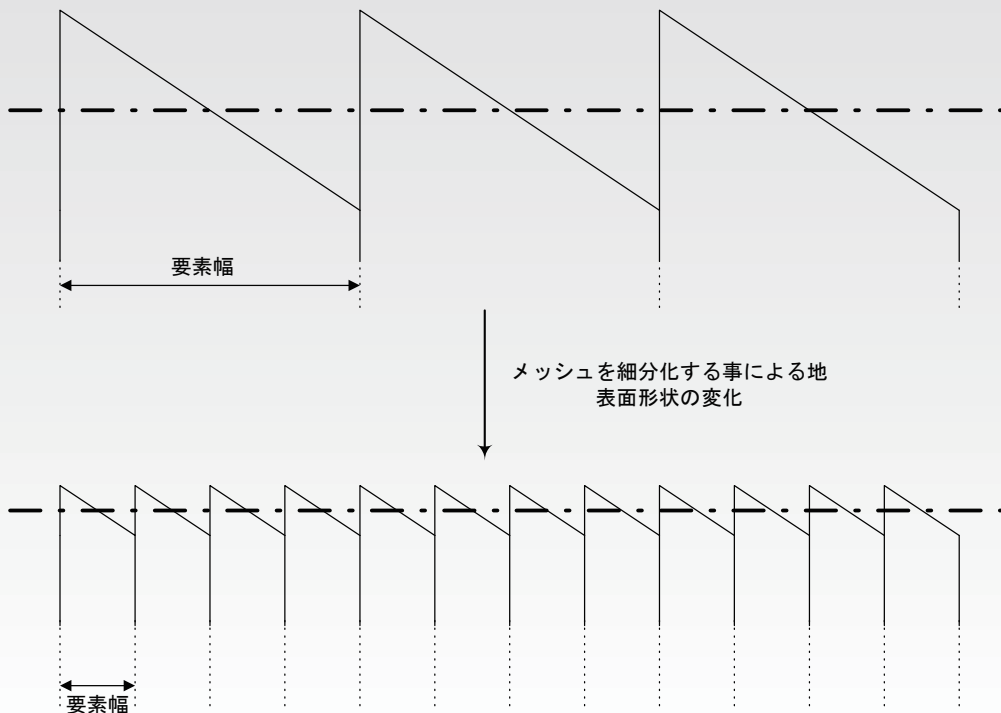
節点番号 1 における流動量変化

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化なし)



Case3 における地表面の最終変形形状

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化なし)

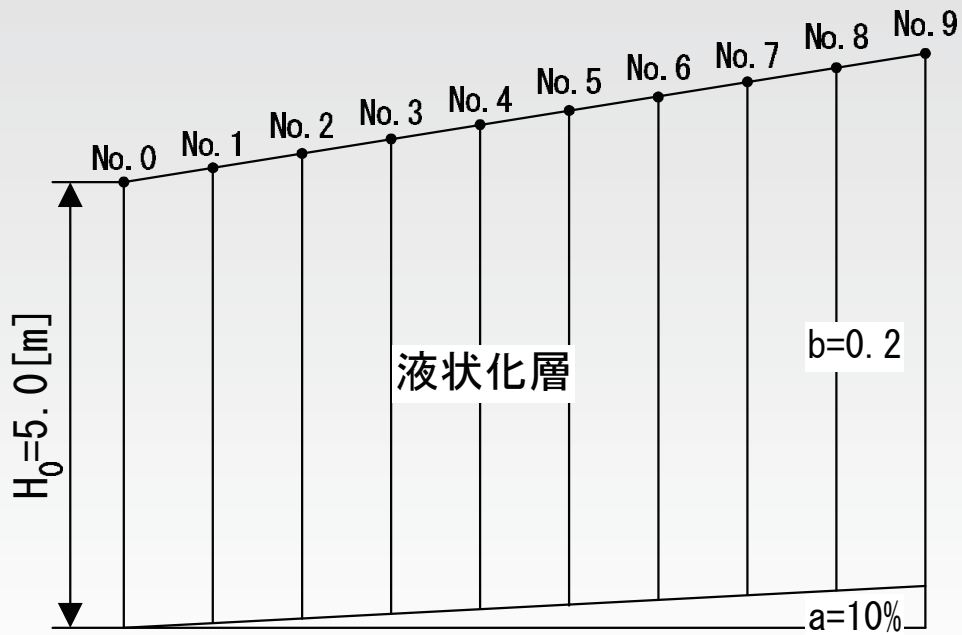


要素分割をより細かくしたことによる地表面形状の変化

粘性流体モデルに基づく2次元及び3次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└2次元粘性流体モデルによる解析例

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化あり)



解析対象モデル

粘性流体モデルに基づく2次元及び3次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└2次元粘性流体モデルによる解析例

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化あり)

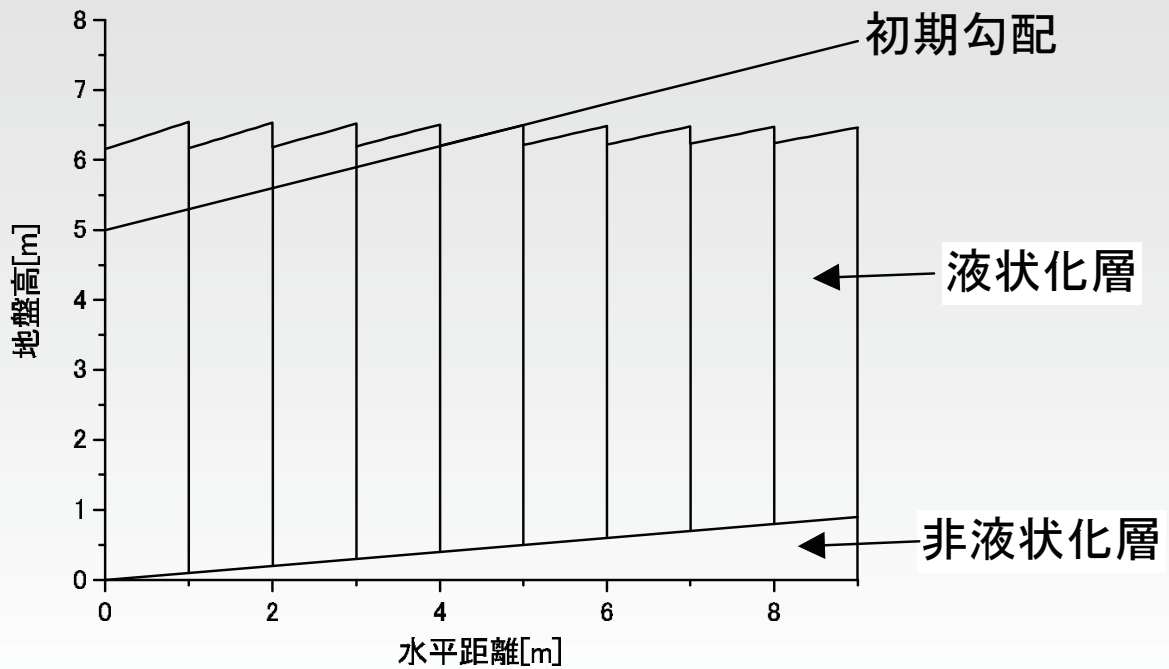
解析ケース	液状化砂の質量密度 [kg/m^3]	液状化砂の粘性係数 [$Pa \cdot s$]
Case1	1.9E+3	3.0E+3

検討に使用した物性値

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化あり)

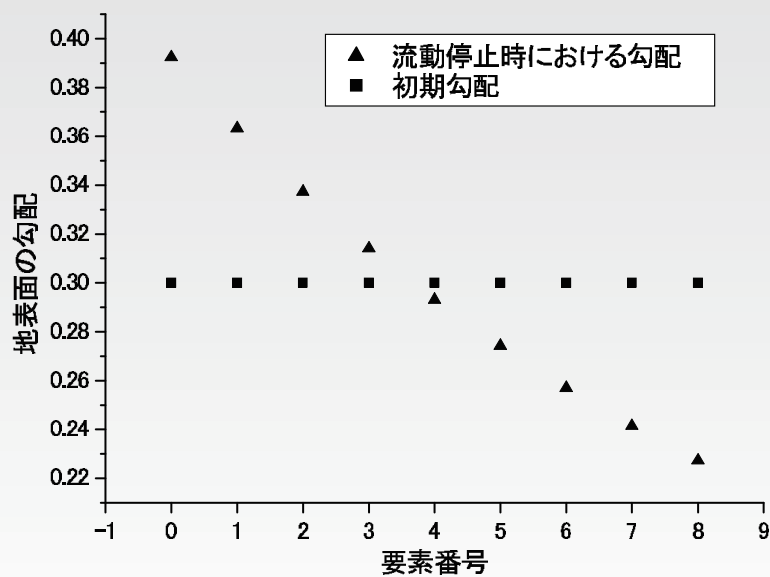


流動終了後の地表面形状

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

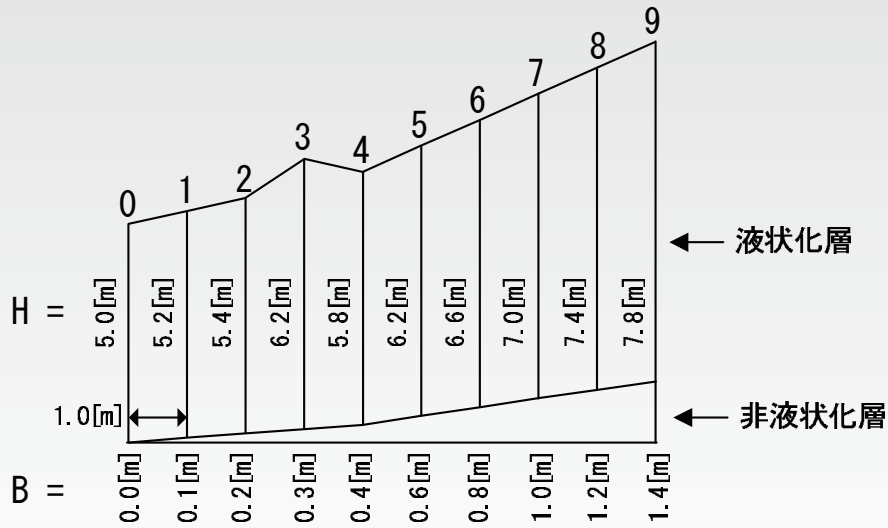
└ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化あり)



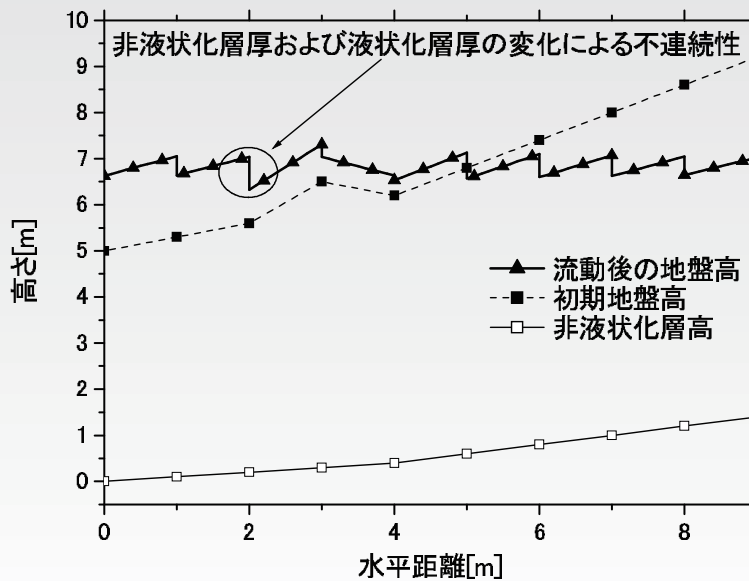
各要素における流動後と流動前の地表面勾配の比較

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚と非液状化層厚の変化あり)



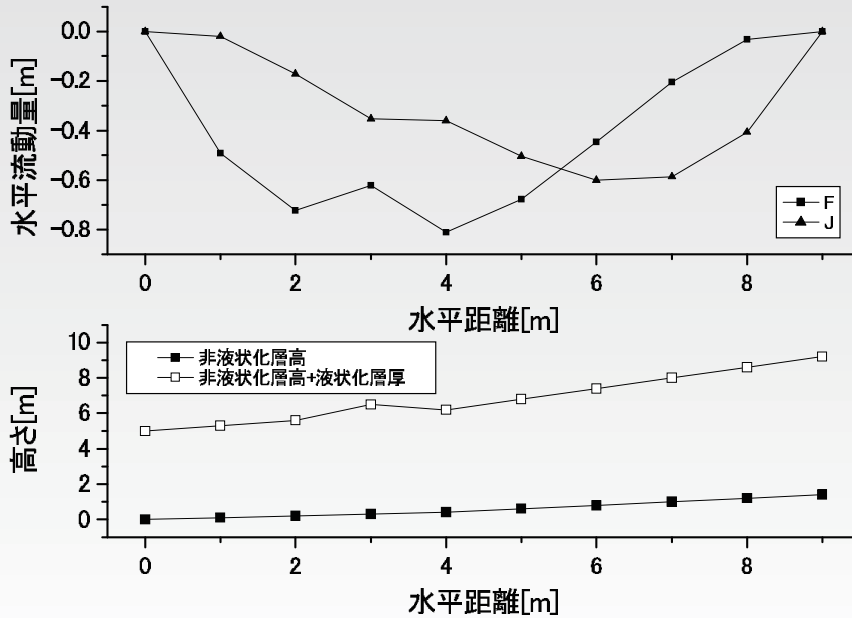
解析対象モデル

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚と非液状化層厚の変化あり)



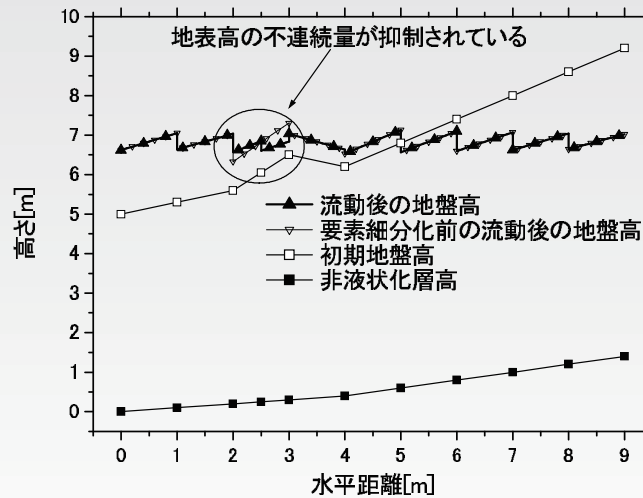
流動終了時の地盤形状

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚と非液状化層厚の変化あり)



初期地表面形状と流動終了時の F モードおよび J モードの分布

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚と非液状化層厚の変化あり)

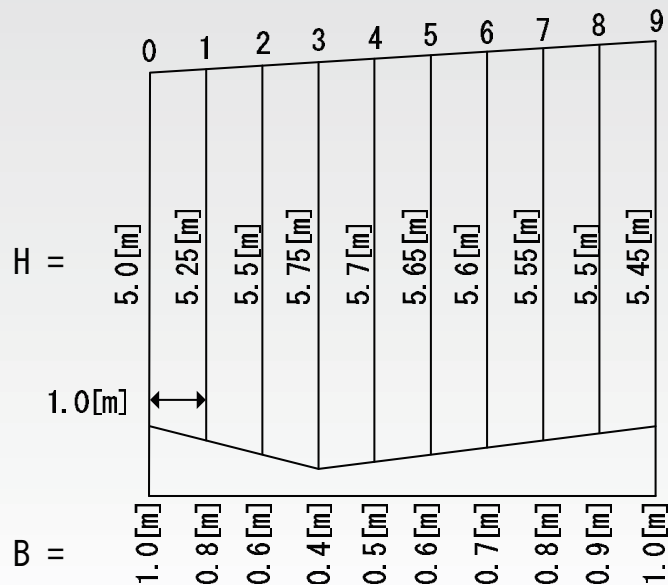


流動終了時の地盤形状 (地表面の不連続性が大きい場所に節点を追加した場合)

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化は大きいですが、地表面高の変化は緩やか)

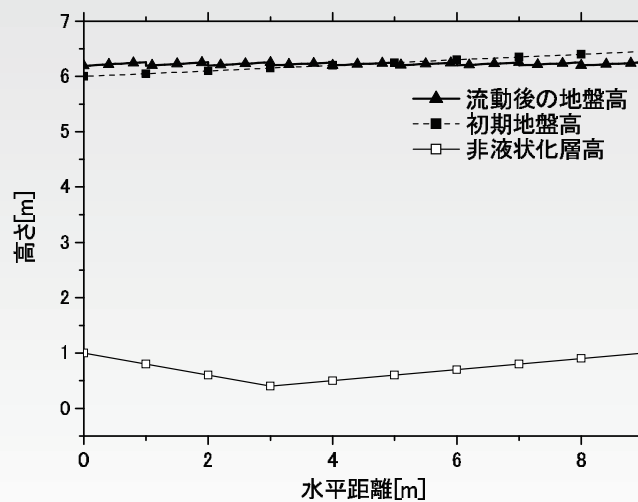


液状化層厚は急激に変化するけれども地表高勾配は緩やかな地盤

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

流動変形後の地表面形状 (液状化層厚の変化は大きいですが、地表面高の変化は緩やか)

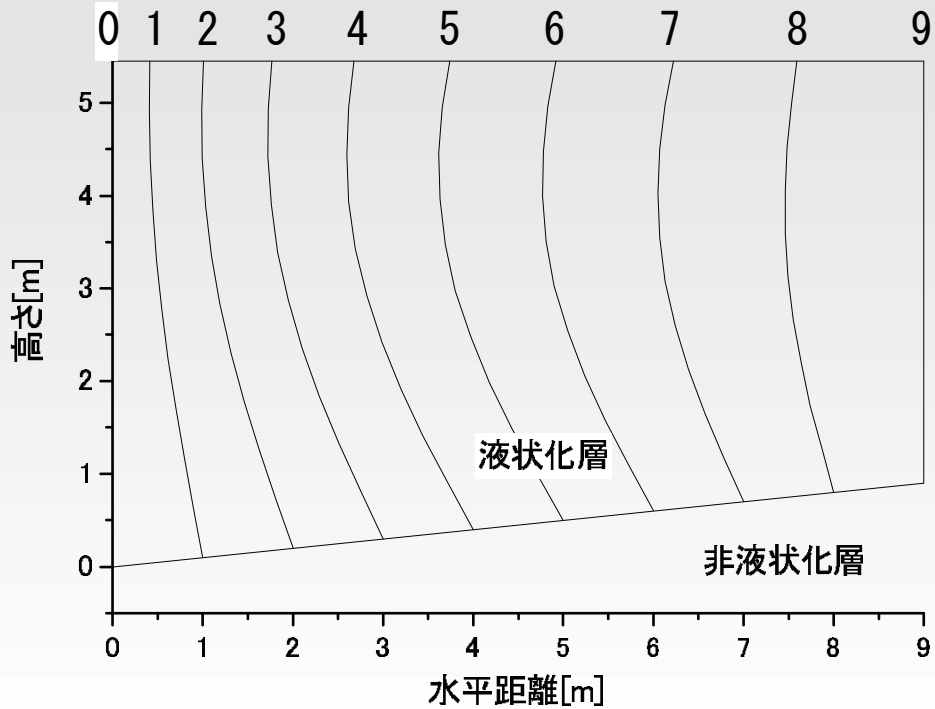


流動終了時の地盤形状

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの特徴 (F モード及び J モードの成長特性)

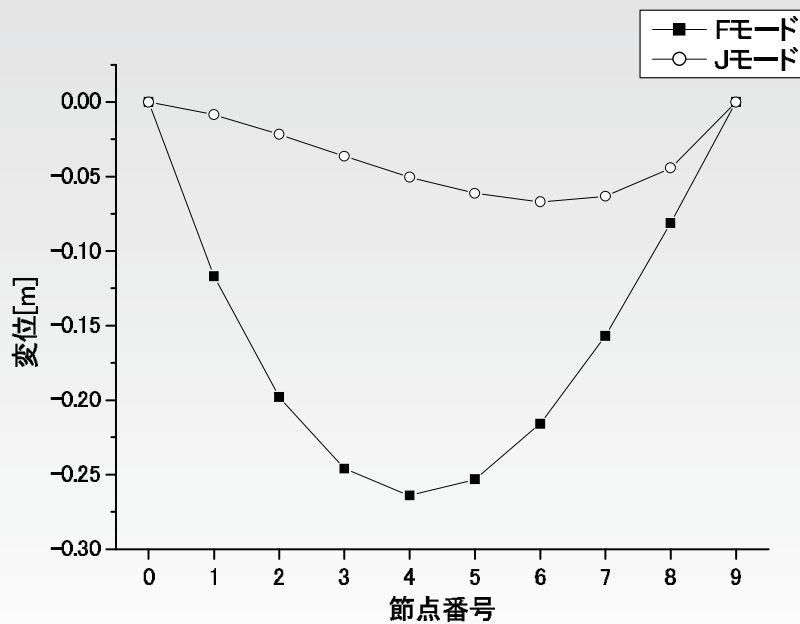


不飽和層が無い場合の流動終了時の地盤形状

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

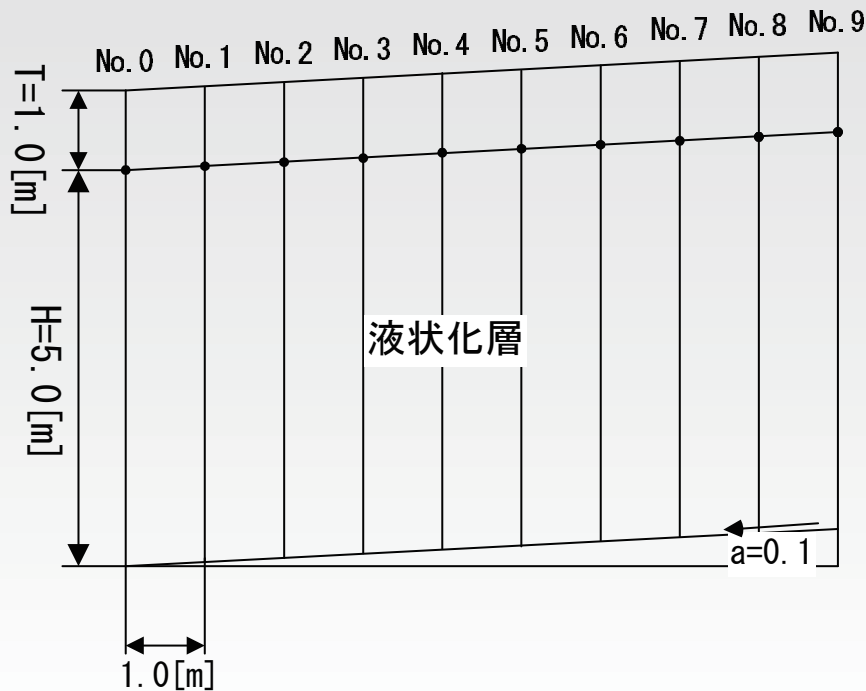
└ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの特徴 (F モード及び J モードの成長特性)



不飽和層が無い場合の流動終了時の F モード, J モードの分布

二次元解析モデルの特徴 (Fモード及びJモードの成長特性)



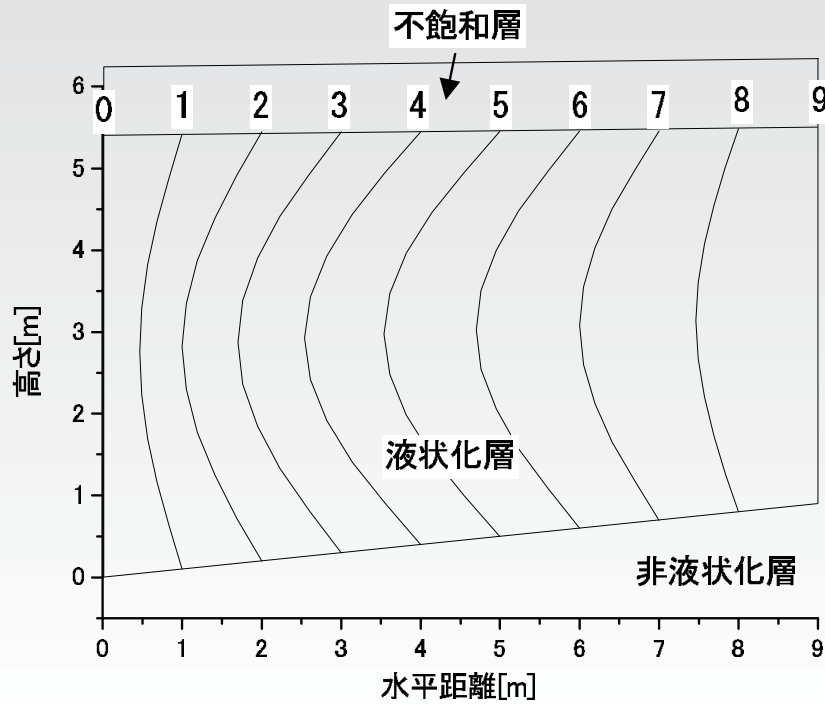
不飽和層を有する斜面モデル

二次元解析モデルの特徴 (Fモード及びJモードの成長特性)

検討に使用した物性値

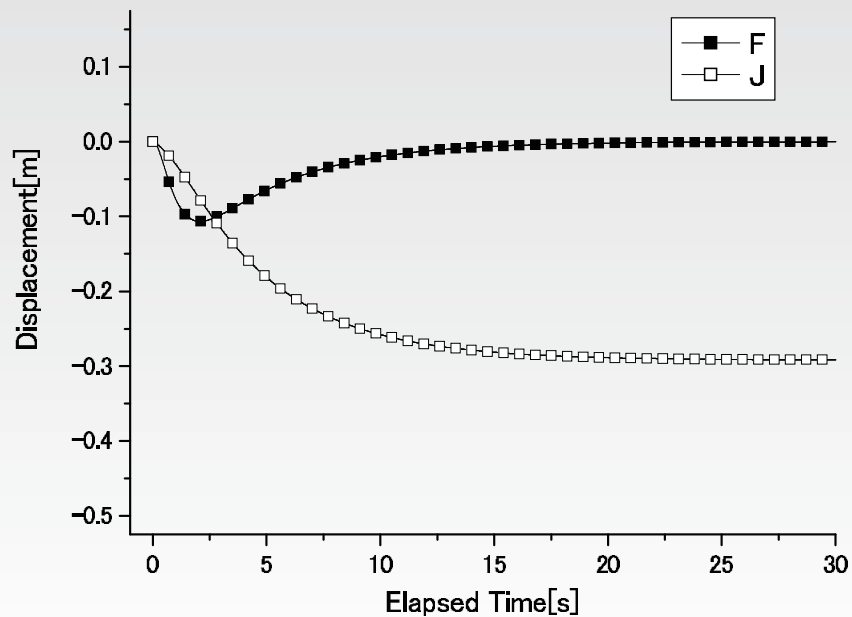
液状化砂の質量密度 [kg/m^3]	1.9E+3
液状化砂の粘性係数 [$Pa \cdot s$]	3.0E+4
不飽和層の質量密度 [kg/m^3]	1.6E+3
不飽和層のヤング率 [Pa]	1.0780E+5
不飽和層のせん断剛性 [Pa]	3.36875E+3

二次元解析モデルの特徴 (F モード及び J モードの成長特性)



不飽和層が有る場合の流動終了時の地盤形状

二次元解析モデルの特徴 (F モード及び J モードの成長特性)

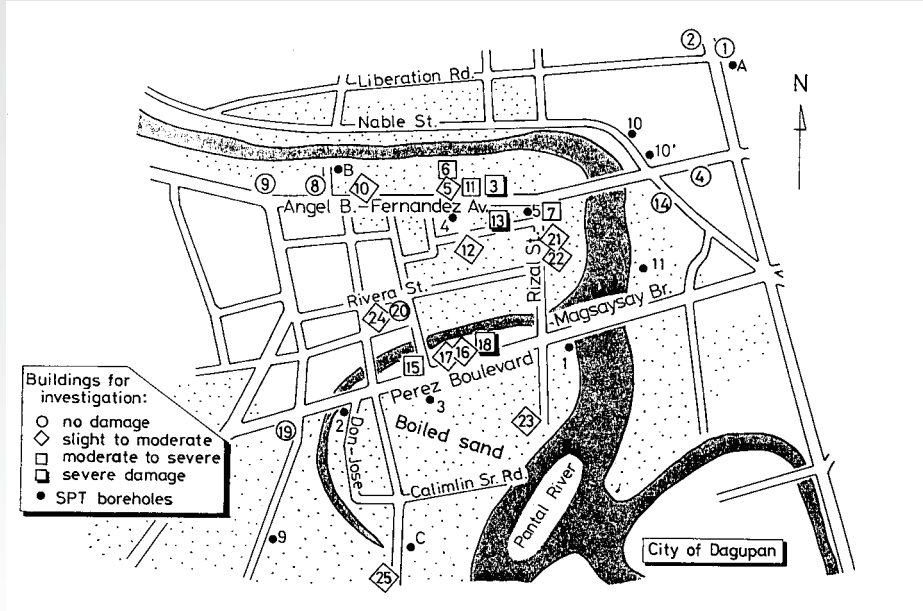


不飽和層を有する斜面モデルの節点 4 における F モードおよび J モードの時間変化

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)



ダグパン市における地盤災害状況

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)

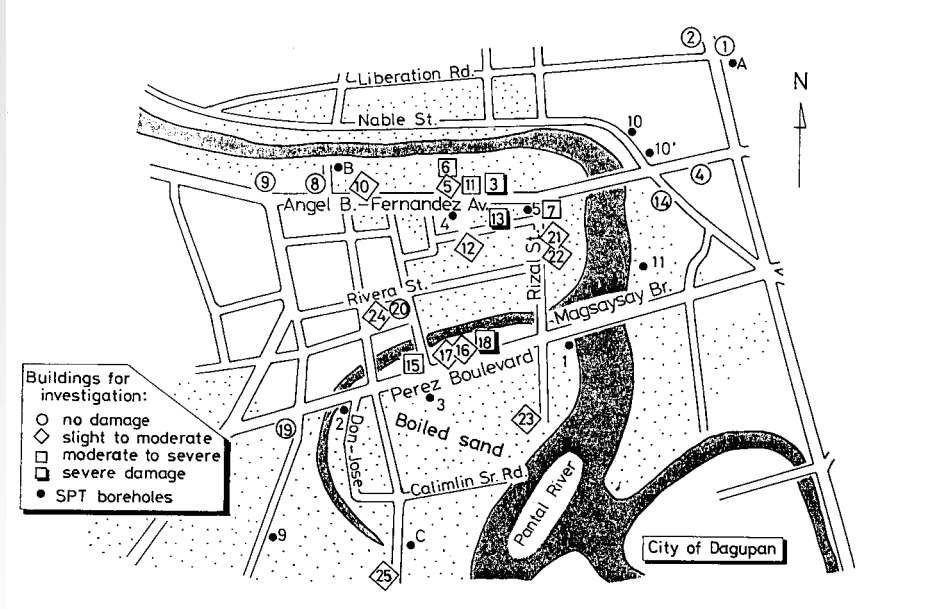
ダグパン市における構造物の傾斜による被害分類

Classification of Tilting	Approximate Angle of Tilt
NONE	0
Slight to Moderate	1 - 1.5 degrees
Moderate	2.0 degrees
Slight to Severe	2.5 degrees
Severe	greater than 3.0 degrees

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)

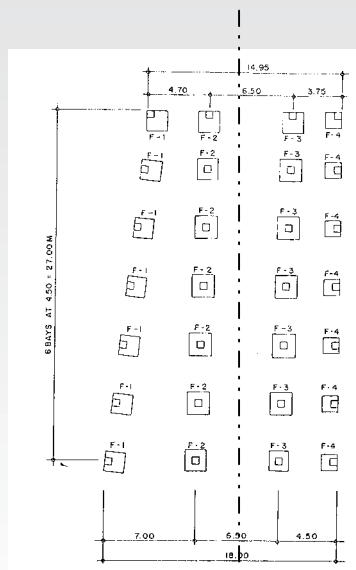


ダグパン市における地盤災害状況

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)



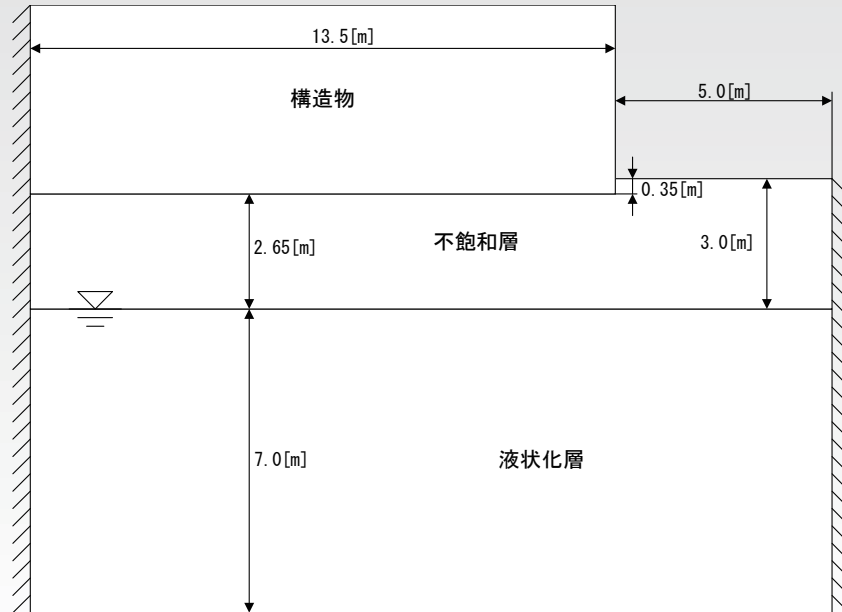
解析対象断面

解析対象構造物 (No.3) の平面図

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)



解析対象構造物 (No.3) のモデル図

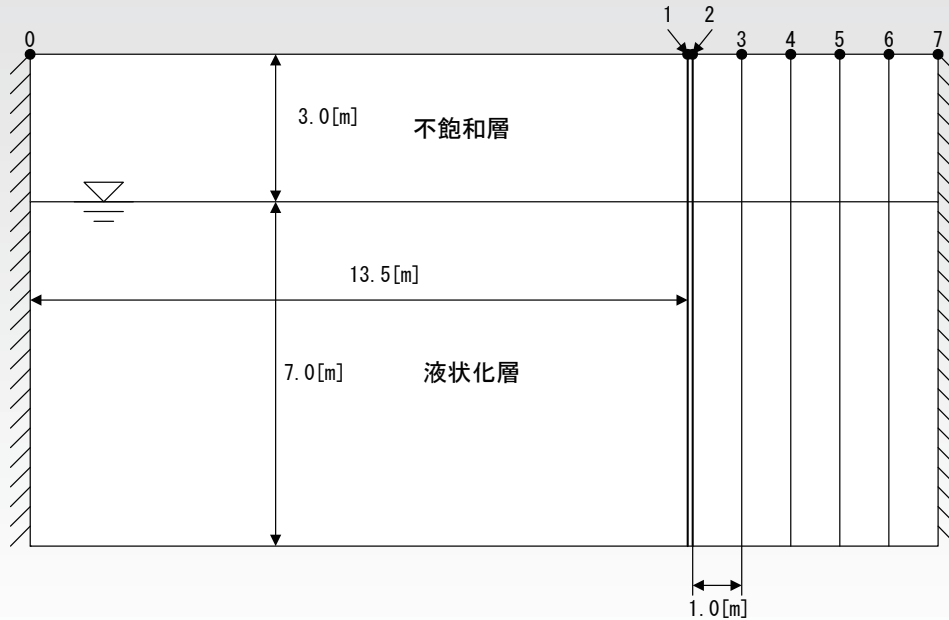
粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)

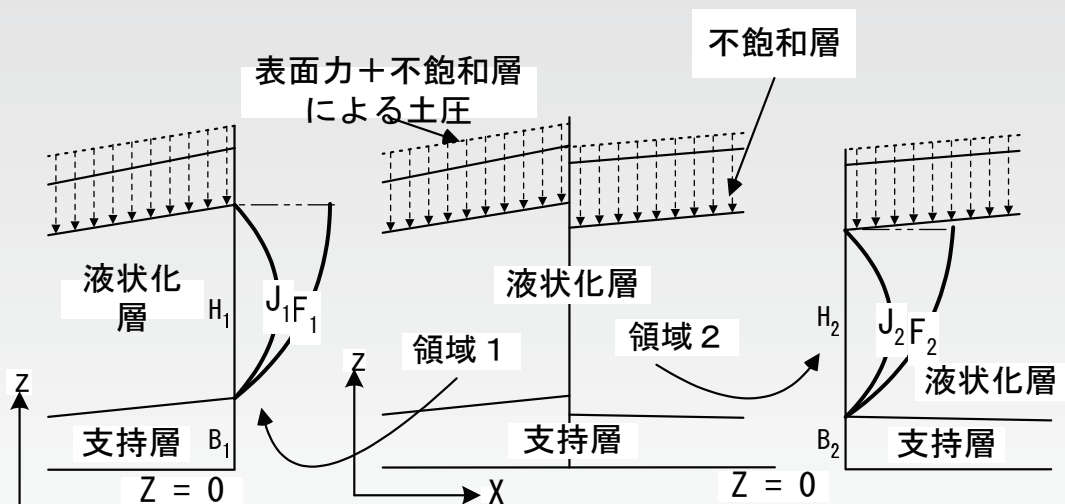
ρ_l	1900 [kg/m ³]	: 液状化層の質量密度
ρ_s	1600 [kg/m ³]	: 不飽和層の質量密度
t	0.35 [m]	: 根入れ深さ
A_b	444.96 [m ²]	: 建物断面積
A_f	75.53 [m ²]	: フーチングの総断面積
P_a	62 [kPa]	: フーチングの接地圧
P_W	10.246 [kPa]	: 構造物による鉛直圧
P_C	4.581 [kPa]	: フーチング周辺の砂による鉛直圧補正量
P_{US}	41.912 [kPa]	: 構造物直下の不飽和層による鉛直圧
P	56.379 [kPa]	: 構造物直下における総鉛直圧
ρ_{str}	1918 [kg/m ³]	: 構造物部における不飽和層の質量密度
E	10780 [kPa]	: 不飽和層のヤング率
G	3668.75 [kPa]	: 不飽和層のせん断剛性
ϕ	30.0 °	: 不飽和層と構造物領域の境界における内部摩擦角
K_a	0.297173 [kPa]	: 不飽和層の主動土圧係数
K_0	0.5 [kPa]	: 不飽和層の静止土圧係数
K_p	10.09513 [kPa]	: 不飽和層の受動土圧係数

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)



解析対象構造物 (No.3) のメッシュ図

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990), 不連続境界の導入



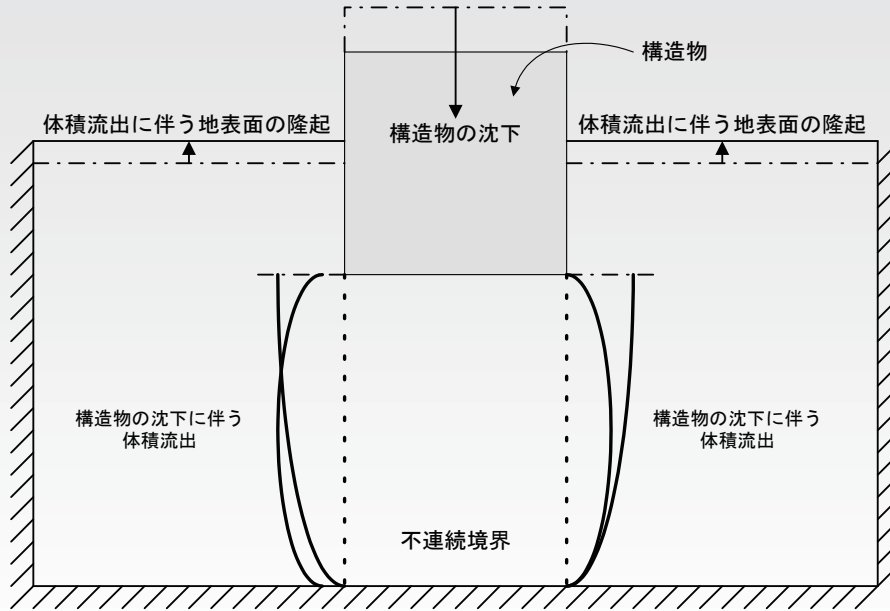
$$\int_B^{H+B} F_1 \sin \frac{\pi(z-B_1)}{2H_1} + J_1 \sin \frac{\pi(z-B_1)}{H_1} dz = \int_B^{H+B} F_2 \sin \frac{\pi(z-B_2)}{2H_2} + J_2 \sin \frac{\pi(z-B_2)}{H_2} dz dz$$

不連続境界

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990), 不連続境界の導入

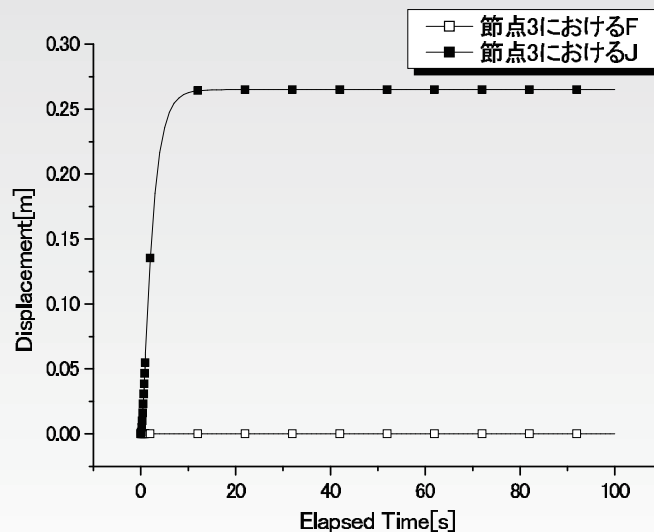


不連続境界を利用した構造物の沈下解析

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)

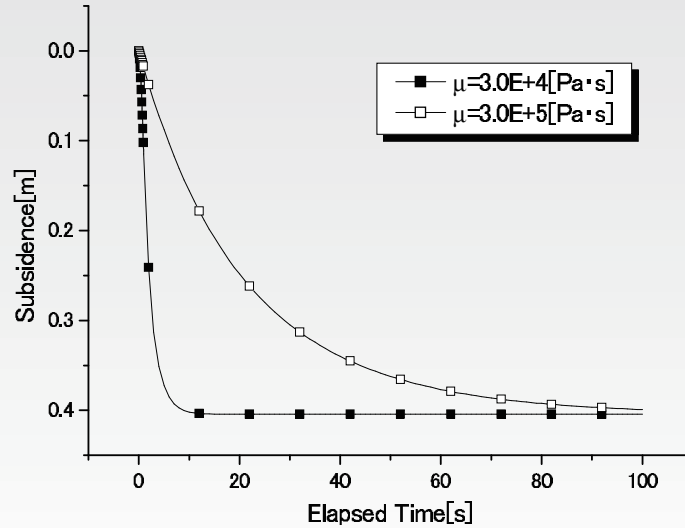


解析対象構造物 (No.3) の節点 3 における F モードと J モードの時系列

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)

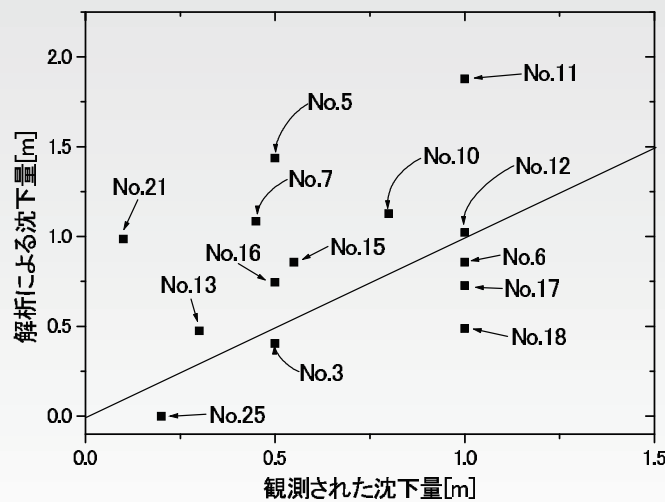


解析対象構造物 (No.3) の沈下量の時系列

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 2 次元粘性流体モデルによる解析例

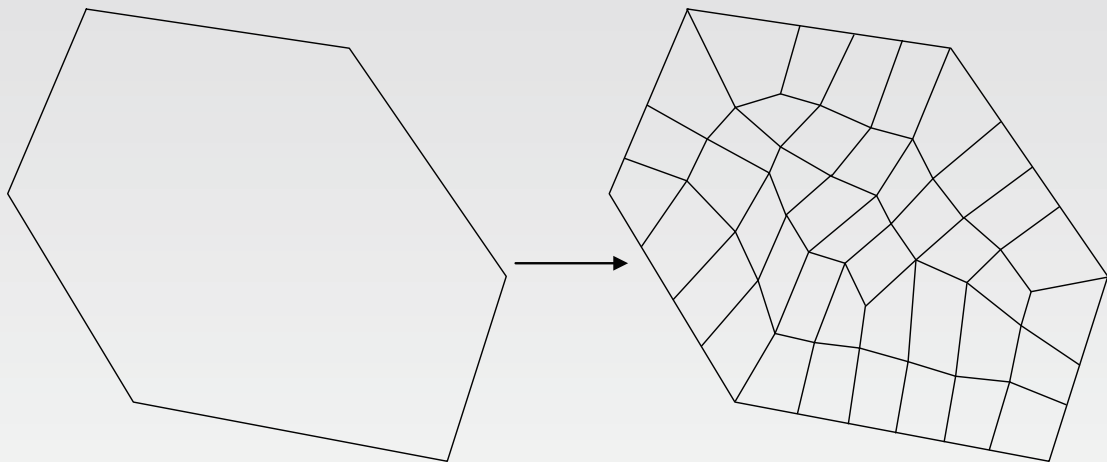
二次元解析モデルの実問題への適用例 (ダグパン市における浅い基礎の構造物の沈下, フィリピン地震 1990)



観測された沈下量と解析結果の比較

三次元モデルを対象とした粘性流体モデルによる液状化地盤の流動変形解析

三次元解析モデル



解析対象地盤

メッシュ分割後

$$B(x, y) = a_1 x + a_2 y + a_3 x y + a_4$$

$$H(x, y) = b_1 x + b_2 y + b_3 x y + b_4$$

$$T(x, y) = c_1 x + c_2 y + c_3 x y + c_4$$

$$P(x, y) = d_1 x + d_2 y + d_3 x y + d_4$$

三次元解析モデルにおける水平変位の深さ方向分布

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= F_u(x, y, t) \sin \frac{\pi(z - B)}{2H} + J_u(x, y, t) \sin \frac{\pi(z - B)}{H} \\
 v(x, y, z, t) &= F_v(x, y, t) \sin \frac{\pi(z - B)}{2H} + J_v(x, y, t) \sin \frac{\pi(z - B)}{H}
 \end{aligned}$$

液状化層の鉛直変位

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \\
 &= -\frac{\partial F_u}{\partial x} \sin \frac{\pi(z - B)}{2H} - \frac{\partial J_u}{\partial x} \sin \frac{\pi(z - B)}{H} \\
 &\quad - \frac{\partial F_v}{\partial y} \sin \frac{\pi(z - B)}{2H} - \frac{\partial J_v}{\partial y} \sin \frac{\pi(z - B)}{H} \\
 &\quad + \frac{\pi \{(a_1 + a_3 y)H + (b_1 + b_3 y)(z - B)\}}{2H^2} F_u \cos \frac{\pi(z - B)}{2H} \\
 &\quad + \frac{\pi \{(a_1 + a_3 y)H + (b_1 + b_3 y)(z - B)\}}{H^2} J_u \cos \frac{\pi(z - B)}{H} \\
 &\quad + \frac{\pi \{(a_2 + a_3 x)H + (b_2 + b_3 x)(z - B)\}}{2H^2} F_v \cos \frac{\pi(z - B)}{2H} \\
 &\quad + \frac{\pi \{(a_2 + a_3 x)H + (b_2 + b_3 x)(z - B)\}}{H^2} J_v \cos \frac{\pi(z - B)}{H}
 \end{aligned}$$

液状化地盤の鉛直変位 (微分方程式を積分し, $w|_{z=B} = 0$ を適用)

$$\begin{aligned}
 w = & \frac{2H}{\pi} \frac{\partial F_u}{\partial x} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} + \frac{2F_u}{\pi} (b_1 + b_3 y) \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} \\
 & + \frac{F_u}{H} \{ (a_1 + a_3 y)H + (b_1 + b_3 y)(z-B) \} \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} \\
 & + \frac{H}{\pi} \frac{\partial J_u}{\partial x} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} + \frac{J_u}{\pi} (b_1 + b_3 y) \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} \\
 & + \frac{J_u}{H} \{ (a_1 + a_3 y)H + (b_1 + b_3 y)(z-B) \} \sin \frac{\pi(z-B)}{H} \\
 & + \frac{2H}{\pi} \frac{\partial F_v}{\partial y} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} + \frac{2F_v}{\pi} (b_2 + b_3 x) \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} \\
 & + \frac{F_v}{H} \{ (a_2 + a_3 x)H + (b_2 + b_3 x)(z-B) \} \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} \\
 & + \frac{H}{\pi} \frac{\partial J_v}{\partial y} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} + \frac{J_v}{\pi} (b_2 + b_3 x) \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} \\
 & + \frac{J_v}{H} \{ (a_2 + a_3 x)H + (b_2 + b_3 x)(z-B) \} \sin \frac{\pi(z-B)}{H}
 \end{aligned}$$

各種エネルギーの計算

液状化層の運動エネルギー

$$\begin{aligned}
 K_l &= \int_S \int_B^{H+B} \frac{1}{2} \rho_l g (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dz ds \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \rho_{li} g \int_{S_i} \int_B^{H+B} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dz ds
 \end{aligned}$$

不飽和層の運動エネルギー

$$\begin{aligned}
 K_{us} &= \int_S \int_0^T \frac{1}{2} \rho_s g (\dot{u}_{z=H+B}^2 + \dot{v}_{z=H+B}^2 + \dot{w}_{z=H+B}^2) dz ds \\
 &= \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} \rho_{si} g T (\dot{u}_{z=H+B}^2 + \dot{v}_{z=H+B}^2 + \dot{w}_{z=H+B}^2) ds
 \end{aligned}$$

各種エネルギーの計算

ただし,

$$\begin{aligned}
 \dot{u}|_{z=H+B} &= \dot{F}_u \\
 \dot{v}|_{z=H+B} &= \dot{F}_v \\
 \dot{w}|_{z=H+B} &= -\frac{2H}{\pi} \frac{\partial \dot{F}_u}{\partial x} + \{(a_1 + a_3 y) + (b_1 + b_3 y)\} \dot{F}_u \\
 &\quad - \frac{2}{\pi} (b_1 + b_3 y) \dot{F}_u - \frac{2H}{\pi} \frac{\partial \dot{J}_u}{\partial x} - \frac{2}{\pi} (b_1 + b_3 y) \dot{J}_u \\
 &\quad - \frac{2H}{\pi} \frac{\partial \dot{F}_v}{\partial y} + \{(a_2 + a_3 x) + (b_2 + b_3 x)\} \dot{F}_v \\
 &\quad - \frac{2}{\pi} (b_2 + b_3 x) \dot{F}_v - \frac{2H}{\pi} \frac{\partial \dot{J}_v}{\partial y} - \frac{2}{\pi} (b_2 + b_3 x) \dot{J}_v
 \end{aligned}$$

各種エネルギーの計算

液状化層における消散エネルギー

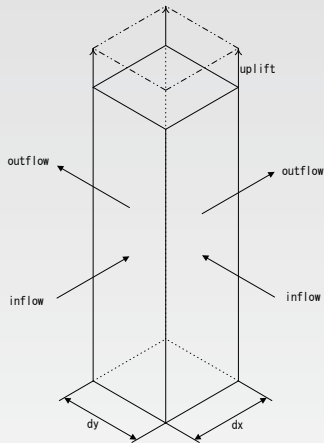
$$\begin{aligned}
 D &= \int_S \int_B^{H+B} \mu \left[4 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \right)^2 + 4 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right)^2 \right] ds \\
 &= \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \int_B^{H+B} \mu_i \left[4 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \right)^2 + 4 \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right)^2 \right] dz ds
 \end{aligned}$$

各種エネルギーの計算

液状化層におけるポテンシャルエネルギー

$$\begin{aligned}
 P_l &= \int_S \int_B^{H+B+\delta w} \rho_l g z \, dz \, ds - \int_S \int_B^{H+B} \rho_l g z \, dz \, ds \\
 &= \int_S \int_{H+B}^{H+B+\delta w} \rho_l g z \, dz \, ds \\
 &= \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} \rho_l g \{ \delta w^2 + 2(H+B)\delta w \} \, ds
 \end{aligned}$$

各種エネルギーの計算



$$\begin{aligned}
 F_{inflow} &= \int_B^{H+B} u(x, y, z, t) \, dy \, dz \\
 &\quad + \int_B^{H+B} v(x, y, z, t) \, dx \, dz \\
 F_{outflow} &= \int_B^{H+B} u(x + dx, y, z, t) \, dy \, dz \\
 &\quad + \int_B^{H+B} v(x, y + dy, z, t) \, dx \, dz
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{outflow} - F_{inflow} &= \int_B^{H+B} u(x + dx, y, z, t) - u(x, y, z, t) \, dy \, dz \\
 &\quad + \int_B^{H+B} v(x, y + dy, z, t) - v(x, y, z, t) \, dx \, dz
 \end{aligned}$$

$$\delta w = - \frac{F_{outflow} - F_{inflow}}{dx \, dy}$$

各種エネルギーの計算

δw において, $dx \rightarrow 0$ と $dy \rightarrow 0$ の極限をとると,

$$\delta w(x, y, t) = - \int_B^{H+B} \frac{\partial u}{\partial x} dz - \int_B^{H+B} \frac{\partial v}{\partial y} dz$$

ここに, 水平変位の式を代入すると,

$$\begin{aligned} \delta w = & -\frac{2H}{\pi} \left(\frac{\partial F_u}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial J_u}{\partial x} + \frac{\partial J_v}{\partial y} \right) \\ & - \frac{2}{\pi} \{ (b_1 + b_3 y)(F_u + J_u) + (b_2 + b_3 x)(F_v + J_v) \} \end{aligned}$$

これを, 液状化層のポテンシャルエネルギー式

$$P_l = \sum_{i=1}^N \int_{S_i} \frac{1}{2} \rho_l g \{ \delta w^2 + 2(H+B)\delta w \} ds$$

に代入することによって, 液状化層のポテンシャルエネルギーを求める.

不飽和層のポテンシャルエネルギーの計算

$$P_s = \sum_{i=1}^N \int_{S_i} P w(x, y, z, t)|_{z=H+B} ds$$

ここで,

$$\begin{aligned} w|_{z=H+B} = & -\frac{2H}{\pi} \left(\frac{\partial F_u}{\partial x} + \frac{\partial J_u}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial J_v}{\partial y} \right) \\ & - \frac{2}{\pi} \{ (b_1 + b_3 y)(F_u + J_u) + (b_2 + b_3 x)(F_v + J_v) \} \\ & + \{ (a_1 + a_3 y) + (b_1 + b_3 y) \} F_u + \{ (a_2 + a_3 x) + (b_2 + b_3 x) \} F_v \end{aligned}$$

支配方程式

三次元モデルにおいても、支配方程式としてラグランジェの運動方程式を

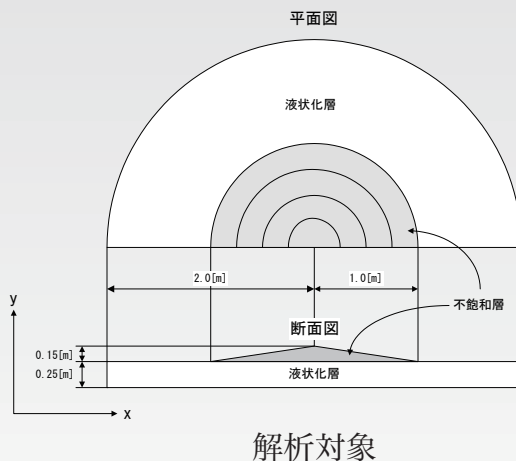
$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right\} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{1}{2} \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}$$

において、 q_i を $F_{ui}, F_{vi}, J_{ui}, J_{vi}$ とし、それぞれで微分したものを並べると、

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{F}_{ui} \\ \ddot{F}_{vi} \\ \ddot{J}_{ui} \\ \ddot{J}_{vi} \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{F}_{ui} \\ \dot{F}_{vi} \\ \dot{J}_{ui} \\ \dot{J}_{vi} \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} F_{ui} \\ F_{vi} \\ J_{ui} \\ J_{vi} \end{Bmatrix} = \{F\}$$

となり、一般的な時間積分法を使うことによって対象地盤の挙動を時間領域で求めることができる。

円錐台盛土の沈下に関する振動台模型実験



実験に使用された材料の物性

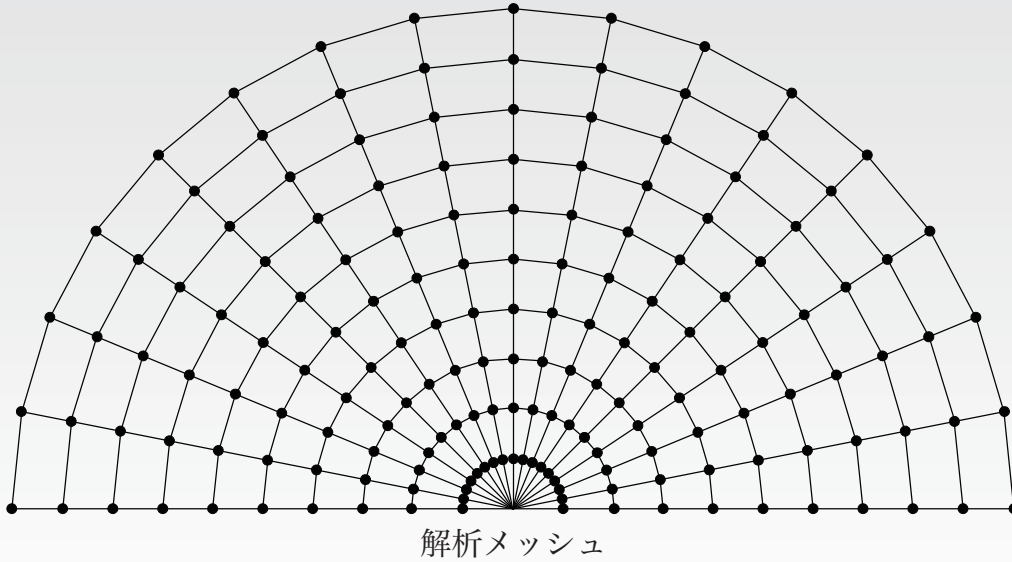
液状化砂の単位体積重量 [kN/m^3]	18.0
盛土の単位体積重量 (礫) [kN/m^3]	13.3

(Sasaki et al., Mechanism of permanent displacement of ground caused by seismic liquefaction. Soils and Foundations, Vol. 32, No. 3, pp. 79-96, Sept. 1992.)

粘性流体モデルに基づく 2次元及び 3次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 3次元粘性流体モデルによる解析例

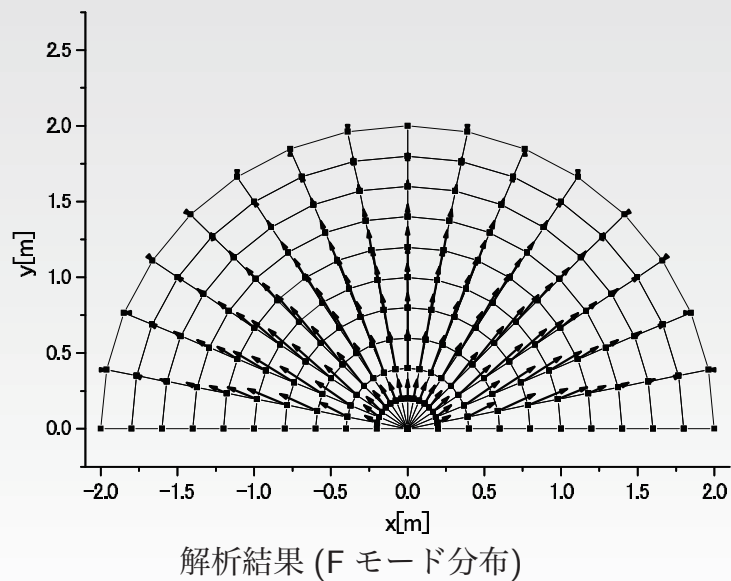
円錐台盛土の沈下に関する振動台模型実験



粘性流体モデルに基づく 2次元及び 3次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 3次元粘性流体モデルによる解析例

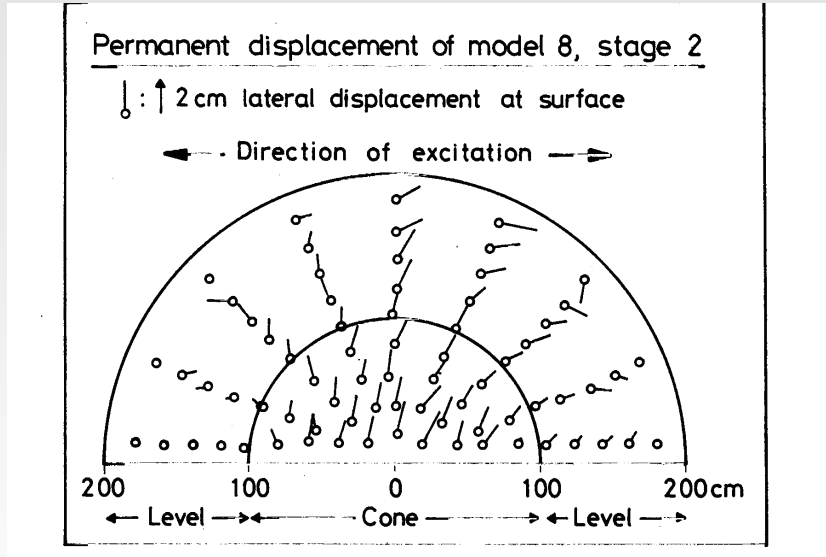
円錐台盛土の沈下に関する振動台模型実験



粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 3 次元粘性流体モデルによる解析例

円錐台盛土の沈下に関する振動台模型実験

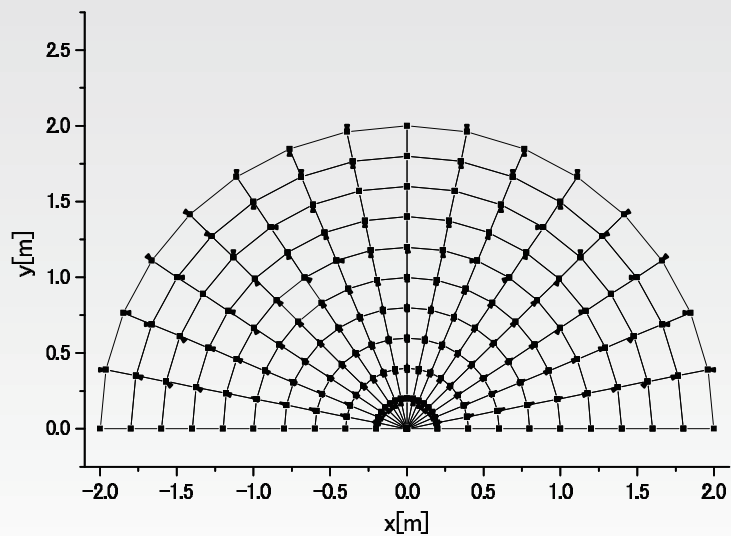


解析結果 (実験結果 (地表面の変位ベクトル))

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

↳ 3 次元粘性流体モデルによる解析例

円錐台盛土の沈下に関する振動台模型実験



解析結果 (J モード分布)

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 3 次元粘性流体モデルによる解析例

能代市前山の液状化による地盤の水平流動解析 (1983 年 日本海中部地震)



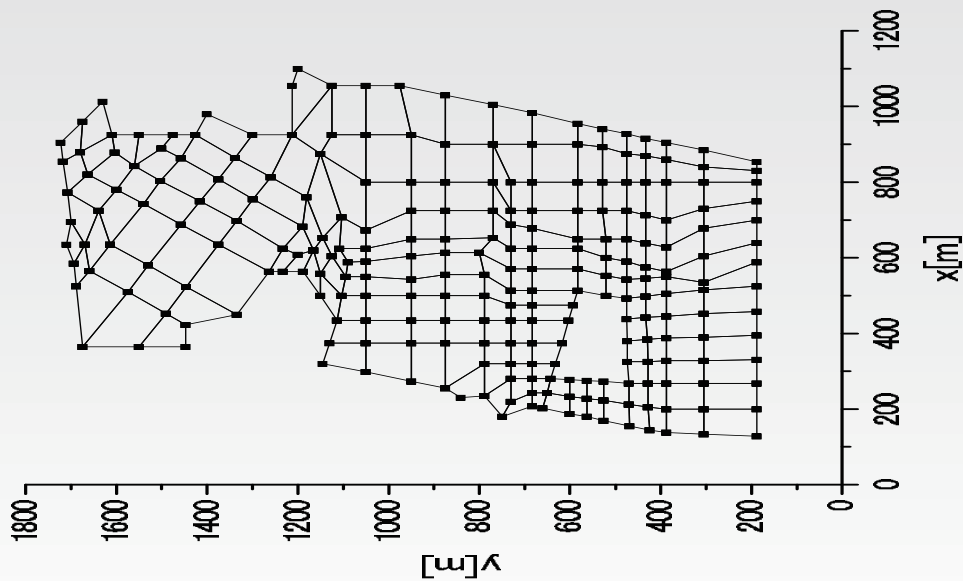
解析対象

(文部省科学研究費 (no.58022002) 自然災害特別研究突発災害研究成果自然災害科学総合研究班 1983 年日本海中部地震による災害の総合的調査研究, 1984)

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 3 次元粘性流体モデルによる解析例

能代市前山の液状化による地盤の水平流動解析 (1983 年 日本海中部地震)



解析メッシュ

粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 3 次元粘性流体モデルによる解析例

能代市前山の液状化による地盤の水平流動解析 (1983 年 日本海中部地震)

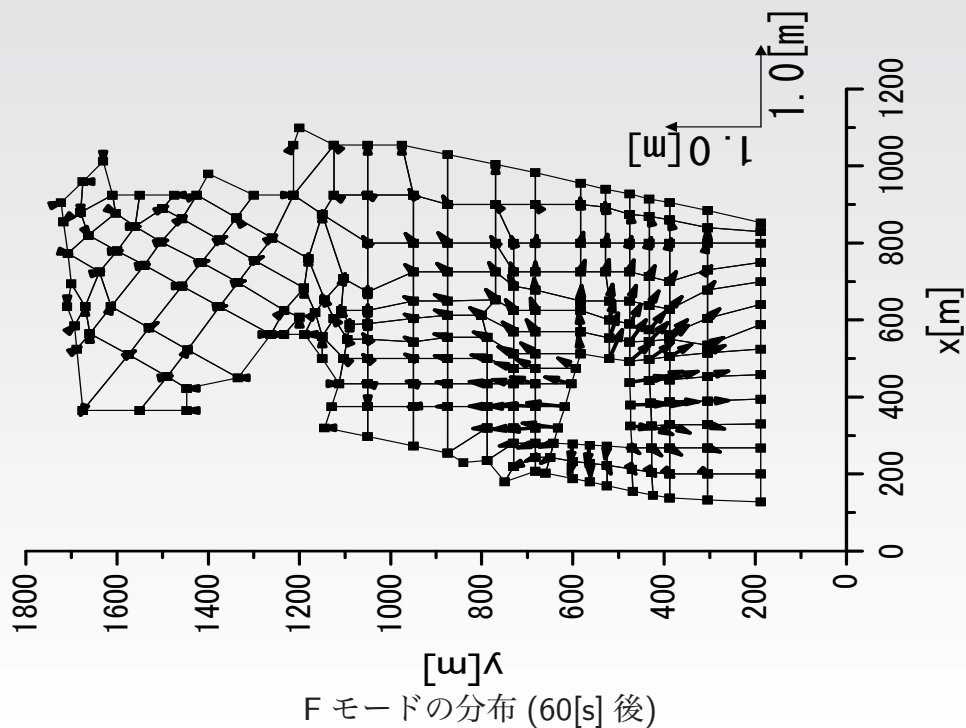
能代市前山の液状化による地盤の水平流動解析条件

不飽和層ヤング率 [pa]	1.078E+7
不飽和層ポアソン比	0.3
不飽和層質量密度 [kg/m^3]	1.602E+3
液状化層質量密度 [kg/m^3]	1.796E+3
液状化層粘性係数 [pa · s]	3.0E+5
継続時間 [s]	60.0

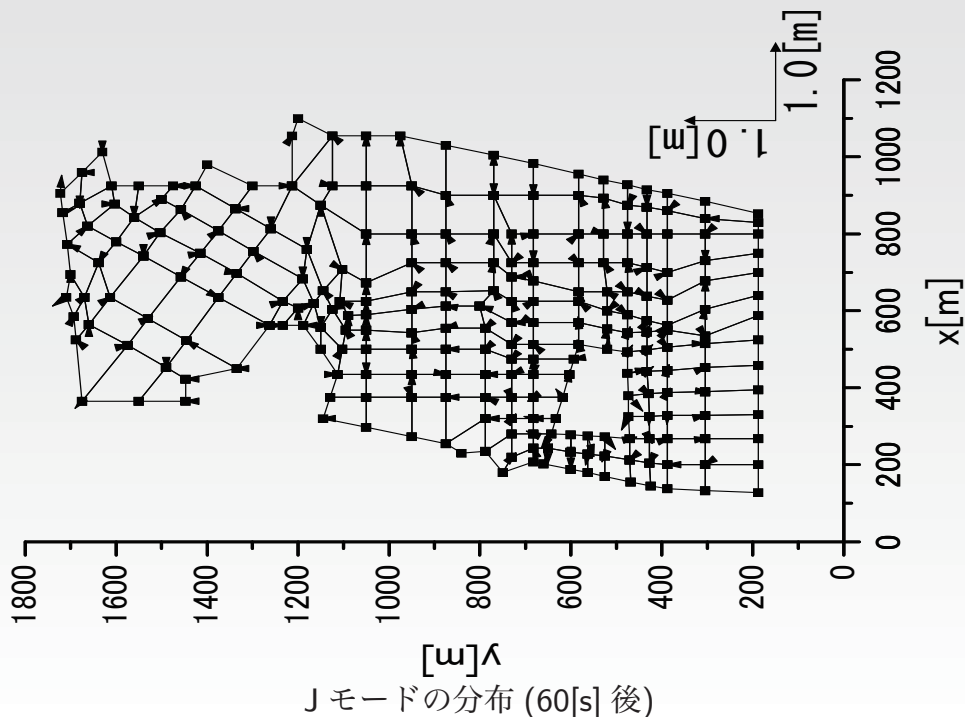
粘性流体モデルに基づく 2 次元及び 3 次元問題を対象とした液状化地盤の流動変形解析法

└ 3 次元粘性流体モデルによる解析例

能代市前山の水平流動 (1983 年 日本海中部地震)



能代市前山の水平流動 (1983 年 日本海中部地震)



まとめ

粘性流体モデルによる液状化地盤の流動解析では

- 完全液状化後の流動が最終的な流動量の大部分を占めていると仮定し、その状態での流動量を推定することとした。
 - 完全液状化後の液状化砂の挙動を再現するために、液状化砂を粘性流体としてモデル化した。
 - 流動の駆動力としては、地震応答による慣性力は無視し、重力による流動のみを対象とした。
- 水平流動量の鉛直方向分布については、模型実験の知見に基づいて sin 関数の重ね合わせで表現した。
- 幾何学的非線形性の影響を考慮するため、ポテンシャルエネルギーの計算の際に、変形による地盤形状の変化を考慮した。
- 水平流動量の水平方向の分布については、有限要素法で離散化した。
- 剛性行列や質量行列を作成する際に、鉛直方向については解析的な積分が可能であり、節点を配置をする必要はないので、解析コストが安い。

動解析・液状化分野

MIDAS CONSTRUCTION TECHNICAL DOCUMENT COLLECTION



株式会社マイダスイテジヤパン

〒101-0021 東京都千代田区外神田5-3-1 秋葉原OSビル7F

TEL 03-5817-0787 | FAX 03-5817-0784 | e-mail g.support@midasit.com | URL <http://jp.midasuser.com/geotech>

Copyright © Since 1989 MIDAS Information Technology Co., Ltd. All rights reserved.